

EDITURA PARALELA 45



Redactare: Ramona Rossall
Tehnoredactare: Iuliana Ene
Pregătire de tipar: Marius Badea
Design copertă: Mirona Pintilie

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României
Probleme de aritmetică pentru performanță : metode de rezolvare și
121 de teste cu rezolvări : clasele IV-V / Adrian Zanoschi,
Ioana Anton, Ciprian Baghiu, - Pitești : Paralela 45, 2019
ISBN 978-973-47-2883-1

I. Zanoschi, Adrian
II. Anton, Ioana
III. Baghiu, Ciprian

51

COMENZI – CARTEA PRIN POȘTĂ

EDITURA PARALELA 45
Bulevardul Republicii, Nr. 148, Clădirea C1, etaj 4, Pitești,
jud. Argeș, cod 110177
Tel.: 0248 633 130; 0753 040 444; 0721 247 918
Tel./fax: 0248 214 533; 0248 631 439; 0248 631 492
E-mail: comenzi@edituraparelela45.ro
sau accesați www.edituraparelela45.ro

Tiparul executat la tipografia *Editurii Paralela 45*
E-mail: tipografie@edituraparelela45.ro

Copyright © Editura Paralela 45, 2019

Prezenta lucrare folosește denumiri ce constituie mărci înregistrate,
iar conținutul este protejat de legislația privind dreptul de proprietate intelectuală.

ADRIAN ZANOSCHI, IOANA ANTON, CIPRIAN BAGHIU,
CORNELIU BRĂDĂȚEANU, IRINA CĂPRARU,
MIHAELA CIANGA, SILVIANA IONESEI,
REMUS NECHITA, VASILE NECHITA,
ANDREI PLUGARIU, CODRIN PRECUPANU

Probleme de aritmetică pentru performanță

metode de rezolvare și 121 de teste cu rezolvări

clasele IV-V

Editura Paralela 45

CUVÂNT-ÎNAINTE

Ideea acestei cărți s-a născut din pasiunea noastră pentru *matematică* și pentru *educație*, cu dorința de a răspunde nevoilor de cunoaștere și de înțelegere ale copiilor aflați în pragul gimnaziului. În acest context, ne dorim ca propunerile pe care cititorul le va întâlni în această lucrare, sub formă de exerciții sau probleme, să transforme informațiile în *cunoaștere* și, mai apoi, cunoașterea în *experiență*.

Culegerea se adresează în primul rând elevilor de clasa a IV-a care se pregătesc pentru concursurile de admitere în clasa a V-a sau pentru alte competiții școlare și extrașcolare. Ea este utilă, însă, și elevilor de clasa a V-a care doresc să aprofundeze metodele de rezolvare a problemelor de aritmetică, precum și alte teme speciale de olimpiadă. Conținuturile sunt în acord cu programele școlare în vigoare, dar există și câteva lecții mai deosebite – *Divizibilitatea numerelor naturale, Principiul cutiei, Invarianți* etc. – care nu sunt în programa de clasa a IV-a, dar sunt foarte apreciate de copiii talentați la matematică. Parcurgerea cărții marchează punctele-cheie din drumul pe care îl străbate un copil de la gândirea concretă la raționamentul abstract, prin probleme atent alese și structurate, ce evidențiază naturațea metodelor aritmetice și trecerea spre gândirea algebrizată. În acest sens, am încercat să cuprindem probleme variate și interesante, să atingem tipurile principale de raționament matematic și să includem abordări inedite ale problemelor, cu rădăcini în viața reală.

Structura acestei culegeri – **25 de lecții și 121 de teste** – vine în întâmpinarea elevilor ce își doresc să exerseze și să își dezvolte cunoștințele matematice, având în vedere – eventual – participarea la evaluări specifice clasei a IV-a, la concursuri sau la olimpiadă.

Lecțiile au fost organizate în ordinea abordării lor școlare sau a oportunității studierii lor; ele conțin probleme semnificative rezolvate integral la începutul fiecărei lecții și un set de probleme propuse, variate ca tip sau ca grad de dificultate, ale căror sugestii de rezolvare și rezultate se află la finalul cărții. Am urmărit includerea unor probleme standard, de antrenament, cu grad de dificultate scăzut sau mediu, precum și parcurgerea tipurilor principale specifice fiecărei teme în parte.

Testele au o structură standard, cu probleme ce expun progresiv copilul la grade variate de dificultate, conținând 7 probleme ce trebuie rezolvate în 60 de minute. În aceste teste veți găsi inclusiv probleme cu grad ridicat de dificultate, marcate cu semn distinctiv (*), soluțiile lor figurând, de asemenea, la finalul cărții.

Vă dorim o parcurgere captivantă și folositoare a cărții, urmată de un progres în cunoaștere și de un răspuns eficient și original la provocările pe care le veți întâlni de-a lungul ei, care să vă consolideze pasiunea pentru matematică, să vă dezvolte raționamentul logic, dar și gândirea critică și creativă.

Autorii

LECȚIA 1

SCRIEREA ȘI CITIREA NUMERELOR NATURALE. COMPARAREA ȘI ORDONAREA NUMERELOR NATURALE

1. Se consideră numărul 93 425 877.
- Aflați de câte ori este mai mică cifra sutelor de mii față de cifra sutelor.
 - Determinați cu cât este mai mare cifra zecilor de milioane față de cifra unităților.

Soluție:

a) Se observă că cifra sutelor de mii este 4, iar cifra sutelor este 8, deci prima este mai mică decât a doua de două ori; b) Cifra zecilor de milioane este 9, iar cifra unităților este 7, așadar răspunsul la cerința de la subpunctul b) este 2.

2. Cele 18 numere de patru cifre, formate folosind toate cifrele 0, 1, 2 și 8, se scriu în ordine crescătoare. Găsiți care este cel de-al șaptelea număr din șirul astfel format (de la stânga la dreapta).

Soluție:

Sunt exact șase numere care încep cu cifra 1 și care respectă cerințele din enunț: 1028, 1082, 1208, 1280, 1802, 1820. Evident, al șaptelea număr, în ordine crescătoare, care îndeplinește condițiile cerute, este 2018.

3. Determinați toate numerele naturale de două cifre, \overline{xy} , care au proprietatea că cifrele lor x și y îndeplinesc condiția $\overline{7x5} \geq \overline{756} > \overline{x57} \geq \overline{yxy}$.

Soluție:

Din prima inegalitate rezultă că $x \geq 6$, iar din a doua inegalitate rezultă că $x \leq 6$, deci $x = 6$. Înlocuind pe x cu 6 în ultima inegalitate, obținem relația $657 \geq \overline{y6y}$, de unde deducem că y poate avea oricare dintre următoarele valori: 1, 2, 3, 4, 5. Drept urmare, soluțiile problemei sunt: 61, 62, 63, 64 și 65.

4. Scrieți, cu ajutorul cifrelor, următoarele numere naturale: a) cincizeci și nouă; b) trei sute șapte; c) o mie trei sute trei zeci; d) douăzeci și nouă de mii cinci sute trei zeci și nouă; e) o sută trei mii doi; f) trei milioane optzeci și trei de mii douăzeci și cinci; g) cincizeci și două de miliarde o sută trei milioane trei sute cincizeci de mii două sute nouă; h) patru bilioane șase sute de miliarde nouă zeci de milioane două sute șaptezeci și nouă.

5. Scrieți, în cuvinte, următoarele numere naturale: a) 95; b) 221; c) 2018; d) 88 128; e) 314 271; f) 21 307 230; g) 7 566 435 712.

6. Răspundeți la următoarele întrebări:
- Câte mii sunt într-un milion?
 - Câte zeci de mii sunt într-un miliard?
7. a) Rotunjiți la zeci următoarele numere naturale: 231, 1097, 84 355.
b) Rotunjiți la sute următoarele numere naturale: 449, 5760, 84 352.
c) Rotunjiți la mii următoarele numere naturale: 731, 1097, 23 557.
8. Scrieți toate numerele naturale care, prin rotunjire la zeci, dau numărul 70.
9. Într-un an, un fermier a recoltat din livada sa 12 397 kg de mere. El a trebuit să pună merele în lăzi de 100 kg. Aflați numărul minim de lăzi de care a avut nevoie fermierul.
10. La o librărie sunt 213 creioane de același fel. Creioanele trebuie ambalate în cutii. În fiecare cutie încap cel mult 10 creioane. Aflați numărul maxim de cutii care pot fi umplute complet.
11. Determinați numărul natural cu proprietatea că suma dintre predecesorul său și succesul său este egală cu 2356.
12. Determinați toate numerele naturale cu proprietatea că predecesorul și succesul fiecăruia dintre numerele căutate au, împreună, cinci cifre.
13. Determinați:
- cel mai mare număr natural par, mai mic decât 1000;
 - cel mai mare număr natural par, mai mic decât 1000 și format din cifre distincte;
 - cel mai mic număr care este mai mare decât 1000 și are produsul cifrelor diferit de zero;
 - cel mai mic număr, cu cifre distincte, care este mai mare decât 1000 și are produsul cifrelor diferit de zero.
14. Adăugăm cifra 5 la începutul numărului 201 643 sau la sfârșitul lui ori intercalăm cifra 5 între două cifre ale lui 201 643. Găsiți cel mai mic și cel mai mare număr care se pot obține astfel.
15. Scrieți cel mai mare număr natural format din șase cifre distincte care este mai mic decât numărul 377 777.
16. a) Scrieți cel mai mare număr natural de șapte cifre cu suma cifrelor 14.
b) Scrieți cel mai mic număr natural de șapte cifre cu suma cifrelor 4.
17. Aflați câte numere naturale, mai mari decât o sută de mii, sunt formate din cifre consecutive, scrise în ordine crescătoare, de la stânga la dreapta.
18. Determinați cel mai mic număr natural n , care este mai mare decât 2018 și are proprietățile: sumele cifrelor numerelor n și 2018 sunt egale, dar produsele cifrelor lor sunt diferite.

19. Determinați cel mai mic număr natural, mai mare decât 1001, cu proprietatea că suma cifrelor sale este mai mică decât produsul cifrelor sale.
20. Determinați cifrele x și y , știind că: a) $\overline{2x3} = \overline{27y}$; b) $\overline{9x3} = \overline{yy3}$; c) $\overline{3x6} < \overline{30y}$.
21. Scrieți toate numerele naturale de două cifre, \overline{xy} , care au proprietatea că cifrele lor, x și y , îndeplinesc condiția $\overline{20x10} > \overline{208y1}$.
22. Calculați diferența dintre cel mai mare și cel mai mic număr care se pot obține din numărul 8 345 971 eliminând exact două cifre de fiecare dată.
23. Cu cifrele de la 2 la 7, fiecare folosită o singură dată, se pot forma două numere de trei cifre. Aflați care este cea mai mare diferență posibilă dintre două astfel de numere.
24. Cu cifrele 1, 2, ..., 9, fiecare folosită o singură dată, se pot forma trei numere: unul de două cifre, unul de trei cifre și unul de patru cifre. Aflați care este cea mai mare sumă care se poate obține adunând aceste trei numere.
25. Fie numerele \overline{aaaa} , \overline{abab} , \overline{bbbb} , \overline{baba} , \overline{aabb} , \overline{abba} , \overline{baab} , unde $b > a > 0$. Ordonați crescător numerele considerate.
26. Aflați cel mai mic și cel mai mare număr natural care îndeplinesc următoarele condiții: au șapte cifre dintre care exact o cifră care se repetă de patru ori, iar celelalte cifre se pot repeta de cel mult două ori.
27. Determinați numărul natural care îndeplinește simultan următoarele condiții:
 i) este mai mic sau egal cu 2017;
 ii) suma cifrelor sale este cea mai mare posibilă;
 iii) cifrele sale sunt diferite două câte două.
28. Fie x și y două numere naturale, cuprinse între 51 și 68, cu proprietatea că suma cifrelor lui x este cea mai mare sumă posibilă, iar cea a lui y este cea mai mică sumă posibilă. Comparați numerele x și y .
29. Aflați toate numerele de forma \overline{TEST} , mai mici decât răsturnatele lor și mai mari decât 9730 (oricare două litere diferite reprezintă cifre diferite, iar literele care apar de mai multe ori reprezintă aceeași cifră).
30. Determinați cel mai mic număr natural de forma $\overline{TESTNEGRUZZI}$, cu cifrele nenule, știind că oricare două litere diferite reprezintă cifre diferite, iar literele care apar de mai multe ori reprezintă aceeași cifră.

CUPRINS

<i>CUVÂNT-ÎNAINTE</i>	5
LECȚIA 1. SCRIEREA ȘI CITIREA NUMERELOR NATURALE. COMPARAREA ȘI ORDONAREA NUMERELOR NATURALE	7
LECȚIA 2. ADUNAREA ȘI SCĂDEREA NUMERELOR NATURALE	10
LECȚIA 3. ÎNMULȚIREA NUMERELOR NATURALE. FACTOR COMUN	12
LECȚIA 4. ÎMPĂRȚIREA EXACTĂ (CU REST ZERO) A NUMERELOR NATURALE	14
LECȚIA 5. ORDINEA EFECTUĂRII OPERAȚIILOR	17
LECȚIA 6. TEOREMA ÎMPĂRȚIRII CU REST	19
LECȚIA 7. DIVIZIBILITATEA NUMERELOR NATURALE	22
LECȚIA 8. NUMERE PARE. NUMERE IMPARE	26
LECȚIA 9. PROBLEME DE NUMĂRARE	29
LECȚIA 10. ȘIRURI	35
LECȚIA 11. ECUAȚII	38
LECȚIA 12. METODA REDUCERII LA UNITATE	40
LECȚIA 13. METODA GRAFICĂ	42
LECȚIA 14. PROBLEME DE SUMĂ ȘI DIFERENȚĂ	45
LECȚIA 15. PROBLEME DE SUMĂ ȘI RAPORT	47
LECȚIA 16. PROBLEME COMBINATE	49
LECȚIA 17. METODA FALSEI IPOTEZE	51
LECȚIA 18. FRAȚII	55
LECȚIA 19. METODA MERSULUI INVERS	59
LECȚIA 20. METODA REDUCERII LA ABSURD	62
LECȚIA 21. PROBLEME DE GEOMETRIE	64
LECȚIA 22. PROBLEME DE MIȘCARE	68
LECȚIA 23. PRINCIPIUL CUTIEI	71
LECȚIA 24. INVARIANTI	73
LECȚIA 25. PROBLEME DE LOGICĂ ȘI PERSPICACITATE	75
TESTE	80
INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI	142