

EDITURA PARALELA 45

Colecția **SUBIECTE POSIBILE**

Redactare: Ramona Rossall
Tehnoredactare: Iuliana Ene
Pregătire de tipar: Marius Badea
Design copertă: Delia Gheorghe

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României
DRAGOMIR, LUCIAN

Simularea examenului de bacalaureat, Matematică, clasa a XI-a,
profil mate-info : 30 de teste, după modelul M.E.N / Lucian Dragomir,
Adriana Dragomir, Ovidiu Bădescu. - Pitești : Paralela 45, 2019

Conține bibliografie
ISBN 978-973-47-2885-5

I. Dragomir, Adriana
II. Bădescu, Ovidiu

51

Copyright © Editura Paralela 45, 2019
Prezenta lucrare folosește denumiri ce constituie mărci înregistrate,
iar conținutul este protejat de legislația privind dreptul de proprietate intelectuală.

Adriana Dragomir

Lucian Dragomir

Ovidiu Bădescu

Simularea examenului de bacalaureat
Matematică
Clasa a XI-a, profil mate-info

30 de teste, după modelul M.E.N.

Editura Paralela 45

Cuvânt-înainte

Această lucrare este continuarea firească a culegerilor autorilor pentru toate clasele de liceu și, așa cum poate se citește printre rânduri, a fost scrisă cu suflet și trudă, din dorința de a oferi tuturor elevilor de clasa a XI-a (și nu numai) o colecție de probleme și exerciții utile, reunite sub forma a 30 de teste, după modelul M.E.N. Acestea au constituit în ultimii 30 de ani subiecte la lucrări scrise, chestiuni mai simple sau un pic mai problematice în încercările la tablă, toate propuse elevilor de către autori. În mare măsură, cartea este de fapt o culegere de autor, asemenea multora pe care le au unii dintre colegi în geantă, prin dosare și caiete muncite cu atâtea generații. Dorim și sperăm ca, pe această cale, să umplem golul, sau aproape golul, existent pe piața cărții școlare în ceea ce privește acest segment (simularea examenului național de bacalaureat pentru elevii claselor a XI-a).

Majoritatea problemelor au răspunsuri sau chiar soluții detaliate acolo unde am considerat că este cazul. Invităm elevii să consulte rezolvările, aceasta evident după ce au încercat singuri lupta cu chestiunile propuse, măcar pentru verificare sau pentru a găsi noi idei.

Revenind la resorturile intime care au dus la redactarea acestei lucrări, credem că nu greșim dacă reamintim tuturor că, aproape zilnic, trebuie să „rezolvăm o problemă”, să luăm cel puțin o decizie. A găsi soluția, calea cea bună, înseamnă a gândi. Matematica școlară ar trebui astfel, în primul rând, să învețe tinerii să gândească. Nu în ultimul rând, frumusețea raționamentului matematic, tehnicile specifice de lucru ar trebui să deschidă larg poarta spre diverse domenii ale științei, spre artă și viața cotidiană. Elevii, și nu numai ei, trebuie să ajungă să simtă că matematica și comorile ei le sunt și le vor fi utile azi și mai ales mâine; evident, asta nu este deloc ușor realizabil, mai ales că, față de alte discipline, matematica este, vrem, nu vrem, mai abstractă. Apropierea orelor de matematică de tot ceea ce ne înconjoară, de viața de zi cu zi, nu credem că e posibilă în permanență; poate e mai important să facem orele plăcute și atractive prin atmosfera creată, prin căldura transmisă, prin cultivarea dialogului, prin crearea unor situații afectiv pozitive.

Trebuie să subliniem că prezenta culegere se adresează, de fapt, tuturor elevilor de clasa a XI-a, și nu numai, care doresc să se pregătească nu doar pentru simularea examenului de bacalaureat la matematică, ci și pentru examenul în sine.

Mulțumim tuturor colegilor și prietenilor care, într-un fel sau altul, ne-au ajutat și susținut în demersul personal didactic în timp; nu în ultimul rând, le mulțumim elevilor noștri, care au întrebat, au rezolvat, au corectat, au sugerat; urmașilor lor, celor aflați încă în băncile liceului, le dorim succes, sperând din tot sufletul ca această carte să le fie de folos. O mențiune absolut specială i se acordă din suflet și, deci, cu drag, elevei (încă) Iulia Voiț, pentru efortul depus într-o vacanță în care alții s-au odihnit aproape total. Efortul său nu cred că poate fi măsurat prin cuvinte potrivite.

Evident, ca orice încercare omenească, această culegere este perfectibilă. Așteptăm, așadar, sugestii, observații, comentarii binevoitoare.

Autorii

Teste pregătitoare pentru simularea examenului de bacalaureat

Testul 1

Subiectul I

1. Calculați partea întreagă a numărului $a = \frac{12}{\sqrt{5}-1}$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x^2 - 3x + 5$. Arătați că există un număr irațional α , pentru care $f(\alpha) \in \mathbb{Q}$.
3. Determinați numerele reale a , pentru care numărul complex $z = \frac{1+ai}{a+i}$ este real.
4. Determinați numărul natural n , pentru care mulțimea $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ conține exact 128 de submulțimi cu un număr impar de elemente, unul dintre acestea fiind n .
5. Determinați numerele reale a și b , pentru care $H(a,b)$ este ortocentrul triunghiului care are vârfurile $A(3, 1), B(5, 3), C(0, 4)$.
6. Arătați că, dacă $d = \cos \frac{38\pi}{3}$, atunci numărul $2d$ este întreg.

Subiectul al II-lea

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.
 - a) Determinați matricea $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, pentru care $A \cdot X = B$.
 - b) Determinați numărul întreg t , știind că $A^2 = t \cdot A - I_2$.
 - c) Demonstrați că, dacă $A^2 X = X A^2$, cu $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, atunci $AX = XA$.
2. Se notează cu M mulțimea matricelor $X(a,b) = \begin{pmatrix} 1 & a & b \\ 0 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{C})$.
 - a) Arătați că pentru orice numere complexe a și b este adevărată egalitatea $(X(a,b) - I_3)^3 = O_3$.

- b) Determinați matricea $A \in M$, pentru care $X(1, 2) \cdot A = X(4, 9)$.
 c) Determinați suma elementelor matricei $X^{2019}(1, 2)$.

Subiectul al III-lea

1. Se consideră funcția $f: \left(-\frac{1}{2}, +\infty\right) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x + \ln(1 + 2x)$.

- a) Arătați că graficul funcției considerate are o asimptotă verticală.
 b) Arătați că numărul $L = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{f(x)}{x}$ este întreg.
 c) Determinați numărul natural n , pentru care $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + f(x))^{1/x} = e^n$.

2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x + e^{2x}$.

- a) Arătați că numărul $A = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$ este natural.
 b) Arătați că funcția considerată este inversabilă și determinați $B = f^{-1}(1)$.
 c) Demonstrați că ecuația $f(x) = 2e^x$ are cel puțin o soluție reală.

Testul 2

Subiectul I

1. Determinați numărul real m , pentru care numărul complex $1 - i$ este soluție a ecuației $x^2 - 2x + m = 0$.
 2. Arătați că funcția $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, f(n) = \left\lfloor \frac{n}{3} \right\rfloor$ este surjectivă, dar nu este injectivă.
 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\frac{\log_2(1+x)}{\log_2(1-x)} = 2$.
 4. O carte de biologie este cu 25% mai scumpă decât o carte de matematică. Determinați numărul natural p , știind că această carte de matematică este mai ieftină cu $p\%$ decât acea carte de biologie.
 5. Arătați că, dacă $\operatorname{tg} x = 2$, atunci numărul $a = \frac{\sin^2 x + 8 \cos^2 x}{\sin^2 x + 2 \cos^2 x}$ este întreg.
 6. Demonstrați că, pentru orice număr real m , toate dreptele de ecuații $d_m: (m+1)x + (m-1)y - 2m = 0$ trec printr-un punct fix.

Cuprins

| | |
|--|----|
| <i>Cuvânt-înainte</i> | 5 |
| <i>Teste pregătitoare pentru simularea examenului de bacalaureat</i> | |
| Enunțuri..... | 7 |
| Soluții | 51 |
| <i>Bibliografie selectivă</i> | 89 |