

EDITURA PARALELA 45

**Editura Paralela 45**

Lucrarea este elaborată în conformitate cu programa școlară pentru susținerea Evaluării Naționale pentru absolvenții clasei a VIII-a și cu modelul de structură de subiect și baremul de evaluare și notare în vigoare.

Redactare: Iuliana Ene  
Tehnoredactare: Roxana Pietreanu  
Pregătire de tipar: Marius Badea  
Design copertă: Mirona Pintilie

**Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României**  
**NEGRILĂ, ANTON**

**Teste de matematică pentru Simularea Evaluării Naționale la clasa a VIII-a /**  
Anton Negrilă, Maria Negrilă. - Ed. a 2-a, rev. și adăug.. - Pitești : Paralela 45, 2021  
ISBN 978-973-47-3468-9

I. Negrilă, Maria

51

**COMENZI – CARTEA PRIN POȘTĂ**

EDITURA PARALELA 45  
Bulevardul Republicii, Nr. 148, Clădirea C1, etaj 4, Pitești,  
jud. Argeș, cod 110177  
Tel.: 0248 633 130; 0753 040 444; 0721 247 918  
Tel./fax: 0248 214 533; 0248 631 439; 0248 631 492  
E-mail: comenzi@edituraparelela45.ro

**[www.edituraparelela45.ro](http://www.edituraparelela45.ro)**

Tiparul executat la tipografia *Editurii Paralela 45*  
E-mail: tipografie@edituraparelela45.ro

Copyright © Editura Paralela 45, 2021  
Prezenta lucrare folosește denumiri ce constituie mărci înregistrate,  
iar conținutul este protejat de legislația privind dreptul de proprietate intelectuală.  
[www.edituraparelela45.ro](http://www.edituraparelela45.ro)

**Anton Negrilă**

**Maria Negrilă**

**TESTE DE MATEMATICĂ PENTRU  
SIMULAREA EVALUĂRII NAȚIONALE  
LA CLASA A VIII-A**

Ediția a II-a, revizuită și adăugită

**Editura Paralela 45**

# TESTUL 1

## SUBIECTUL I. Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

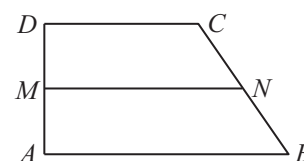
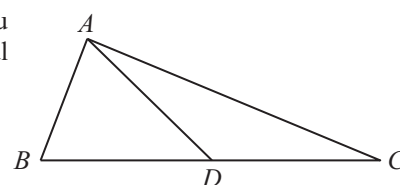
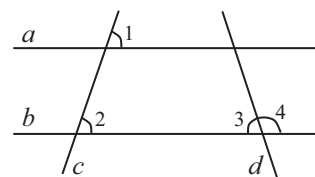
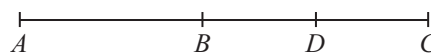
(30 de puncte)

- (5p) 1. Rezultatul calculului  $20 - 10 : 2$  este egal cu:  
a) 4; b) 5; c) 10; d) 15.
- (5p) 2. Numărul care reprezintă 35% din 60 este egal cu:  
a) 15; b) 18; c) 21; d) 24.
- (5p) 3. Suma elementelor mulțimii  $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -3 \leq x < 3\}$  este egală cu:  
a) -3; b) -2; c) -1; d) 2.
- (5p) 4. Dintre numerele  $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{7}{8}$ , cel mai mare este:  
a)  $\frac{2}{3}$ ; b)  $\frac{3}{4}$ ; c)  $\frac{5}{6}$ ; d)  $\frac{7}{8}$ .
- (5p) 5. Patru elevi, Mara, Luca, Sofia și Tudor, au calculat produsul numerelor  $-3\sqrt{2}$  și  $5\sqrt{2}$ . Rezultatele obținute de ei sunt prezentate în tabelul alăturat. Dintre cei patru elevi, rezultatul corect a fost obținut de:
- | Mara | Luca | Sofia | Tudor |
|------|------|-------|-------|
| -30  | -15  | 15    | 30    |
- a) Mara; b) Luca; c) Sofia; d) Tudor.
- (5p) 6. Se consideră intervalele:  $A = (-1; 4)$  și  $B = (2; 5)$ . Numărul întreg care aparține mulțimii  $A \cap B$  este:  
a) 2; b) 3; c) 4; d) 5.

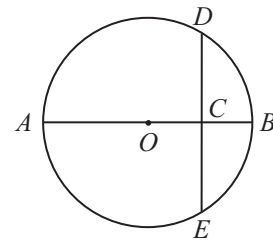
## SUBIECTUL al II-lea. Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

- (5p) 1. În figura alăturată sunt reprezentate punctele coliniare  $A, B$  și  $C$ , iar punctul  $D$  este mijlocul segmentului  $BC$ , astfel încât  $AB = 6$  cm și  $AC = 14$  cm. Lungimea segmentului  $AD$  este egală cu:  
a) 6 cm; b) 8 cm;  
c) 10 cm; d) 12 cm.
- (5p) 2. În figura alăturată sunt reprezentate dreptele paralele  $a$  și  $b$  tăiate de secantele  $c$  și  $d$ , astfel încât  $\sphericalangle 1 = 70^\circ$ , iar  $\sphericalangle 2 \equiv \sphericalangle 3$ . Măsura unghiului  $\sphericalangle 4$  este egală cu:  
a)  $100^\circ$ ; b)  $110^\circ$ ;  
c)  $120^\circ$ ; d)  $130^\circ$ .
- (5p) 3. În figura alăturată este reprezentat triunghiul dreptunghic  $ABC$ , cu  $\sphericalangle BAC = 90^\circ$  și  $\sphericalangle B = 60^\circ$ , iar  $AB = 6$  cm. Punctul  $D$  este mijlocul ipotenuzei  $BC$ . Perimetrul triunghiului  $ADC$  este egal cu:  
a)  $6(1 + \sqrt{3})$  cm; b)  $6(2 + \sqrt{3})$  cm;  
c)  $6(1 + 2\sqrt{3})$  cm; d)  $6(3 + \sqrt{3})$  cm.
- (5p) 4. În figura alăturată este reprezentat trapezul dreptunghic  $ABCD$ , cu  $AB \parallel CD$ ,  $AB > CD$ ,  $\sphericalangle A = \sphericalangle D = 90^\circ$  și punctele  $M$  și  $N$  mijloacele segmentelor  $AD$  și, respectiv,  $BC$ . Dacă unghiul  $ABC$  are măsura egală cu  $60^\circ$ ,  $MN = 14$  cm și  $BC = 24$  cm, atunci aria trapezului  $ABCD$  este egală cu:  
a)  $180$  cm<sup>2</sup>; b)  $180\sqrt{2}$  cm<sup>2</sup>;  
c)  $168\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup>; d)  $180\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup>.

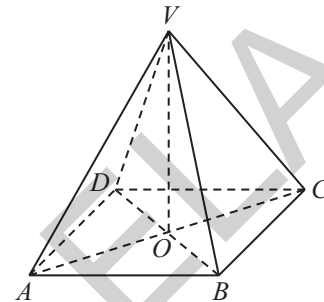


- (5p) 5. În figura alăturată este reprezentat cercul de centru  $O$  și rază  $R = 6$  cm. Punctul  $C$  este mijlocul segmentului  $OB$ , iar perpendiculara dusă în punctul  $C$  pe diametrul  $AB$  taie cercul în punctele  $D$  și  $E$ . Lungimea segmentului  $DE$  este egală cu:



- a) 6 cm;                                      b) 8 cm;  
c)  $6\sqrt{2}$  cm;                                d)  $6\sqrt{3}$  cm.

- (5p) 6. În figura alăturată este reprezentată piramida patrulateră  $VABCD$  în care toate muchiile ei au aceeași lungime. Măsura unghiului format de dreptele necoplanare  $BC$  și  $VD$  are măsura egală cu:



- a)  $60^\circ$ ;                                        b)  $75^\circ$ ;  
c)  $90^\circ$ ;                                        d)  $120^\circ$ .

**SUBIECTUL al III-lea. Scrie rezolvările complete.**

**(30 de puncte)**

1. Numerele 377, 517 și 803, împărțite la același număr natural nenul  $n$ , dau câturile nenule și resturile egale cu 17, 13 și, respectiv, 11. Determină:

- (2p) a) cea mai mică valoare pe care o poate lua  $n$ .  
(3p) b) cea mai mare valoare pe care o poate lua  $n$ .

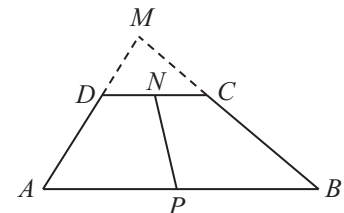
2. Se consideră expresia  $E(x) = (2x - 1)(3x + 5) - (2x + 3)^2 - (x - 2)^2 - 9(x + 4) - 2$ , unde  $x \in \mathbb{R}$ .

- (2p) a) Arată că  $E(x) = x^2 - 10x - 56$ , pentru orice număr real  $x$ .  
(3p) b) Demonstrează că  $E(3^{2n} - 4)$  se divide cu  $9^{n+1}$ , cu  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n > 1$ .

3. Se consideră punctele  $A(4, -6)$ ,  $B(2, 5)$  și  $C(-2, -3)$ .

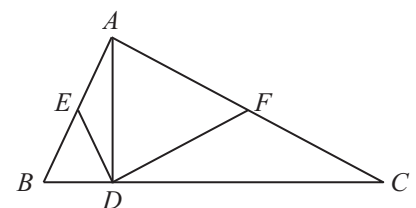
- (2p) a) Reprezintă într-un sistem de axe de coordonate  $xOy$  punctele de mai sus și calculează perimetrul triunghiului  $ABC$ .  
(3p) b) Calculează distanța de la punctul  $C$  la dreapta  $AB$ .

4. În figura alăturată este reprezentat trapezul  $ABCD$ , cu  $AB \parallel CD$  și punctele  $N$  și  $P$  mijloacele bazelor  $DC$ , respectiv  $AB$ . Dacă  $AB = 40$  cm,  $BC = 20$  cm,  $CD = 15$  cm și  $AD = 15$  cm, iar  $AD \cap BC = \{M\}$ , atunci:



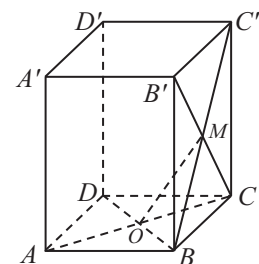
- (2p) a) arată că perimetrul triunghiului  $MDC$  este egal cu 36 cm;  
(3p) b) calculează lungimea segmentului  $NP$ .

5. În figura alăturată este reprezentat triunghiul dreptunghic  $ABC$ , cu  $\sphericalangle BAC = 90^\circ$ ,  $AD \perp BC$ ,  $D \in BC$ , iar  $E$  și  $F$  sunt mijloacele laturilor  $AB$ , respectiv  $AC$ .



- (2p) a) Demonstrează că dreptele  $DE$  și  $DF$  sunt perpendiculare.  
(3p) b) Dacă  $AB = 9$  cm și  $AC = 12$  cm, calculează aria patrulaterului  $AEDF$ .

6. În figura alăturată este reprezentată prisma dreaptă  $ABCD A' B' C' D'$ , cu baza pătratul  $ABCD$ , cu  $AB = 8\sqrt{2}$  cm,  $AA' = 8\sqrt{3}$  cm,  $AC \cap BD = \{O\}$  și  $BC' \cap B'C = \{M\}$ .



- (2p) a) Demonstrează că  $OM \parallel (AB'D')$ .  
(3p) b) Calculează sinusul unghiului format de dreptele  $OM$  și  $D'C$ .

## TESTUL 7

### SUBIECTUL I. Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

- (5p) 1. Rezultatul calculului  $-2\sqrt{2} + 6\sqrt{6} : 2\sqrt{3}$  este egal cu:  
 a)  $-2\sqrt{2}$ ;                      b)  $-\sqrt{2}$ ;                      c)  $\sqrt{2}$ ;                      d)  $2\sqrt{2}$ .
- (5p) 2. În tabelul de mai jos sunt prezentate date referitoare la numărul elevilor de la fiecare nivel de clase dintr-o școală.

Clasa	a V-a		a VI-a		a VII-a		a VIII-a	
	Băieți	Fete	Băieți	Fete	Băieți	Fete	Băieți	Fete
Numărul de elevi	39	42	43	37	37	40	41	37

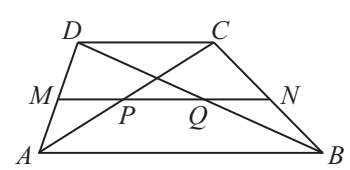
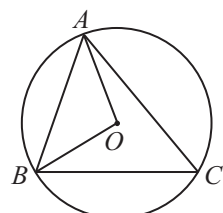
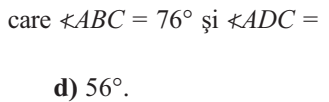
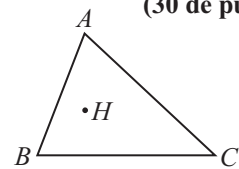
Clasele pentru care raportul dintre numărul băieților și numărul fetelor este supraunitar sunt:

- a) a V-a și a VII-a;                      b) a VI-a și a VIII-a;                      c) a V-a și a VI-a;                      d) a VII-a și a VIII-a.
- (5p) 3. Într-o săptămână de iarnă, în zilele de luni și marți, s-a măsurat temperatura la aceeași oră a dimineții. Luni dimineața temperatura a fost de  $-17^{\circ}\text{C}$ , iar marți dimineața, la aceeași oră, temperatura a fost de  $-5^{\circ}\text{C}$ . Temperatura măsurată în cele două dimineți a fost mai mare în ziua de marți față de cea de luni cu:  
 a)  $-22^{\circ}\text{C}$ ;                      b)  $-17^{\circ}\text{C}$ ;                      c)  $-12^{\circ}\text{C}$ ;                      d)  $12^{\circ}\text{C}$ .
- (5p) 4. Dintre următoarele mulțimi de numere, cea care conține ca elemente numai multipli de 5 este:  
 a)  $\{2, 4, 6, 8\}$ ;                      b)  $\{3, 6, 9, 18\}$ ;                      c)  $\{5, 15, 25, 30\}$ ;                      d)  $\{7, 21, 35, 42\}$ .
- (5p) 5. Patru elevi calculează media aritmetică a numerelor  $-7\sqrt{2}$ ,  $-3\sqrt{2}$ ,  $9\sqrt{2}$  și  $13\sqrt{2}$  și obțin rezultatele înregistrate în tabelul alăturat. Dintre cei patru elevi, cel care a calculat corect media aritmetică a celor patru numere este:
- | David       | Cristina    | Matei       | Ana        |
|-------------|-------------|-------------|------------|
| $4\sqrt{2}$ | $3\sqrt{2}$ | $2\sqrt{2}$ | $\sqrt{2}$ |
- a) David;                      b) Cristina;                      c) Matei;                      d) Ana.
- (5p) 6. Un sportiv se deplasează pe un traseu în intervalul orar 9:30 – 10:50, apoi staționează. Antonia afirmă: „După 80 de minute de antrenament, de la plecare, sportivul staționează.” Afirmatia Antoniei este:  
 a) adevărată;                      b) falsă.

### SUBIECTUL al II-lea. Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

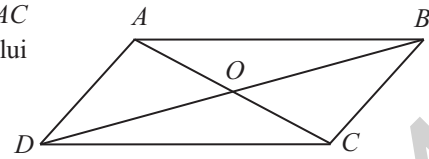
(30 de puncte)

- (5p) 1. În figura alăturată este reprezentat un triunghi  $ABC$  ( $AB \neq AC \neq BC$ ) și punctul  $H$  este ortocentrul său. Punctul  $H$  reprezintă intersecția:  
 a) medianelor;                      b) bisectoarelor;  
 c) mediatoarelor;                      d) înălțimilor.
- (5p) 2. Se consideră un triunghi  $ABC$ , cu  $AD$  bisectoarea unghiului  $BAC$ ,  $D \in BC$ , în care  $\angle ABC = 76^{\circ}$  și  $\angle ADC = 100^{\circ}$ . Măsura unghiului  $ACB$  este egală cu:  
 a)  $45^{\circ}$ ;                      b)  $48^{\circ}$ ;                      c)  $50^{\circ}$ ;                      d)  $56^{\circ}$ .
- (5p) 3. În figura alăturată este reprezentat un cerc de centru  $O$  circumscris triunghiului  $ABC$ , în care  $\angle ABC = 80^{\circ}$  și  $\widehat{BC} = 110^{\circ}$ . Măsura unghiului la centru  $AOB$  este egală cu:  
 a)  $80^{\circ}$ ;                      b)  $85^{\circ}$ ;  
 c)  $90^{\circ}$ ;                      d)  $95^{\circ}$ .
- (5p) 4. În figura alăturată este reprezentat un trapez  $ABCD$ ,  $AB \parallel CD$ ,  $AB > CD$ , iar diagonalele  $AC$  și  $BD$  intersectează linia mijlocie  $MN$  în punctele  $P$ , respectiv  $Q$ , astfel încât  $PQ = 3$  cm și lungimea bazei mici  $CD = 12$  cm. Lungimea liniei mijlocii  $MN$  este egală cu:  
 a) 15 cm;                      b) 18 cm;  
 c) 20 cm;                      d) 24 cm.



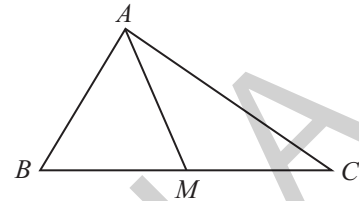
- (5p) 5. În figura alăturată este reprezentat paralelogramul  $ABCD$ , cu  $AD \perp AC$  și  $AC \cap BD = \{O\}$ , iar  $AD = 12$  cm și  $AB = 20$  cm. Aria triunghiului  $AOB$  este egală cu:

- a)  $42$  cm<sup>2</sup>;                      b)  $45$  cm<sup>2</sup>;  
c)  $48$  cm<sup>2</sup>;                      d)  $50$  cm<sup>2</sup>.



- (5p) 6. În figura alăturată este reprezentat un triunghi dreptunghic  $ABC$ , cu  $\sphericalangle BAC = 90^\circ$ ,  $AB = 12$  cm și  $BC = 24$  cm. Dacă punctul  $M$  este mijlocul ipotenuzei  $BC$ , atunci măsura unghiului  $AMC$  este egală cu:

- a)  $100^\circ$ ;                              b)  $110^\circ$ ;  
c)  $115^\circ$ ;                              d)  $120^\circ$ .



SUBIECTUL al III-lea. *Scrie rezolvările complete.*

(30 de puncte)

1. S-a constatat că într-o zi, la o clasă a VIII-a, numărul elevilor absenți reprezintă  $\frac{1}{7}$  din numărul elevilor prezenți în clasă. A doua zi, numărul elevilor absenți a crescut cu doi elevi și atunci numărul elevilor absenți a fost  $\frac{3}{13}$  din numărul elevilor prezenți în clasă.

- (2p) a) Determină numărul de elevi din clasă.  
(3p) b) Află numărul de elevi prezenți în clasă în prima zi.

2. Se consideră expresia  $E(x) = (x - 2)^2 + (2x - 3)^2 + (2 - x)(2x - 3) + 3(3x - 2) - 1$ , unde  $x$  este un număr real.

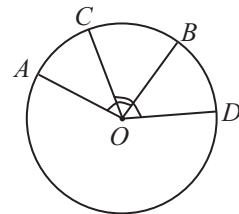
- (2p) a) Arată că  $E(x) = 3x^2$ , pentru orice număr real  $x$ .  
(3p) b) Determină numărul natural  $n$  pentru care numărul  $E(n)$  este prim.

3. Se consideră punctele  $A(7, -9)$ ,  $M(4, -5)$  și  $B(a, b)$ .

- (2p) a) Determină coordonatele punctului  $B(a, b)$ , știind că punctul  $M$  este mijlocul segmentului  $AB$ .  
(3p) b) Calculează lungimea segmentului  $AB$ .

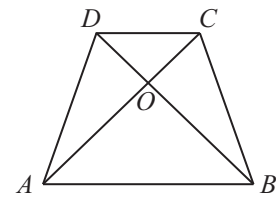
4. În figura alăturată este reprezentat cercul de centru  $O$ , iar punctele  $A, C, B, D \in \mathcal{C}(O)$  (în această ordine, în sensul acelor de ceasornic), astfel încât  $\sphericalangle AOB \equiv \sphericalangle COD$ .

- (2p) a) Arată că  $AC \equiv BD$ .  
(3p) b) Demonstrează că patrulaterul  $ACBD$  este trapez isoscel.



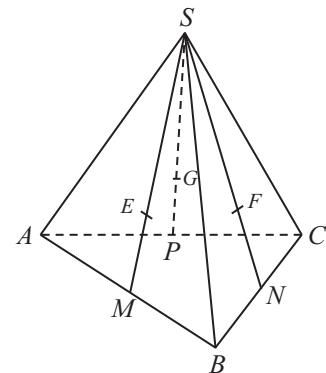
5. În figura alăturată este reprezentat trapezul isoscel  $ABCD$ ,  $AB \parallel CD$ ,  $AB > CD$ ,  $AD \equiv BC$ , iar  $AC \perp BD$  și  $AC \cap BD = \{O\}$ , cu  $AB = 42$  cm și  $CD = 18$  cm.

- (2p) a) Determină înălțimea trapezului.  
(3p) b) Calculează lungimea diagonalei  $AC$ .



6. În figura alăturată este reprezentată piramida regulată  $SABC$ , cu baza triunghiul echilateral  $ABC$ , având latura  $AB = 12$  cm. Punctele  $E, F$  și  $G$  sunt centrele de greutate ale triunghiurilor  $SAB, SBC$ , respectiv  $SAC$ .

- (2p) a) Arată că planul  $(EFG)$  este paralel cu  $(ABC)$ .  
(3p) b) Calculează raportul ariilor triunghiurilor  $EFG$  și  $ABC$ .

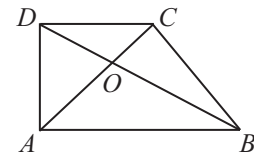






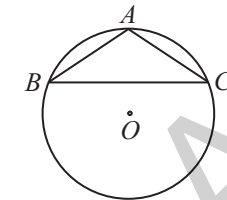
- (5p) 4. Figura alăturată reprezintă trapezul dreptunghic  $ABCD$ , cu  $\sphericalangle A = \sphericalangle D = 90^\circ$ ,  $AB \parallel CD$ ,  $AC \perp BD$ ,  $AC \cap BD = \{O\}$ , iar  $AB = 9$  m și  $CD = 4$  m. Aria triunghiului  $ABC$  este egală cu:

- a)  $24 \text{ m}^2$ ;                      b)  $27 \text{ m}^2$ ;  
c)  $28 \text{ m}^2$ ;                      d)  $30 \text{ m}^2$ .



- (5p) 5. În figura alăturată este reprezentat un cerc de centru  $O$ , în care este înscris triunghiul isoscel  $ABC$  cu  $AB = AC = 24$  cm și  $BC = 24\sqrt{3}$  cm. Raza cercului de centru  $O$  are lungimea egală cu:

- a) 18 cm;                              b) 24 cm;  
c)  $18\sqrt{2}$  cm;                      d)  $18\sqrt{3}$  cm.



- (5p) 6. Remorca unui autocamion are forma unui paralelipiped dreptunghic cu lungimea de 6 m, lățimea de 2 m și înălțimea de 1,5 m. Autocamionul trebuie încărcat cu cutii de marfă în formă de paralelipiped dreptunghic, având lungimea de 1,2 m, lățimea de 1 m și înălțimea egală cu 0,5 m. Șoferul vrea să știe care este numărul maxim de cutii care pot fi depozitate în autocamionul său. Acest număr este egal cu:

- a) 25;                                      b) 27;                                      c) 30;                                      d) 35.

**SUBIECTUL al III-lea. Scrie rezolvările complete.**

**(30 de puncte)**

1. Într-o clasă sunt 30 de elevi. Dacă din clasă pleacă două fete și patru băieți, atunci numărul fetelor este de 3 ori mai mare decât numărul băieților.

- (2p) a) Este posibil ca numărul băieților din clasă să fie egal cu 12? Justifică răspunsul dat.  
(3p) b) Determină numărul fetelor din clasă.

2. Se consideră expresia  $E(x) = (2x - 1)^2 - (2 - x)(2x + 5) - (x + 3)^2 + x(9 - 4x) + 18$ , unde  $x \in \mathbb{R}$ .

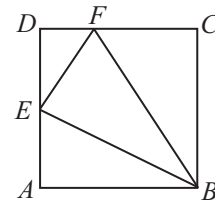
- (2p) a) Arată că  $E(x) = x^2$ , pentru orice număr real  $x$ .  
(3p) b) Calculează suma  $S = E(2^0) + E(2^1) + E(2^2) + E(2^3) + E(2^4) + \dots + E(2^{50})$ .

3. Se consideră numerele reale  $a = \left(\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{5}}\right) \cdot 2\sqrt{15} - \sqrt{48}$  și  $b = \frac{2}{3}(\sqrt{180} - 2\sqrt{27}) + \sqrt{192}$ .

- (2p) a) Calculează valorile numerelor reale  $a$  și  $b$ .  
(3p) b) Calculează media geometrică a numerelor  $a$  și  $b$ .

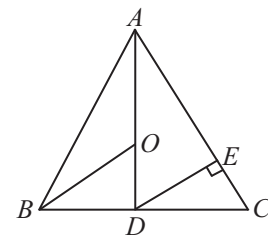
4. În figura alăturată este reprezentat un pătrat  $ABCD$ , cu latura  $AB = 12$  cm, punctul  $E$  este mijlocul laturii  $AD$ , iar punctul  $F$  este situat pe latura  $CD$ , astfel încât  $DF = 3$  cm.

- (2p) a) Calculează lungimea segmentului  $BF$ .  
(3p) b) Determină măsura unghiului  $BEF$ .



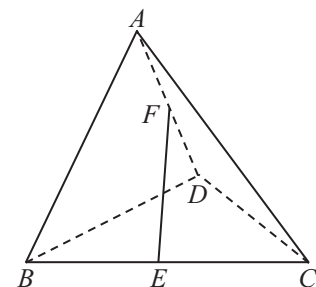
5. În figura alăturată este reprezentat triunghiul isoscel  $ABC$ ,  $AB = AC$  și  $BC = 30$  cm, iar  $AD \perp BC$ ,  $D \in BC$ . Distanța de la punctul  $D$  la latura  $AC$ ,  $DE \perp AC$ ,  $E \in AC$ , este egală cu 12 cm.

- (2p) a) Arată că perimetrul triunghiului  $ABC$  este egal cu 80 cm.  
(3p) b) Dacă punctul  $O$  aparține lui  $AD$ , astfel încât  $AO = BO = CO$ , calculează lungimea segmentului  $BO$ .



6. În figura alăturată este reprezentată piramida  $ABCD$ , cu  $AB = AC = AD = 12\sqrt{2}$  cm și  $\sphericalangle BAC = \sphericalangle DAC = \sphericalangle BAD = 90^\circ$ . Știind că punctele  $E$  și  $F$  sunt mijloacele muchiilor  $BC$ , respectiv  $AD$ , atunci:

- (2p) a) Calculează aria triunghiului  $BCD$ .  
(3p) b) Calculează sinusul unghiului format de dreptele  $AB$  și  $EF$ .



## INDICAȚII ȘI SOLUȚII

### PRECIZĂRI

#### Subiectul I și Subiectul al II-lea

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns corect se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

#### Subiectul al III-lea

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut.

### TESTUL 1

**Subiectul I.** 1. d). 2. c). 3. a). 4. d). 5. a). 6. b).

**Subiectul al II-lea.** 1. a). 2. b). 3. b). 4. c). 5. d). 6. a).

**Subiectul al III-lea.** 1. a)  $\min n = 18$ ; b)  $\max n = 72$ . 2. a)  $E(3^{2n} - 4) = 9^{n+1}(9^{n-1} - 2)$ ;  $n \in \mathbb{N}$ ;  $n > 1 \Rightarrow n - 1 > 0 \Rightarrow n - 1 \in \mathbb{N} \Rightarrow 9^{n+1} \mid E(3^{2n} - 4)$ .

3. a) Vezi reprezentarea grafică alăturată; b) Se observă că  $AB = 5\sqrt{5}$ ,  $AC = 3\sqrt{5}$  și  $BC = 4\sqrt{5}$ . Conform reciprocei teoremei lui Pitagora,

$\triangle ACB$  este dreptunghic, cu  $\sphericalangle ACB = 90^\circ$ . Deci,  $d(C, AB) = \frac{AC \cdot BC}{AB} \Rightarrow$

$$\Rightarrow d(C, AB) = \frac{12\sqrt{5}}{5}. \quad 4. \text{ a) } \triangle MDC \sim \triangle MAB \text{ (} CD \parallel BA \text{)} \Rightarrow \frac{MD}{MA} = \frac{MC}{MB} =$$

$$= \frac{CD}{AB} = \frac{3}{8} \Rightarrow MD = 9 \text{ cm}; MC = 12 \text{ cm}; \mathcal{P}_{MDC} = 36 \text{ cm}^2; \text{ b) Conform}$$

reciprocei teoremei lui Pitagora,  $\sphericalangle DMC = 90^\circ \Rightarrow \sphericalangle AMB = 90^\circ$ . Pre-

supunem că  $MP \cap DC = \{T\} \Rightarrow \triangle MDT \sim \triangle MAP \Rightarrow \frac{MD}{MA} = \frac{DT}{AP} = \frac{3}{8} \Rightarrow$

$$\Rightarrow DT = \frac{15}{2} = DN \Rightarrow T = N \text{ (coincid)} \Rightarrow M, N, P \text{ - coliniare}; NP = MP - MN = \frac{AB}{2} - \frac{CD}{2} = \frac{25}{2} = 12,5 \text{ cm. } 5. \text{ a) În}$$

$\triangle ADB$ :  $\sphericalangle ADB = 90^\circ$ ,  $DE$  - mediană  $\Rightarrow DE = \frac{AB}{2} = AE \Rightarrow \triangle ADE$  - isoscel  $\Rightarrow \sphericalangle EDA = \sphericalangle EAD = a$ . În  $\triangle ADC$ :  $\sphericalangle ADC =$

$= 90^\circ$ ,  $DF$  - mediană  $\Rightarrow DF = \frac{AC}{2} = AF \Rightarrow \triangle FAD$  - isoscel  $\Rightarrow \sphericalangle FDA = \sphericalangle FAD = b$ . Cum  $\sphericalangle EAD + \sphericalangle FAD = 90^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow a + b = 90^\circ$ . Deci  $\sphericalangle FDE = a + b = 90^\circ \Rightarrow DE \perp DF$ ; b)  $\mathcal{A}_{AEDF} = \frac{1}{2} \mathcal{A}_{ABD} + \frac{1}{2} \mathcal{A}_{ADC} = \frac{1}{2} \mathcal{A}_{ABC} = 27 \text{ cm}^2$ . 6. a) În  $\triangle ACB'$ ,

$OM$  - linie mijlocie. Deci,  $OM \parallel AB'$ , cum  $AB' \subset (AB'D') \Rightarrow OM \parallel (AB'D')$ ; b)  $OM \parallel AB'$  și  $D'C \parallel A'B' \Rightarrow \sphericalangle(OM, D'C) =$

$= \sphericalangle(AB', A'B)$ . Cum  $AB' \cap A'B = \{N\} \Rightarrow \sphericalangle(AB', A'B) = \sphericalangle ANB$ .  $\mathcal{A}_{ANB} = \frac{1}{4} \mathcal{A}_{ABB'A'} = \frac{AN \cdot BN \cdot \sin(\sphericalangle ANB)}{2} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \sin(\sphericalangle ANB) = \frac{2\sqrt{6}}{5}.$$

