

CUPRINS

Prefață	I
Notă asupra ediției	V
Amintiri...	VII
Dragostea de știință. Articole din revista <i>Natura</i> (1905-1915)	1
Dragostea de știință	3
Educația publică	8
Însemnatatea astronomiei	11
Astronomia și pictura	17
Matematicile și natura	18
Matematicile și natura (continuare)	23
Cuadratura cercului	30
Mișcarea perpetuă	32
Știință și industria	37
Fabricarea unei umbrele	39
Principiul conservării energiei	41
Principiul lui Clausius	44
Curenți de aer într-o cameră	45
Despre energie	47
Cultura științifică	54
Probleme de geometrie plană	61
Enunțuri.....	63
Rezolvări	109

Așa și în problema cuadraturii cercului: înainte de a încerca construirea pătratului cu aceeași suprafață ca a cercului dat, trebuie cercetat dacă această construcție e cu puțință numai cu linia și cu compasul. Geometrii cei vechi erau convinși de posibilitatea construcției și de aceea încercările lor au rămas zadarnice, geometrii cei noi sub înrăurirea spiritului critic ce a luat naștere în secolul al XIX-lea, au pus la îndoială această posibilitate și n-a trecut mult și imposibilitatea însăși a construcției a fost pe deplin pusă în lumină.

În anul 1882, *F. Lindemann*¹⁷, profesor la Universitatea din München, urmând o metodă întrebuițată de celebrul *Hermite*¹⁸ într-o altă chestiune, reuși să învedereze această imposibilitate. S-a arătat astfel că cuadratura cercului e cu neputință, adică nu e cu puțință să se construiască numai cu linia și cu compasul un pătrat care să cuprindă aceeași suprafață ca cea a unui cerc dat.

1907, vol. III, pag. 101-103

MIȘCAREA PERPETUĂ

Se spune des proverbul cunoscut, că un nebun aruncă o piatră în apă și o sută de înțelepți nu pot s-o scoată, și se spune că un fel de răutate a omului cu minte puțină contra celor cu învățătură. Adevărul este că, dacă oamenii înțelepți s-au îndeletnicit câteodată să scoată pietrele aruncate de nebuni și n-au izbutit, apoi au scos mai intotdeauna altceva mai bun și mai folositor. Din pietrele aruncate de alchimiști în cuptoarele, cazanele, retortele și toate aparatele lor încurcate spre a fi prefăcute în aur, oamenii înțelepți au scos chimia cu toate aplicațiile ei fără sfârșit. Din mașinile cu roți nenumărate, din alcătuirile pe care nu ni le mai putem închipui acum, care trebuiau să dea mișcarea perpetuă, au izvorât, de o parte, mecanica teoretică, de altă parte, mecanica tehnică cu precizia ei fără seamăn.

Dacă astăzi apar în fiecare zi invenții cu adevărat folositoare, pe care lumea le primește imediat în serviciul nevoilor de toate zilele, asta dovedește încrederea acum statornicită în spiritul de chibzuială al cercetătorilor, fie mari și cu nume cunoscut, fie mai mărunți. Altădată însă, inventatorii erau pe jumătate, dacă nu pe de-a-ntregul,

¹⁷ Ferdinand von Lindemann (1852-1939) – matematician german, profesor la Ludwig-Maximilians-Universität (München) și rector al acestei universități; celebru în special pentru demonstrația transcendenței numărului π; printre studenții săi s-au numărat David Hilbert și Hermann Minkowski, mai târziu celebri matematicieni.

¹⁸ Charles Hermite (1822-1901) – matematician francez, cu lucrări importante în teoria numerelor, teoria invariантilor, polinoame ortogonale, algebră (n. r.)

parte a lui OA). Dreapta AE intersectează cercul (I) în F , iar dreapta AC intersectează cercul (O) în P . FI și PO se întâlnesc în G . Să se arate că $\overline{IG} = \overline{OA}$ și \overline{GD} este paralelă cu \overline{OA} .

50 În triunghiul ABC , $\angle A = 90^\circ$. Se iau pe \overline{BC} și \overline{AB} două puncte M, N astfel încât $\angle BAM = \angle BCN$. Să se arate că triunghiul BMN este dreptunghic.

51 Prin vîrful A al pătratului $ABCD$ se duce o dreaptă arbitrară care intersectează laturile \overline{BC} și \overline{CD} în E și F , iar diagonala \overline{BD} în G . Să se arate că CG este tangentă în C cercului CEF .

52 Tangenta în B la cercul (O) circumscris $\triangle ABC$ intersectează pe AC în D . Cercul (O_1) circumscris lui BCD intersectează pe AB în E .

Să se arate că:

- $\triangle BDE$ este isoscel;
- cercul circumscris lui ACE este tangent dreptei DE ;
- dreapta OA este perpendiculară pe DE .

53 Dacă $\overline{BB'}$ și $\overline{CC'}$ sunt două înălțimi în $\triangle ABC$, iar H punctul lor comun, să se arate că AHA' este a treia înălțime.

54 Fie $A'B'C'$ triunghiul format de picioarele înălțimilor $\triangle ABC$ (triunghi ortic) și H punctul de intersecție al acestora. Să se arate că H, A, B și C sunt centrele cercului inscris și al cercurilor exinscrise $\triangle A'B'C'$.

55 Fie O centrul cercului circumscris $\triangle ABC$. Să se arate că dreptele AO , BO , CO sunt respectiv perpendicularare pe laturile $\overline{B'C'}$, $\overline{C'A'}$, $\overline{A'B'}$ ale triunghiului ortic (teorema lui Nagel).

56 Fie P un punct arbitrar pe latura \overline{BC} a $\triangle ABC$, b și c proiecțiile lui pe \overline{AC} și \overline{AB} . Fie $\overline{AA'}, \overline{BB'}, \overline{CC'}$ cele trei înălțimi care se întâlnesc în H . Din B' și C' se duc perpendicularare pe \overline{AP} , care intersectează pe $\overline{AA'}$ în β și y . Să se demonstreze că $b\beta$ este perpendiculară pe \overline{AB} , iar cy pe \overline{AC} .

39. Dreapta AO întâlneste din nou cercul circumscris în D , $\angle ABC = \angle ADC$, având aceeași măsură, deci și complementele lor $\angle BAA'$ și $\angle DAC$ sunt egale. Altă soluție: A_1 este punctul de întâlnire al dreptei AO cu latura \overline{BC} ; AA'_1A_1 este tangent cercului (O) și suntem în cazul problemei 38.

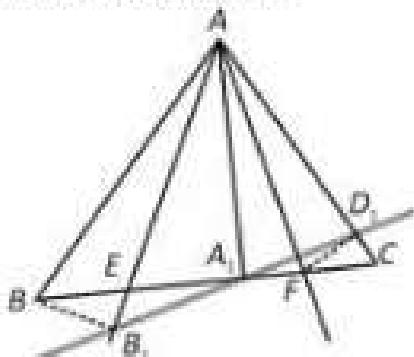


Fig. 10

40. Patrulaterele ABB_1A_1 și AA_1FD_1 (fig. 10) sunt inscripibile, deci $\angle BAA_1 = \angle BAB_1$ și $\angle FA_1D_1 = \angle FAD_1$; unghiurile opuse la vîrf în A_1 sunt egale și dreptele A_1B_1 și A_1D_1 sunt în prelungire.

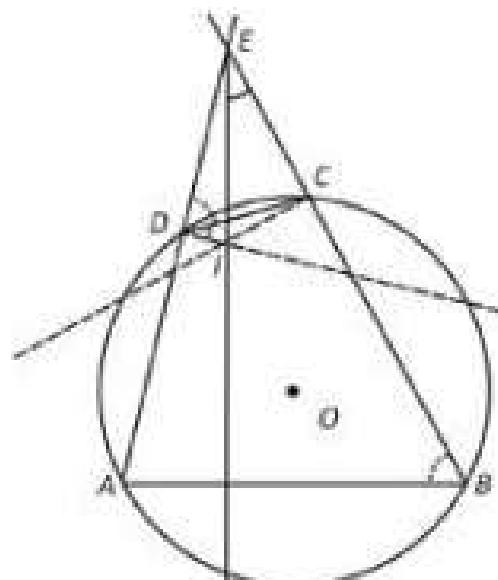


Fig. 11

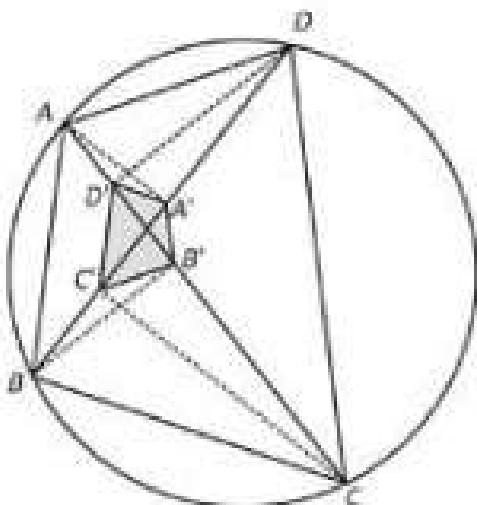


Fig. 12

42. În patrulaterul dat $\angle ABD = \angle ACD$ ca având aceeași măsură (fig. 12). În patrulaterul inscripabil $ABA'B'$: $\angle ABD = \angle CB'A'$. Rezultă că $\angle CB'A' = \angle ACD$, deci $A'B' \parallel CD$ etc.

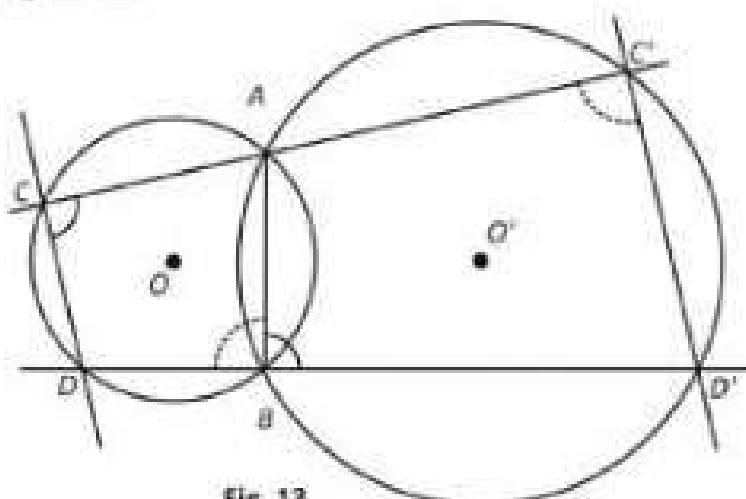


Fig. 13

43. Avem $\angle ACD = \angle ABD$, $\angle ACD' = \angle ABD$ (fig. 13), deci $\angle ACD$ și $\angle ACD'$ sunt unghiuri interne de aceeași parte, suplementare.