

Artur Bălăucă

Cătălin Budeanu

**PROBLEME DE
RECAPITULARE
MATEMATICĂ**

clasa a V - a



Editura Taida

Succesul tău începe cu noi!

Cuvânt înainte

„Nu adevăru-i rostul
Ci drumul tău spre el“
(Dan Brânzei – Caut)

Stimați elevi,

În elaborarea acestei lucrări, autorii au plecat de la ideea că activitatea de învățare, în special la matematică, este un proces continuu care nu trebuie întrerupt nici măcar în timpul liber.

Preocuparea matematică desfășurată după un program riguros, are menirea de a vă ajuta să completați și să aprofundați cunoștințele și deprinderile acumulate în timpul activităților școlare.

De asemenea, îmbinând activitățile recreative specifice timpului liber cu cele matematice independente, veți asimila cunoștințe noi, și totodată vă veți dezvolta abilități de autoînvățare și de autoevaluare.

Lucrarea conține spații generoase pentru rezolvarea exercițiilor și a problemelor.

Fiind în timpul liber, autorii au decis să vă amuzați puțin și cu eroul nostru, Gigel.

Lucrarea este concepută astfel încât să fie un sprijin util de lucru independent, cuprinde exerciții și probleme plăcute și atractive, multe dintre ele fiind cu caracter practic, dovedind încă o dată că matematica este ancorată în viața de zi cu zi și că aceasta se face oriunde, oricând și oricum, așa cum a remarcat marele matematician român **Grigore C. Moisil**.

Dragi elevi, succes deplin în îmbinarea plăcutului cu utilul!

Autorii

Cuprins

CAPITOLUL I. NUMERE NATURALE

I.1. Scrierea și citirea numerelor naturale.....	5
I.2. Reprezentarea numerelor naturale pe axa numerelor naturale. Compararea, aproximarea și ordonarea numerelor naturale.....	7
I.3. Operații cu numere naturale. Proprietăți. Ordinea efectuării operațiilor și utilizarea parantezelor.....	10
I.4. Puterea cu exponent natural a unui număr natural. Pătratul și cubul unui număr natural. Reguli de calcul cu puteri. Compararea puterilor.....	19
I.5. Metode aritmetice de rezolvare a problemelor	
I.5.1. Metoda reducerii la unitate.....	24
I.5.2. Metoda comparației.....	26
I.5.3. Metoda figurativă.....	27
I.5.4. Metoda mersului invers.....	29
I.5.5. Metoda falsei ipoteze (presupunerii).....	30
I.6. Divizibilitatea numerelor naturale.....	32
I.7. Propoziții adevărate și propoziții false.....	36
I.8. Media aritmetică a două sau a mai multor numere naturale.....	38

CAPITOLUL II. FRAȚII ORDINARE

II.1. Reprezentarea fracțiilor cu ajutorul unor desene. Frații echiunitare, subunitare, supraunitare. Scoaterea întregilor dintr-o fracție. Introducerea întregilor într-o fracție.....	40
II.2. Amplificarea și simplificarea fracțiilor. Frații ireductibile. Frații echivalente. Reprezentarea fracțiilor pe axa numerelor. Aflarea unei fracții dintr-un număr natural sau dintr-o fracție. Procente.....	43
II.3. Adunarea și scăderea fracțiilor ordinare. Compararea fracțiilor.....	48
II.4. Înmulțirea fracțiilor ordinare, puteri; împărțirea fracțiilor ordinare.....	52

CAPITOLUL III. FRAȚII ZECIMALE

III.1. Scrierea și citirea fracțiilor zecimale. Compararea, ordonarea și reprezentarea pe axa numerelor a fracțiilor zecimale. Aproximări.....	55
III.2. Operații cu fracții zecimale. Ordinea efectuării operațiilor și folosirea parantezelor cu fracții zecimale finite. Periodicitate. Probleme.....	58

CAPITOLUL IV. ELEMENTE DE GEOMETRIE. UNITĂȚI DE MĂSURĂ

IV.1. Elemente de geometrie.....	63
IV.2. Unități de măsură pentru lungime, arie, volum, capacitate, masă, timp, unități monetare. Perimetre, arii, volume.....	66

SĂ NE PREGĂTIM PENTRU TESTAREA ÎNȚIALĂ DIN CLASA VI-A

Testul 1.....	73
Testul 2.....	74

RĂSPUNSURI	77
-------------------------	----

CAPITOLUL I. NUMERE NATURALE

I.1. Scrierea și citirea numerelor naturale

Să ne amintim!



- Numerele naturale se scriu cu ajutorul cifrelor arabe: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

- Numerele naturale pot fi exprimate și cu cifre romane: I, V, X, L, C, D și M care reprezintă numerele 1, 5, 10, 50, 100, 500 și, respectiv, 1000.

- Șirul numerelor naturale este: 1, 2, 3, 4, ..., 11, 12, 13,

Numerele naturale n și $n + 1$ se numesc **numere consecutive**.

- Un număr natural de două cifre se reprezintă sub forma \overline{ab} , unde a și b sunt cifre (nu neapărat diferite!) și $a \neq 0$.

- Un număr natural de trei cifre se reprezintă sub forma \overline{abc} , unde a , b și c sunt cifre cu $a \neq 0$.

- Numerele naturale de patru cifre, de cinci cifre, de șase cifre se reprezintă sub forma \overline{abcd} , \overline{abcde} , \overline{abcdef} , etc.

Numărul natural \overline{ba} se numește **răsturnatul** numărului natural \overline{ab} . Numărul natural \overline{cba} se numește **răsturnatul** numărului \overline{abc} , ș.a.m.d.

De exemplu: răsturnatul numărului 231 este 132; răsturnatul numărului 12342 este 24321.

EXERCITII ȘI PROBLEME PROPUSE

1. Scrieți cu litere numerele:

a) 43056

b) 135492

c) 2000013

2. Scrieți cu cifre numerele:

a) optzeci și trei de mii optsute șaptezeci

b) optzeci de milioane șapte sute opt mii cincizeci și patru

c) 3 milioane 3 mii 3

3. Scrie:

a) anul în care te-ai născut

b) anii în care s-au născut părinții tăi

c) anii în care s-au născut bunicii tăi

b) trei numere naturale consecutive de câte trei cifre:

.....

c) patru numere naturale consecutive de câte patru cifre:

.....

13. a) Aflați locul pe care îl ocupă numărul 2013 în șirul: 3, 11, 13, 21, 23, 31, ...:

.....

b) Ce număr se află în șir după numărul 2013?

.....

14. Se dă șirul de numere: 1, 2, 0, 3, 4, 1, 5, 6, 2, 7, 8, 0, 9, 10, 1, 11, 12, 2, ...

a) Scrieți următorii șase termeni din șir:

b) Pe ce loc se află numărul 2014 în șir?

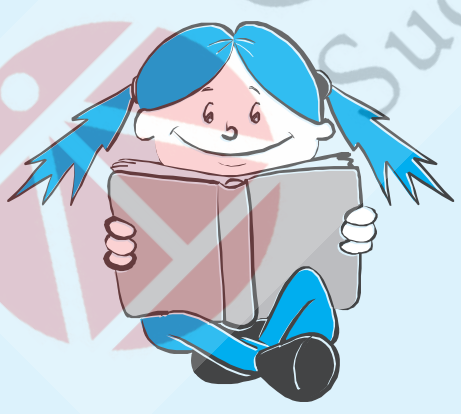
.....

15. La McDonald's bucătarul șef face într-un minut 5 clătite. În momentul în care începe să facă următoarea sarjă de 5 clătite, 4 clătite sunt deja consumate. În câte minute reușește bucătarul să aibă pe masă 100 de clătite neconsumate?

.....

.....

I.2. Reprezentarea numerelor naturale pe axa numerelor naturale. Compararea, aproximarea și ordonarea numerelor naturale



Să ne amintim!

- Aproximarea prin lipsă până la zeci (sute, mii, ș.a.m.d.) este cel mai mare număr, mai mic sau egal cu numărul respectiv format numai din zeci (sute, mii, ș.a.m.d.).
- Aproximarea prin adaos până la zeci (sute, mii, ș.a.m.d.) este cel mai mic număr, mai mare sau egal cu numărul respectiv format numai din zeci (sute, mii, ș.a.m.d.).
- Rotunjirea până la zeci (sute, mii, ș.a.m.d.)

este aproximarea prin lipsă sau adaos la cea mai apropiată de valoarea numărului dat.

III.2. Operații cu fracții zecimale. Ordinea efectuării operațiilor și folosirea parantezelor cu fracții zecimale finite. Periodicitate. Probleme



Să ne amintim!

$$\overline{p, a_1 a_2 \dots a_n} = p \frac{a_1 a_2 \dots a_n}{10^n} \quad (\text{fracție zecimală cu un număr finit de zecimale})$$

$$\overline{k, (a_1 a_2 \dots a_n)} = k \frac{a_1 a_2 \dots a_n}{\underbrace{99 \dots 9}_n \text{ cifre}} \quad (\text{fracție zecimală periodică simplă})$$

$$\overline{q, a_1 a_2 \dots a_n (b_1 b_2 \dots b_m)} = \frac{a_1 a_2 \dots a_n b_1 b_2 \dots b_m - a_1 a_2 \dots a_n}{\underbrace{99 \dots 9}_{m \text{ cifre}} \underbrace{00 \dots 0}_{n \text{ cifre}}} \quad (\text{fracție zecimală periodică mixtă})$$

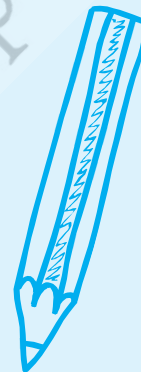
Exemple: $\frac{7}{16} = 7 : 16 = 0,4375$; $\frac{142}{25} = 142 : 25 = 5,68$;

$\frac{3}{7} = 3 : 7 = 0,428571428571 \dots = 0,(428571)$;

$\frac{2}{9} = 2 : 9 = 0,2222\dots = 0,(2)$;

$\frac{21}{11} = 1,9090\dots = 1,(90)$; $1,(90) = 1 \frac{90^{(9)}}{99} = 1 \frac{10}{11}$;

$\frac{17}{6} = 2,833\dots = 2,8(3)$; $2,8(3) = 2 \frac{83-8}{90} = 2 \frac{75^{(15)}}{90} = 2 \frac{5}{6}$.



EXERCITII ȘI PROBLEME PROPUSE

1. Calculați:

- | | | |
|-----------------------|--------------------------|-------------------------------|
| a) $3,8 + 4,2$; | e) $3,145 - 0,12$; | i) $2,14 + 5,62 + 7,231$; |
| b) $13,9 + 14,8$; | f) $23,5 - 17,145$; | j) $12,13 - 3,49 - 2,51$; |
| c) $14,02 + 11,347$; | g) $3,5 + 1,43 + 4,2$; | k) $12,143 - 1,67 + 3,14$; |
| d) $9,8 - 3,14$; | h) $3,12 + 4,28 + 1,9$; | l) $18,139 - 13,14 - 4,252$. |

.....

.....

.....

.....

.....

.....

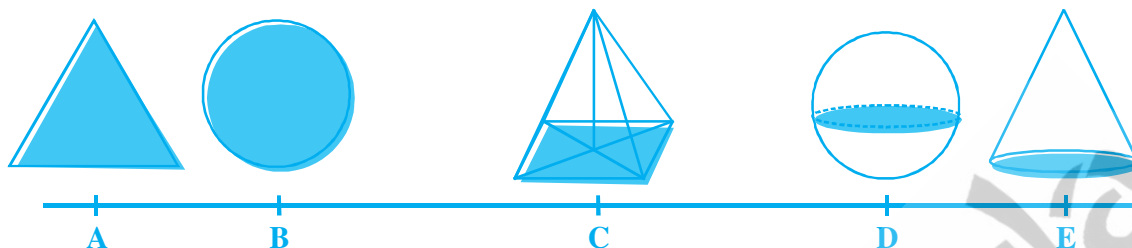
.....

.....

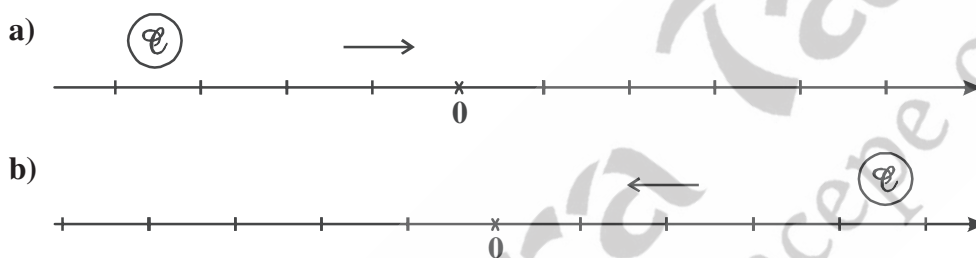
.....

.....

7. Dacă distanța dintre triunghi și piramidă este de 25 cm, dintre cerc și sferă de 31 cm, dintre piramidă și con de 24 cm, iar dintre triunghi și sferă de 41 cm, aflați distanța dintre oricare două figuri alăturate.



8. Deplasați cercul \mathcal{C} pe axă astfel încât să obțineți simetricul ei față de origine. Câte unități de măsură trebuie să parcurgeți în fiecare caz?



9. Într-un pătrat cu latura de 1 m se construiesc pătrate cu latura de 1 dm. În fiecare pătrat cu latura de 1 dm se construiesc pătrate cu latura de 1 cm. În fiecare pătrat cu latura de 1 cm se construiesc pătrate cu latura de 1 mm. Aflați numărul pătratelor cu latura de:

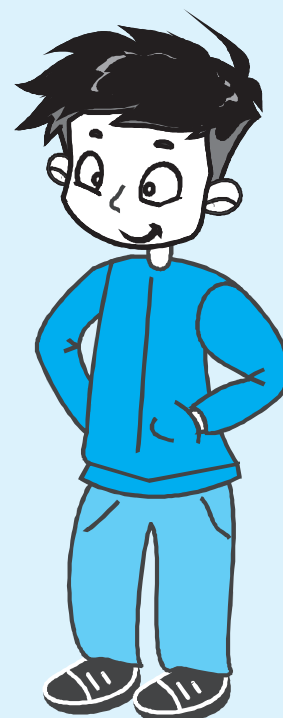
- a) 1 dm; b) 1 cm; c) 1mm.

Să ne amuzăm cu Gigel!



– Gigel, dragă, am visat azi-noapte că am plecat cu toții la băi.
 – Iar eu am visat că ne-am și întors.

– Alo, alo, aici e târziu.
 – Ei, și ce crezi că pe la noi este mai devreme?

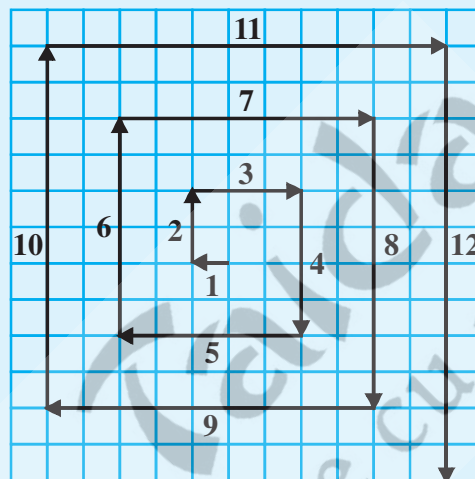


IV.2. Unități de măsură pentru lungime, arie, volum, capacitate, masă, timp, unități monetare. Perimetre, arii, volume

Exerciții rezolvate:



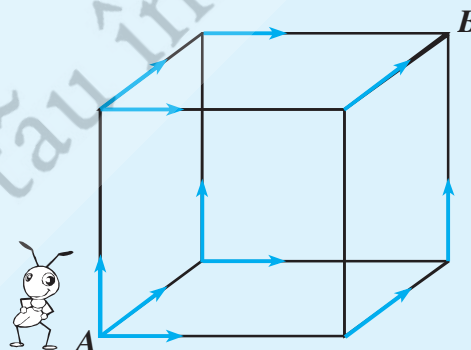
1. Aflați lungimea spiralei din figura alăturată, dacă un pătrățel are latura de 1 cm.



Rezolvare:

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 11 + 12 = (12 \cdot 13) : 2 = 78 \text{ cm.}$$

2. Cubul alăturat are muchia de lungime 4 cm. O furnică pleacă din colțul A și trebuie să ajungă în colțul B pe drumul cel mai scurt mergând numai pe muchiile cubului. Este puțin dificil de numărat. De fapt v-am dat o indicație pe figură. Urmăriți săgețile din fiecare colț (vârf) al cubului.



Rezolvare:

Sunt $3 \times 2 = 6$ drumuri cu lungimea cât 3 muchii de ale cubului, adică 12 cm.

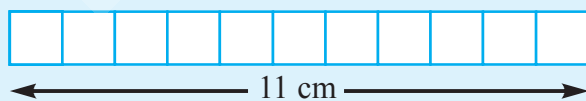
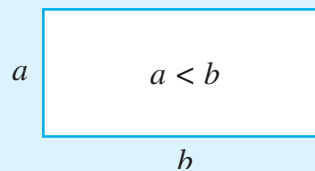
3. Există multe dreptunghiuri al căror perimetru este egal cu 24 cm?

- a) Desenați-le pe o foaie cu pătrățele.
- b) Care este dreptunghiul cu cea mai mare arie?

Rezolvare:

a) $a + b = 12 \text{ cm} \Rightarrow a = 1, b = 11$ sau $a = 2, b = 10$ sau $a = 3, b = 9$ sau $a = 4, b = 8$ sau $a = 5, b = 7$.

Dacă $a = b = 6 \text{ cm}$, atunci dreptunghiul devine pătrat.



$$A = 11 \cdot 1 = 11 \text{ cm}^2$$

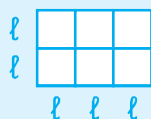
Desenați celelalte dreptunghiuri.

b) 35 cm^2 . Dacă dreptunghiul devine pătrat, atunci $A = 36 \text{ cm}^2$.

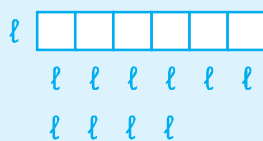
4. Victor, Dragoș și Smărăndița primesc de la doamna profesoară câte 6 cartonașe egale sub formă de pătrat și solicită să le așeze unele lângă altele ca la domino, cu laturi care se ating. Cei trei copii sunt invitați să calculeze perimetrul și aria figurilor obținute în funcție de lungimea laturii unui cartonaș. Copii au obținut valori diferite ale perimetrelor și, aceleași valori pentru ariile figurilor construite.

Ce valori au obținut?

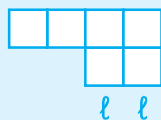
Rezolvare:



desenul lui Victor; $\mathcal{P} = 2 \cdot (3 + 2) = 10 \ell$ și $Aria = 6 \ell^2$.



desenul lui Dragoș; $\mathcal{P} = 2 \cdot (6 + 1) = 14 \ell$ și $Aria = 6 \ell^2$.



desenul Smărăndiței; $\mathcal{P} = 4 + 2 + 2 + 1 + 2 + 1 = 12 \ell$ și $Aria = 6 \ell^2$

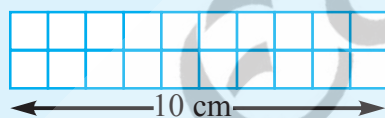
5. Există multe dreptunghiuri al căror perimetru este egal cu 24 cm. Desenați-le pe o foaie cu pătrățele.

Care este dreptunghiul cu cea mai mare arie?

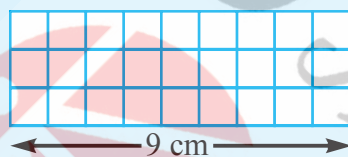
Rezolvare:



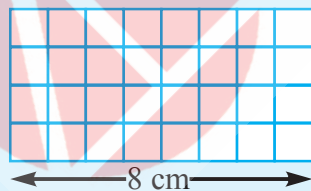
$$A = 11 \cdot 1 = 11 \text{ cm}^2$$



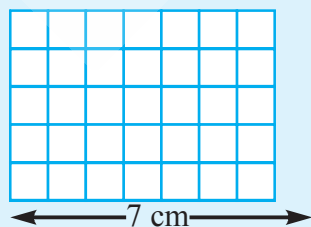
$$A = 10 \cdot 2 = 20 \text{ cm}^2$$



$$A = 9 \cdot 3 = 27 \text{ cm}^2$$



$$A = 8 \cdot 4 = 32 \text{ cm}^2$$



$$A = 7 \cdot 5 = 35 \text{ cm}^2$$

RĂSPUNSURI

Răspunsuri

CAPITOLUL I. NUMERE NATURALE

I.1. Scrierea și citirea numerelor naturale

2. **a)** 83870; **b)** 80708054; **c)** 3003003. **4.** 101, 111, 121, 131, 141, 151, 161, 171, 181, 191, 202, 212, 222, 232, etc. **5.** (81, 18), (42, 24), (74, 47), (97, 79), (27, 72), (23, 32), (15, 51), (29, 92). **6.** 580, 581, ..., 589. **7.** 10, 20, 30, 12, 13, 23, 21, 31, 32. **8.** 5559, 5955, 5595, 9555, 9995, 9599, 9959, 5999, 5599, 9955, 5959, 9595, 9559, 5995, 5959, 9595. **9.** 98192021. **10.** $9 \cdot 1 + 90 \cdot 2 + 900 \cdot 3 + 1015 \cdot 4 = 6949$ de cifre. **11. a)** Pe pagina 18, cifra 8; **b)** pe pagina 103, cifra 0; **c)** pe pagina 708, cifra 7. **12. a)** 14 și 15; **b)** 124, 125, 126; **c)** 3560, 3561, 3562, 3563. **13. a)** 403; **b)** 2021. **14. a)** 13, 14, 0, 15, 16, 1; **b)** pe locul 3020. **15.** După 96 de minute.

I.3. Operații cu numere naturale. Ordinea efectuării operațiilor și utilizarea parantezelor

1. **a)** 4715; **b)** 119092; **c)** 18751; **d)** 2001; **e)** 14960; **f)** 9813. **2. a)** $(25 + 175) + (39 + 261) = 200 + 300 = 500$; **b)** 800; **c)** 11110; **d)** 7000; **e)** $(11 \cdot 12) : 2 = 11 \cdot 6 = 66$; **f)** 1275; **g)** 2550; **h)** 25250. **3. a)** 2273; **b)** 14629; **c)** 12935; **d)** 65276. **4.** 5106. **5.** 21450. **7.** p(A), q(A), r(F), s(F). **8. a)** 33, 39, 45, 51; **b)** $6 \cdot 24 + 3 = 147$; **c)** $(6 \cdot 0 + 3) + (6 \cdot 1 + 3) + \dots + (6 \cdot 11 + 3) = 6 \cdot (1 + 2 + 3 + \dots + 11) + \underbrace{(3 + 3 + \dots + 3)}_{12 \text{ termeni}} = 6 \cdot (11 \cdot 12) : 2 + 12 \cdot 3 = 432$. **9. a)** 4995; **b)** $5 + 10 + \dots + 50 = 5 \cdot (1 + 2 + \dots + 10) = 5 \cdot (10 \cdot 11) : 2 = 275$. **10.** $9876 - 1023 = 8853$. **11.** 80 și 50. **12.** 348348348. **13.** 22 + 22 + 2. **14.** 647 și 7. **15.** 5, 6, 7. **16.** 3, 5, 7. **17.** 1234 și 834. **18. a)** 13300; **b)** 651; **c)** 56480; **d)** 708000; **e)** 10011; **f)** 870870; **g)** 405000; **h)** 32010; **i)** 672210; **j)** 11300; **k)** 345000; **l)** 450000. **19. a)** 6700; **b)** 453000; **c)** 7300; **d)** 1900; **e)** 131600; **f)** 0. **20. a)** 11; **b)** 971; **c)** 126; **d)** 45; **e)** 451; **f)** 26; **g)** 125; **h)** 25; **i)** 145; **j)** 10375; **k)** 25; **l)** 258. **21. a)** 161, rest 6; **b)** 302, rest 27; **c)** 168, rest 65; **d)** 228, rest 16; **e)** 118, rest 7; **f)** 169, rest 156; **g)** 39, rest 35; **h)** 286, rest 33; **i)** 106, rest 31. **22.** 282. **23.** 55, 56, 57, 58, 59. **24.** 0, 8, 16, 24, 32, 40, 48. **25.** 20 și 29. **26.** 1997 și 9989. **27. b)** 29; **c)** 44; **d)** 448; **e)** 338; **f)** 27; **g)** 9. **28. a)** $(1 + 2) : 3 = 1$; **b)** $1 \cdot (2 + 3) - 4 = 1$, etc. **29. a)** $10(1 + 2 + 3 + \dots + 9) = 10 \cdot (9 \cdot 10) : 2 = 450$, etc. **30.** 0. **31.** A. **32.** 11 stâlpi. **33.** 15 tăieturi. **34.** $22 + 2 + 2 + 2 = 22 + 2 \cdot 2 + 2$. **35. a)** $111 - 11$; **b)** $33 \cdot 3 + 3 : 3$; **c)** $5 \cdot 5 \cdot 5 - 5 \cdot 5$. **36. a)** $6 \cdot (12 + 24 : 4) + 7 = 115$; **b)** $6 \cdot (12 + 24 : 4 + 7) = 150$. **37.** 0, 0 și 2, 2. **38. a)** $2 \cdot (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) : (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) = 2$, etc. **39. a)** (0, 12), (1, 11), (2, 10), (3, 9), (4, 8), (5, 7), (6, 6). **b)** 0; 11; 20; 27; 32; 35; 36. **c)** Produsul este maxim când $a = b$. **d)** Produsul este maxim când a și b sunt vecine pe axa numerelor, adică $a = 7$ și $b = 8$ pentru că au parități diferite. **40.**

4	7	13
7	8	9
13	9	2

sau altă variantă.

I.4. Puterea cu exponent natural a unui număr natural. Pătratul și cubul unui număr natural. Reguli de calcul cu puteri. Compararea puterilor

2. **a)** 2^8 ; **b)** 3^6 ; **c)** 2^{23} ; **d)** 5^{10} ; **e)** 10^6 ; **f)** 2^{14} . **3. a)** $3^3 = 27$; **b)** $400 + 2500 = 2900$; **c)** 65; **d)** 64; **e)** 25; **f)** 108; **g)** 47; **h)** 361. **4. a)** 2^{15} ; **b)** 3^{11} ; **c)** 5^3 ; **d)** 3^3 ; **e)** 2^2 ; **f)** 10^2 ; **g)** 2^{39} ; **h)** 10^{56} ; **i)** 3^{40} ; **j)** 2^{21} ; **k)** 105^4 ; **l)** $(2^{80} \cdot 5^{70}) : (2^{50} \cdot 5^{20}) = 2^{30} \cdot 5^{50} = (2^3 \cdot 5^5)^{10}$. **5. a)** 4; **b)** 5; **c)** 1; **d)** 14; **e)** 0; **f)** 20; **g)** 10000; **h)** 1. **8. a)** 11^2 ; **b)** 51^2 ; **c)** 101^2 . **9.** $U(1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2014) = 0$. Deci $U(n) = 7$ și n nu e pătrat perfect. **10.** Ultima cifră a numărului $5n + 3$ este 3 sau 8, deci $5n + 3$ nu e pătrat perfect, etc. **11.** $3^3 = 27$, $4^2 = 64$. Numerele sunt 327 și 464. **12.** $34 = 25^2 + 3^2$; $74 = 7^2 + 5^2$; $100 = 8^2 + 6^2$. **13.** (1, 7) și (5, 5). **14.** 2^{2015} . **15.** $6^3 + 12^2 = 216 + 144 = 360$. **16. a)** 1525; **b)** 321; **c)** 21. **17.** Cel mai apropiat pătrat perfect de 112 este 100. Lui Victor îi mai rămân 12 cartoane. **18. a)** a 29-a zi. **b)** 29 de zile și, respectiv, 28 zile.