

POVEȘTEA  
NUMĂRULUI



După studii de chimie, Pietro Greco s-a specializat în jurnalism pe teme științifice, fiind autorul a numeroase cărți de popularizare, între care: *Evoluzioni* (1999), *Pianeta Acqua* (2004), *Einstein e il ciabattino* (2004), *La scienza e l'Europa* (apărută în mai multe volume între 2014 și 2019). A condus un masterat de comunicare științifică la Școala Internațională Superioară de Studii Avansate de la Trieste.

PIETRO GRECO  
POVESTEA  
NUMĂRULUI  
 $\pi$

Traducere din italiană  
de Liviu Ornea

 HUMANITAS  
BUCUREȘTI

# Cuprins

Argument .....	7
1. Înainte de Arhimede .....	11
În Mesopotamia .....	11
Egiptenii .....	20
2. Arhimede din Siracuza .....	25
Metoda exhaustiei .....	26
3. Matematica (și $\pi$ ) în Grecia clasică .....	30
Școala ionică .....	30
Pitagora și scandalul logic al lui Hippos .....	33
Atena și școala sofștilor .....	38
Academia lui Platon .....	43
Liceul lui Aristotel .....	45
Eudoxos și metoda exhaustiei .....	46
4. Știința elenistică .....	50
Alexandria, oraș cultural .....	50
Revoluția științifică .....	53
Alexandria, știința și tehnologia .....	60
Euclid .....	61
Revenind la Arhimede .....	66
5. După Arhimede .....	69
Roma: fără matematică .....	69
În restul lumii .....	72
În India .....	73

În China .....	78
Islamul .....	84
6. Europa descoperă numărul $\pi$ .....	93
Leonardo din Pisa, zis Fibonacci .....	93
Renașterea .....	95
7. Dincolo de Arhimede, François Viète .....	110
Universul matematic .....	110
Vânătorii de zecimale .....	113
Metode noi .....	116
8. Calculul diferențial .....	119
Limite, derivate și integrale .....	119
Isaac Newton .....	123
Gottfried Leibniz .....	127
Newton și $\pi$ .....	129
9. $\pi$ devine $\pi$ .....	131
Secolul XVIII .....	131
Euler .....	132
Metoda Monte Carlo .....	133
$\pi$ în era calculatoarelor .....	135
10. Natura lui $\pi$ .....	140
11. $\pi$ superstar .....	144
Sărbătoarea lui $\pi$ .....	144
Poezia lui $\pi$ .....	146
Concluzii .....	149

## Argument

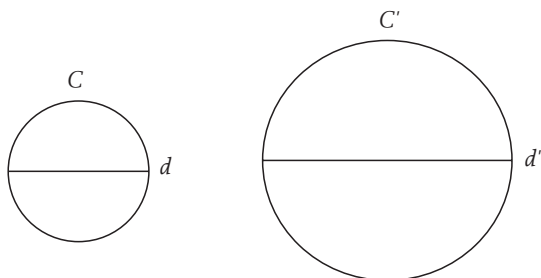
Sunt mulți ani de când mă persecută un anumit număr. E o persecuție plăcută, la care mai degrabă consimt fericit, nu-i sunt victimă lipsită de apărare, și totuși prezența ei e continuă, iminentă, sâcâitoare. Cine știe de ce, dar încă din vremea școlii primare toți mă asociază cu un raport  $C/d$ , dintre circumferința și diametrul unui cerc; mă asociază cu un simbol,  $\pi$ ; și cu un număr: 3,14. De-atunci încă, de când aveam 6 ani și umblam în șpilhozeni, elevi și profesori, prieteni și cunoscuți, colegi și complet necunoscuți – toți îmi spun „pi greco”<sup>\*</sup>. Cei care știu un pic de matematică îmi spun trei virgulă paispe.

Și tot atunci, când aveam 6 ani și umblam în șpilhozeni, m-am hotărât să urmăresc pățaniile acestui număr fundamental: pentru viața mea, dar și pentru știință, dacă e adevărat, și e adevărat, că timp de cel puțin cinci milenii, zeci de mari matematicieni și-au cheltuit și continuă să-și cheltuiască o parte consistentă din timpul lor ca să găsească valoarea, natura și sensul lui pi. Descoperind că...

Descoperind că toate marile civilizații antice din toată lumea au înțeles foarte devreme că raportul dintre circumferința  $C$  și diametrul  $d$  ale oricărui cerc e egal cu o constantă.

---

\* Joc de cuvinte: în italiană, „pi greco” (literal: „p grecesc”) e pronunția numelui P. Greco. Titlul original al cărții este *Storia di  $\pi$  greco*, care s-ar putea deci interpreta și ca *Povestea lui P. Greco (N. t.)*



$$\frac{C}{d} = \frac{C'}{d'} = \text{constant}$$

Chiar dacă abia în secolul XVIII și-a primit acea constantă numele (fatidic pentru mine) și simbolul literei grecești  $\pi$ .

Deloc banală descoperirea strămoșilor noștri. Pentru că acel raport  $C/d$ , fix și universal, ne spune tuturor, de patru sau cinci mii de ani încoace, că lumea se sprijină pe o anumită ordine, iar această ordine e de natură geometrică. Ceea ce demonstrează că rațiunea umană are în geometrie un instrument cu adevărat puternic cu care să investigheze ceea ce grecii aveau să numească  $\kappa\acute{o}\sigma\mu\omicron\varsigma$  (cosmos): întregul ordonat armonios.

Natura tocmai dezvăluită a raportului dintre circumferință și diametru pare înconjurată de o aură filozofică, iar aceasta ridică imediat constanta la nivelul unui parametru fundamental al universului și al cercetării raționale a realității. În plus, ne obligă să formulăm o serie de întrebări: care e natura acestui număr? Există cu adevărat ceva profund în constanta asta?

Întrebări abstracte, veți spune, de puțină utilitate practică. Eroare. Ba nu, dublă eroare.

Prima: în cultura umană, întrebările abstracte și care nu par a avea vreo utilitate imediată s-au dovedit a fi, cu

timpul, marele motor al evoluției culturale, așadar tehnologice, așadar economice și sociale. S-au scris multe cărți valoroase despre „utilitatea inutilului“: ar fi inutil să mai discutăm despre așa ceva, dacă nu s-ar întâmpla ca întrebările despre natura lui  $\pi$  să coroboreze semnificativ această teză. Vom reveni asupra chestiunii.

A doua: aceste întrebări fundamentale nu i-au împiedicat și nu-i împiedică nici acum câtuși de puțin pe țărani, pe meșterii zidari, pe informaticieni să folosească acel număr în îndeletnicirile lor practice de zi cu zi. Și cum acestea din urmă au nevoie de o anumită precizie, iată că se naște o nouă listă de probleme (chiar) practice: cât e cu adevărat  $\pi$ ? Care e valoarea exactă a raportului constant  $C/d$ ?

Aceste două tipologii de întrebări, acelea (aparent) abstracte despre „natura“ lui  $\pi$  și cele concrete despre „valoarea“ lui  $\pi$ , datează de mii și mii și mii de ani, intersectându-se uneori, alteori nu – în orice caz, de cel puțin cinci mii de ani sunt o componentă mereu prezentă și mereu importantă în istoria matematicii și, deci, în istoria noastră *tout court*.

Dar să nu uit. Întrebările acelea sunt, cel puțin în parte, încă deschise.  $\pi$  ne pune încă întrebări.



# 1. Înainte de Arhimede

## ÎN MESOPOTAMIA

Babilonienii știau care e valoarea lui  $\pi$  sau, mai bine zis, dintre toate popoarele antice ei sunt cei care i-au calculat valoarea cu cea mai bună precizie înainte să sosească în Sicilia un anume Arhimede (cca 287–212 î.C.<sup>1</sup>). Iat-o:

$$\pi = 3,125$$

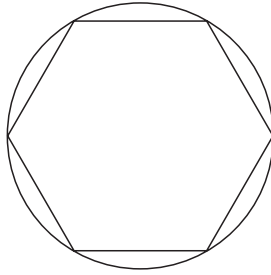
Valoarea nu e mult diferită de cea pe care o cunoaștem azi, dacă aproximăm la a treia zecimală:

$$\pi = 3,142$$

Dar asta nu-i totul. Babilonienii aveau și o regulă pentru calculul lui  $\pi$ . O metodă în toată puterea cuvântului pe care, într-o primă aproximație, o putem considera asemănătoare cu metoda marelui Arhimede, chiar dacă el avea să o facă mult mai sofisticată: înscrierea unui poligon într-un cerc.

---

1. Nu cunoaștem cu exactitate data nașterii lui Arhimede. Cum nu cunoaștem data nașterii și /sau data morții pentru multe personaje pe care le vom cita. N-o să mai precizăm acest lucru de fiecare dată, pentru a nu îngreuna lectura. În acest context, important e să avem o idee despre perioada în care se petrec faptele și acționează personajele citate. (*N. a.*)



Toate acestea sunt însemnate în tăblița 7302 a Yale Babilonian Collection găsită la Susa, un oraș la 300 de kilometri sud-est de Babilon, unul dintre nucleele urbane cele mai vechi din lume (și locuit de circa 7000 de ani), multă vreme capitală a regatului Elam. Azi orașul se numește Shush, numără 54.000 de locuitori și e capitala provinciei omonime din Iranul de vest. Tăblița 7302, veche de 4000 de ani, a fost găsită abia în 1936 și de atunci a modificat destul de profund ce se știa despre posibilitățile matematice ale vechilor locuitori ai Semilunii Ferte.

Apropo de aproximații: i-am pomenit pe babilonieni ca să indicăm toate populațiile care, în timpurile străvechi, au locuit în Mesopotamia, teritoriul dintre cele două fluvii, Tigru și Eufrat. În realitate, pe parcursul câtorva milenii, aceste populații au fost numeroase și cu origini diferite: unele de sorginte indoeuropeană, altele nu. Au fost sumerieni, akkadieni, amoriți, casii, alamiți, hitiți, asirieni, mezi, perși și câte altele. Să le spunem, cu un singur nume, mesopotamieni. Chiar dacă istoricii se vor înfiora. Dar aproximarea nu e cu totul hazardată, pentru că între sumerieni și succesorii lor a existat o importantă continuitate în privința culturii.

Și ce cultură!

Mesopotamienii (sau, dacă vreți, popoarele din Mesopotamia) au inaugurat, cel puțin în aceste regiuni mai

occidentale ale Eurasiei, civilizația urbană, întemeind nu doar Babilon și Susa, dar și multe alte orașe independente, printre care Eridu, Ur, Nipur, Larsa, Asur, Uruk, Lagash, Kish. Mesopotamienii au inventat scrierea. Astronomi dibaci, ei au fost cei dintâi care au studiat sistematic cerul. În fine, dar nu mai puțin important, au dezvoltat o matematică destul de sofisticată.

Matematica e unul dintre elementele de continuitate cele mai semnificative care au caracterizat civilizațiile mesopotamiene. Tocmai pentru că erau civilizații urbane, chiar dacă puternic dependente de economia agricolă care înflorea datorită inundațiilor neregulate, dar benefice, ale celor două fluvii. Primii matematicieni au fost sumerienii, o populație nici indoeuropeană, nici semitică.

Pe la 4000 î.C., în partea meridională a Mesopotamiei s-au așezat sumerienii și au întemeiat un regat cu capitala la Ur, una dintre cele mai vechi așezări urbane din lume. Nu ei au inventat agricultura, pentru că pe pământul dintre cele două fluvii arta cultivării plantelor se practica deja de milenii (de pe la 7000 î.C. sau chiar dinainte). O serie de inovații le-au permis totuși să înregistreze un autentic salt calitativ în tehnicile cultivării: de la aratul cu tracțiune animală până la noi și mai avansate sisteme de irigație și de construcție de canale.

În schimb, sumerienii au fondat civilizația urbană din Mesopotamia: orașe cu case, temple, edificii publice; un stat cu administrația aferentă; o economie foarte complexă, constituită inclusiv din negustorie și ateliere meșteșugărești.

Se întâmplă că, asemenea sistemului complex de irigații de la țară, civilizația urbană are și ea nevoie de ingineri și de geometri – precum și de reprezentanți ai altor profesii, de la negustori la agenți fiscali – capabili să utilizeze

numerele. Băgați însă de seamă: celor care contribuie la fondarea unei civilizații urbane nu li se cere numai să numere (asta, ne spun psihologii, o pot face și puii de găină). Cine construiește case, temple și rețele de canale de irigație, cine produce și vinde bunuri și servicii are nevoie să folosească numerele și formele într-o manieră mult mai sofisticată. Are de fapt nevoie de o matematică și de o geometrie mai degrabă avansate. Superioare celei a puilor de găină.

Chiar și organizarea traiului (în comun) al ființelor umane într-un oraș e o treabă mai complexă decât organizarea traiului (în comun) al puilor de găină în coteț. E mai complicat și decât să organizezi viața unor *sapiens* vânători și culegători în savană ori în pădure. Ca să trăiești în oraș – mai mult, ca să faci să funcționeze un oraș – e nevoie, printre altele, de o metodă de a înregistra și ține minte tot ce se întâmplă acolo. Altfel spus, e nevoie de scriere. Una peste alta, odată cu inaugurarea vieții în oraș apar noi exigențe sociale și economice importante și de neocolit: exprimarea lungimilor și greutateților într-o manieră exactă și acceptată de toți; schimbul banilor și produselor manufacturate; împărțirea moștenirilor și terenurilor agricole; distribuirea cotelor de recoltă între țărani, clerici și stat; calcularea taxelor de plătit; calcularea dobânzilor și chiar a dobânzilor compuse. Nu e de mirare deci că pentru a înregistra toate acestea și multe altele, sumerienii folosesc pictograme, prototipul scrierii cuneiforme, iar pentru socoteli folosesc un sistem matematic complex care depășește cu mult utilizarea numerelor elementare: un sistem în baza șazeci, cu numărare pozițională. Pe scurt, sumerienii inventează și scrierea, și matematica.

Nu vorbim despre o scriere și o matematică banale. Cererea socială pentru rigoare și exactitate în prima civilizație

urbană edificată de sumerieni e de așa natură încât matematicienii lor învață să schițeze ceva asemănător teoremelor moderne: anume, elaborează propoziții care, cu un raționament riguros, de tip deductiv, pornesc de la anumite premise și ajung la concluzii necesare. Sigur, capacitatea de a crea teoreme aparține unui cerc restrâns de experți. Dar că nu doar o mână de membri ai elitei, ci întreaga populație sumeriană are o cultură matematică mai degrabă dezvoltată e dovedit de faptul că până și în mozaicurile templelor din orașele mesopotamiene apar anumite forme geometrice exacte.

Toți mesopotamienii sunt familiarizați într-o oarecare măsură cu numerele și cu formele geometrice. Matematica introduce ordine și precizie în haosul vieții. Ordinea și precizia sunt dezirabile, exprimând deci ceva ce am putea identifica drept „frumusețea lumii”, o frumusețe demnă de a fi recunoscută și reprezentată. Iată că, în formele geometrice ale mozaicurilor din case și din temple, sumerienii vor să surprindă și să reprezinte frumusețea (matematică) a lumii.

Pe la 2500 î.C., vechiul și cultivatul popor sumerian a fost înfrânt și supus de o populație de origine semitică, akkadienii, condusă de regele Sargon. Așa cum s-a întâmplat adesea în istoria umanității, rafinată civilizație sumeriană a supraviețuit forței brute a armelor și cuceririi militare. Mai mult, ea și-a atins apogeul cultural în jurul anului 2250 î.C. și a început să apună doar câteva secole mai târziu, sub presiunea unei alte populații semitice, amorii, fondatori ai unei civilizații noi, aceea pe drept cuvânt numită babiloniană, pentru că și avea centrul în orașul Babilon.

Schimbarea aceasta, din preajma anului 2000 î.C., generează totuși un nou proces de dezvoltare politică, economică și culturală, care și atinge maximumul – unul foarte înalt – pe la anul 1750 î.C., odată cu Hamurabi, cel de-al