

MATE[®]
2000⁺

Teme

Nume:.....

Prenume:.....

Clasă:

Școală:

Editura Paralela 45



Acest auxiliar didactic este aprobat pentru utilizarea în unitățile de învățământ preuniversitar prin O.M.E. nr. 4642/18.08.2021.

Lucrarea este elaborată în conformitate cu Programul școlar în vigoare pentru clasa a VI-a, aprobată prin O.M.E.N. nr. 3393/28.02.2017.

Redactare: Iuliana Ene, Andreea Roșca
Tehnoredactare: Roxana Pietreanu, Adriana Vlădescu
Pregătire de tipar: Marius Badea
Design copertă: Mirona Pintilie

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României
NEGRILĂ, ANTON

Matematică : teme recapitulative clasa a VI-a / Anton Negrilă,
Maria Negrilă. – Ed. a 3-a, reviz. – Pitești : Paralela 45, 2023
ISBN 978-973-47-4027-7

I. Negrilă, Maria

51

Copyright © Editura Paralela 45, 2023

Prezenta lucrare folosește denumiri ce constituie mărci înregistrate,
iar conținutul este protejat de legislația privind dreptul de proprietate intelectuală.

www.edituraparelela45.ro

Anton Negrilă

Maria Negrilă

MATEMATICĂ

TEME RECAPITULATIVE

CLASA A VI-A

EDIȚIA A III-A, REVIZUITĂ

Editura Paralela 45

1	MULȚIMEA NUMERELOR NATURALE
2	DIVIZIBILITATEA NUMERELOR NATURALE II.1. Cel mai mare divizor comun. Cel mai mic multiplu comun
3	RAPOARTE ȘI PROPORȚII III.1. Rapoarte și proporții. Șir de rapoarte egale. Mărimi direct proporționale. Mărimi invers proporționale. Regula de trei simplă
4	MULȚIMEA NUMERELOR ÎNTREGI
5	MULȚIMEA NUMERELOR RAȚIONALE

1. Se consideră mulțimea $A = \{24, 36, 45, 56, 65, 100, 123, 125, 210, 245, 300, 330\}$.
 - a) Determinați mulțimile $B = \{x \mid x \in A \text{ și } x : 3\}$, $C = \{x \mid x \in A \text{ și } x : 2\}$ și $D = \{x \mid x \in A \text{ și } x : 5\}$.
 - b) Determinați mulțimile $B \cap C$, $C \cap D$ și $B \cap C \cap D$.
2. Se consideră mulțimile $A = \{0, 1, 2, 3\}$ și $B = \{x \mid x = 1^n + n, \text{ unde } n \in A\}$.
 - a) Determinați elementele mulțimii B .
 - b) Determinați card B .
3. Fie mulțimile $A = \{0, 1, 2, 3\}$ și $B = \{x \mid x = 2a + 1, \text{ unde } a \in A\}$.
 - a) Determinați elementele mulțimii B .
 - b) Calculați $A \cap B$ și $A \cup B$.
4. Fie $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ și $B = \{x \mid x = 2^a - a, \text{ unde } a \in A\}$. Scrieți elementele mulțimii B și calculați card B .
5. Determinați elementele mulțimilor:
 - a) $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 3 \text{ sau } 2^x = 16\}$;
 - b) $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 2^x = 1 \text{ sau } 2^x = 32\}$;
 - c) $C = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 2^n, n \in \mathbb{N}^*, n \leq 5\}$;
 - d) $D = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 \leq 27 \text{ și } x^2 \geq 4\}$;
 - e) $E = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ este ultima cifră a lui } n^2, \text{ cu } n \in \mathbb{N}\}$.
6. Fie mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 6\}$ și $B = \{y \mid y = x + 1, x \in A\}$. Determinați mulțimile A , B , $A \cap B$, $A \cup B$, $A - B$ și $B - A$.
7. Fie mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 5\}$ și $B = \{y \mid y = x + 2, x \in A\}$. Determinați mulțimile A , B , $A \cap B$, $A \cup B$, $A - B$ și $B - A$.
8. Fie mulțimile $A = \{1, 3, 5\}$ și $B = \{2, 3, 4\}$. Determinați elementele mulțimii $C = \{x \in \mathbb{N} \mid x = a + b, \text{ unde } a \in A \text{ și } b \in B\}$ și card C .
9. Se consideră mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 2k + 1, k \in \mathbb{N}^*, k \leq 4\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 2^k + 1, k \in \mathbb{N}, k < 4\}$. Determinați elementele mulțimilor A , B , $A \cap B$, $A \cup B$, $A - B$ și $B - A$.
10. Se consideră mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x + 1 \in \mathcal{D}_{18}\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \in \mathcal{D}_{12}\}$. Determinați elementele mulțimilor A , B , $A \cap B$, $A \cup B$, $A - B$ și $B - A$.
11. Fie mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x < 6\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 \leq x < 9\}$. Determinați mulțimile A , B , $A \cup B$, $A \cap B$, $A - B$, $B - A$, $(A \cup B) - \{3, 5, 7, 9, 11\}$.
12. Se consideră mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x \leq 5\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 3 \leq x < 10\}$. Determinați mulțimile A , B , $A \cup B$, $A - B$, $B - A$, $(A \cap B) - \{1, 3, 5, 7, 9\}$.
13. Fie mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid 4 \leq 2x \leq 14\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 3 \leq 2x + 1 \leq 11\}$. Determinați mulțimile A , B , $A \cup B$, $A \cap B$, $A - B$ și $B - A$. Arătați că $\text{card}(A \cup B) - \text{card}(A \cap B) = \text{card}(A - B) + \text{card}(B - A)$.
14. Se consideră mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x - 2 < 3\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N}^* \mid 7 \leq 2x + 3 \leq 15\}$. Determinați mulțimile A , B . Arătați că $(A \cup B) - (A \cap B) = (A - B) \cup (B - A)$.

II.1. CEL MAI MARE DIVIZOR COMUN. CEL MAI MIC MULTIPLU COMUN

1. Fie numărul $a = 2^{n+2} \cdot 5^{n+3} + 2^{n+1} \cdot 5^{n+4}$.
- Scrieți descompunerea numărului în produs de puteri de factori primi.
 - Arătați că $70 \mid a$.
2. Fie numerele $A = 2^{n+2} \cdot 5^{n+3} + 3$ și $B = 2^n \cdot 5^{n+2} + 3$. Calculați suma cifrelor numerelor A , B , $A + B$ și $A - B$.
3. Arătați că $10 \mid A$ în fiecare dintre cazurile:
- $A = 18^{12} - 12^{16}$;
 - $A = 37^{33} + 33^{37}$;
 - $A = 32^{46} + 46^{32}$.
4. Arătați că:
- $3 \mid A$, unde $A = 23 \cdot 10^n + 1$;
 - $9 \mid A$, unde $A = 43 \cdot 10^n + 2$;
 - $45 \mid A$, unde $A = 10^{n+1} + 35$;
 - $6 \mid A$, unde $A = 10^{n+2} + 2$.
5. Determinați cifrele x și y în fiecare dintre cazurile:
- $2 \mid \overline{35x}$;
 - $3 \mid \overline{15x}$;
 - $5 \mid \overline{43x}$;
 - $9 \mid \overline{42x}$;
 - $6 \mid \overline{2xy}$;
 - $15 \mid \overline{x32y}$;
 - $45 \mid \overline{1x7y}$;
 - $18 \mid \overline{4x3y}$.
6. Determinați cifrele a și b în fiecare dintre cazurile:
- $12 \mid \overline{9a4b}$;
 - $15 \mid \overline{8a2b}$;
 - $18 \mid \overline{5a8b}$;
 - $36 \mid \overline{7a2b}$;
 - $45 \mid \overline{3a6b}$;
 - $12 \mid \overline{3a8b}$;
 - $15 \mid \overline{9a4b}$;
 - $18 \mid \overline{1a8b}$;
 - $36 \mid \overline{4a6b}$;
 - $45 \mid \overline{2a7b}$.
7. Arătați că $14 \mid A$ în fiecare dintre cazurile:
- $A = 2^{23} + 2^{24} + 2^{25}$;
 - $A = 3^{59} + 3^{60} + 2 \cdot 3^{58}$;
 - $A = 1 + 2 + 3 + \dots + 55$;
 - $A = 202 + 404 + 606 + \dots + 1212$.
8. Fie $A = 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{2019}$.
- Arătați că $13 \mid A$.
 - Arătați că $10 \mid A + 1$.
9. Fie $A = 2^2 + 2^4 + 2^6 + \dots + 2^{48}$. Arătați că:
- $5 \mid A$;
 - $21 \mid A$.
10. Fie $A = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2019}$.
- Arătați că $7 \mid A$.
 - Calculați câtul și restul împărțirii lui A la 15.
11. Fie numărul $A = 4 \cdot 18^{n+1} - 3 \cdot 2^{n+2} \cdot 9^{n+1} + 4 \cdot 3^{n+2} \cdot 6^{n+2}$. Arătați că $10 \mid A$, pentru oricare $n \in \mathbb{N}^*$.
12. Fie numărul $A = 5^n \cdot 4^{n+3} + 5^{n+1} \cdot 4^{n+2} + 5^{n+3} \cdot 4^n - 5^{n+2} \cdot 4^{n+1}$. Arătați că $13 \mid A$, pentru oricare $n \in \mathbb{N}^*$.
13. Arătați că $23 \mid A$ pentru oricare $n \in \mathbb{N}^*$, unde $A = 5^{2n+2} \cdot 2^{2n+1} + 25^n \cdot 2^{2n+3} + 5^{2n+1} \cdot 4^{n+2}$.
14. Fie numărul $A = 2^{2n+1} \cdot 3^{2n+3} + 4^{n+1} \cdot 3^{2n+1} + 2^{2n} \cdot 9^{n+2}$. Arătați că $21 \mid A$, pentru oricare $n \in \mathbb{N}^*$.
15. Arătați că $53 \mid A$, unde $A = 2^{n+1} \cdot 3^n \cdot 5^n + 7 \cdot 3^{n+2} \cdot 10^n + 2^{n+2} \cdot 15^{n+1} - 9 \cdot 2^{n+3} \cdot 15^n$, pentru oricare $n \in \mathbb{N}^*$.

III.1. RAPOARTE ȘI PROPORȚII. ȘIR DE RAPOARTE EGALE. MĂRIMI DIRECT PROPORȚIONALE. MĂRIMI INVERS PROPORȚIONALE. REGULA DE TREI SIMPLĂ

1. Calculați valoarea raportului $\frac{a}{b}$ în fiecare dintre situațiile:

a) $a = 2^4 \cdot 3^3 \cdot 5$ și $b = 2^2 \cdot 3^4 \cdot 7$;

b) $a = 2^6 \cdot 3^4 \cdot 5^2 \cdot 7$ și $b = 2^3 \cdot 5 \cdot 3^5 \cdot 7^2$;

c) $a = 3^6 \cdot 5^7 \cdot 11$ și $b = 3^5 \cdot 5^8 \cdot 13$;

d) $a = \frac{2}{3} + 3\frac{3}{4} \cdot \frac{8}{25}$ și $b = \frac{27}{50} + 3\frac{1}{3} : 2\frac{2}{9}$;

e) $a = 3\frac{1}{3} + 2\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{18}$ și $b = 7 + 3\frac{1}{3} : 6\frac{2}{3}$.

2. Determinați al doilea termen al raportului $\frac{a}{b} = k$, știind că:

a) $a = 123 \cdot 234 + 234 \cdot 877$ și $k = 234 \cdot 743 - 234 \cdot 733$;

b) $b = 3\frac{1}{2} + 2\frac{1}{3}$ și $k = 2,75 + \frac{17}{20}$;

c) $a = \left(3\frac{1}{3}\right)^2 - \left(2\frac{1}{2}\right)^2$ și $k = 3\frac{1}{3} - 2\frac{1}{2}$;

d) $a = (2^7)^{13} \cdot (3^6)^{11}$ și $k = (2^{15})^6 \cdot (3^{13})^5$.

3. Un dreptunghi are raportul dimensiunilor egal cu $\frac{2}{3}$, iar aria egală cu 216 cm^2 . Aflați perimetrul dreptunghiului.

4. Un dreptunghi are dimensiunile în raportul $\frac{3}{8}$ și perimetrul egal cu 132, iar un al doilea dreptunghi are dimensiunile în raportul $\frac{5}{6}$ și perimetrul egal cu 198. Calculați valoarea raportului ariilor.

5. a) Știind că $\frac{a}{b} = \frac{2}{5}$, calculați valoarea raportului $r = \frac{7a+8b}{14a-5b}$.

b) Știind că $\frac{x}{y} = \frac{3}{5}$, calculați valoarea raportului $r = \frac{5x+7y}{9x-5y}$.

c) Știind că $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$, calculați valoarea raportului $r = \frac{4x+5y}{5x+4y}$.

6. Aflați-l pe x din proporțiile:

a) $\frac{x}{5\frac{3}{4}} = \frac{4}{23}$;

b) $\frac{4\frac{2}{5}}{x} = \frac{3\frac{2}{3}}{1\frac{2}{3}}$;

c) $\frac{39}{533} = \frac{x}{41}$;

d) $\frac{8:2\frac{2}{5}}{5\frac{1}{4}:7} = \frac{40}{x}$;

e) $\frac{1\frac{5}{16}}{x+1\frac{1}{6}} = \frac{3}{8}$;

f) $\frac{0,1(6)}{0,75} = \frac{1,(3)}{x}$.

1. Fie mulțimile $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -1 \leq x < 4\}$ și $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq 3\}$.
- a) Determinați elementele mulțimilor A și B . b) Calculați $A \cup B$ și $A \cap B$.
2. Fie mulțimile $A = \{-4, -2, 0, 1, 2, 3\}$ și $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \in A\}$.
- a) Determinați elementele mulțimii B . b) Calculați $A \cap B$, $A \cup B$, $A - B$ și $B - A$.
3. Comparați numerele $a = 2^{33} + |2^{33} - 3^{22}|$ și $b = 2^{20} - |3^{12} - 4^{10}|$.
4. Arătați că $a \in \mathbb{N}$, știind că:
- a) $a = |-7 + x| - |x| + |-19| - |2|$, unde x este număr întreg negativ;
b) $a = |-15| + |-3 - x| - |x| - |8|$, unde $x \in \mathbb{Z}_+$.
5. Efectuați calculele:
- a) $(-27) + (+18) + (-5) + (+11)$; b) $(-7) + (-33) + (+25) + (+10)$;
c) $(-6) + (-14) + (+17) + (-4)$; d) $(-15) + (+11) + (-7) + (-9)$;
e) $(+32) + (-18) + (+27) + (-34)$; f) $(-25) + (+29) + (-33) + (+19)$.
6. Calculați:
- a) $(-18) + (-25) + (+19) + (-5)$; b) $(-10) + (-7) + (+34) + (-13)$;
c) $(-43) + (-5) + (+38) + (+9)$; d) $(-40) + (+15) + (-7) + (+29)$;
e) $(-45) + (+42) + (+28) + (-31)$; f) $(-33) + (+42) + (-27) + (+16)$.
7. Calculați:
- a) $(-24) + (+19) + (-15) + (+17) + (-33)$; b) $(-18) + (+25) + (-36) + (+14) + (-23)$;
c) $(-26) + (-17) + (+42) + (-28) + (+19)$; d) $(-25) + (-18) + (+27) + (-33) + (+12)$;
e) $(-43) + (+26) + (-35) + (+29) + (-14)$; f) $(-32) + (+23) + (-27) + (+38) + (-13)$.
8. Calculați:
- a) $(-26) - (-17) - (+6) - (-12)$; b) $(-36) - (-23) - (-19) - (+42)$;
c) $(-19) - (-34) - (+25) - (-11)$; d) $(-28) - (+14) - (-23) - (-16)$;
e) $(-14) - (-17) - (+26) - (-33)$; f) $(-34) - (-27) - (+18) - (-23)$.
9. Calculați:
- a) $(-34) - (-18) - (-24) - (+37)$; b) $(-15) - (+12) - (-23) - (-16)$;
c) $(-38) - (-25) - (+19) - (-31)$; d) $(-22) - (-35) - (+19) - (-21)$;
e) $(-24) - (+12) - (-17) - (-13)$; f) $(-31) - (-19) - (+24) - (-17)$.
10. Calculați:
- a) $(-27) - (-19) - (+23) - (-14) - (-17)$; b) $(-28) - (-32) - (+25) - (-26) - (+34)$;
c) $(-38) - (-27) - (+29) - (-34) - (+18)$; d) $(-42) - (-37) - (+48) - (-25) - (-16)$;
e) $(-54) - (-47) - (+33) - (-26) - (-12)$; f) $(-39) - (-48) - (+27) - (-35) - (+24)$.
11. Calculați:
- a) $(-34) + (+28) - (+19) + (-25) - (-7)$; b) $(-11) + (-21) - (+16) + (+28) - (-19)$;
c) $(-26) + (+19) - (-28) + (-35) - (+9)$; d) $(-34) + (-25) - (-37) + (+42) - (+11)$;
e) $(-6) + (-45) - (-48) + (+37) - (+54)$; f) $(-18) + (+26) - (-33) + (+29) - (+17)$.

1. Arătați că următoarele fracții sunt ireductibile, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}$:

a) $\frac{2n+3}{3n+4}$; b) $\frac{2n+7}{n+3}$; c) $\frac{2n+3}{5n+7}$; d) $\frac{3n+7}{5n+12}$.

2. Arătați că următoarele fracții sunt ireductibile, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}$:

a) $\frac{3n+8}{2n+5}$; b) $\frac{6n+7}{7n+8}$; c) $\frac{3n+7}{4n+9}$; d) $\frac{6n+13}{7n+15}$; e) $\frac{4n+9}{5n+11}$; f) $\frac{7n+10}{2n+3}$.

3. Arătați că fracția $\frac{3n+8}{2n+1}$ este reductibilă și găsiți forma simplificată a fracției pentru $n \in \mathbb{N}$.

4. Se consideră fracția $F = \frac{2 \cdot 3^n + 7}{3^{n+1} + 10}$.

a) Scrieți fracțiile pentru $n \in \{0, 1, 2, 3\}$ și precizați dacă sunt sau nu ireductibile.

b) Arătați că fracția F este ireductibilă pentru orice valoare a lui $n \in \mathbb{N}$.

5. Arătați că pentru orice valoare a lui \mathbb{N} , fracțiile următoare sunt ireductibile:

a) $F = \frac{5 \cdot 7^n + 2}{7^{n+1} + 3}$; b) $F = \frac{7 \cdot 5^n + 4}{5^{n+1} + 3}$; c) $F = \frac{7 \cdot 2^n + 5}{2^{n+2} + 3}$; d) $F = \frac{3 \cdot 2^n + 4}{2^{n+2} + 5}$; e) $F = \frac{5 \cdot 2^n + 9}{2^{n+2} + 7}$.

6. a) Demonstrați că fracția $\frac{n}{n+1}$ este ireductibilă pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$.

b) Demonstrați că fracția $\frac{6n}{6n+1}$ este ireductibilă pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$.

c) Demonstrați că fracția $\frac{2 \cdot 6^n + 5}{6^{n+1} + 12}$ este ireductibilă pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$.

7. Arătați că fracțiile următoare sunt ireductibile pentru oricare $x, n \in \mathbb{N}^*$:

a) $\frac{2x+5}{6x+19}$; b) $\frac{10x+13}{14x+19}$; c) $\frac{18x+17}{14x+15}$;
d) $\frac{7x+13}{5x+9}$; e) $\frac{18n+13}{14n+11}$; f) $\frac{22n+7}{18n+5}$.

8. Determinați valorile naturale ale lui n pentru care:

a) $\frac{3n+9}{2n+1} \in \mathbb{N}$; b) $\frac{5n+3}{3n+1} \in \mathbb{N}$; c) $\frac{3n+15}{2n+3} \in \mathbb{N}$;
d) $\frac{7n+12}{5n+3} \in \mathbb{N}$; e) $\frac{5n+19}{2n+1} \in \mathbb{N}$; f) $\frac{7n+9}{2n+1} \in \mathbb{N}$.

9. Demonstrați că fracția $\frac{n^2+n}{6n+2}$ este reductibilă pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$.

10. Demonstrați că fracția $\frac{n^2-n}{8n+12}$ este reductibilă pentru orice $n \in \mathbb{N}^* \setminus \{1\}$.

1

NOȚIUNI GEOMETRICE FUNDAMENTALE

I.1. Unghiuri opuse la vârf. Unghiuri în jurul unui punct.

Unghiuri suplementare. Unghiuri complementare.

Bisectoarea unui unghi

I.2. Drepte paralele. Axioma paralelelor. Criterii de paralelism

I.3. Drepte perpendiculare în plan. Distanța de la un punct la o dreaptă

I.4. Cerc. Unghi la centru

2

TRIUNGHIUL

II.1. Triunghiul. Linii importante în triunghi.

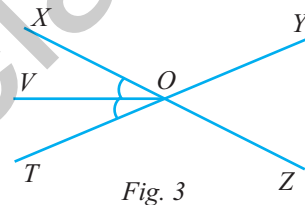
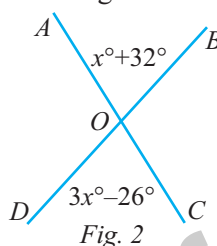
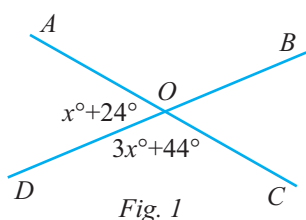
Metoda triunghiurilor congruente.

Proprietăți ale triunghiului isoscel, ale triunghiului echilateral, ale triunghiului dreptunghic

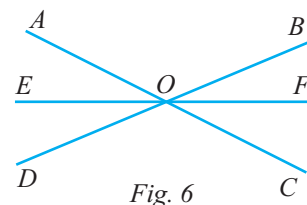
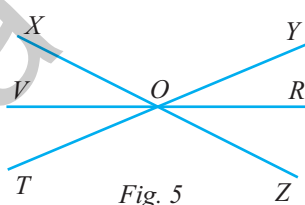
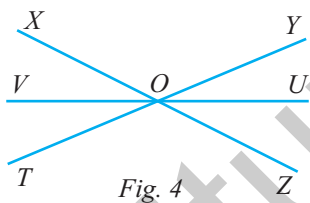
Editura Paralela 45

I.1. UNGHIURI OPUSE LA VÂRF. UNGHIURI ÎN JURUL UNUI PUNCT. UNGHIURI SUPLEMENTARE. UNGHIURI COMPLEMENTARE. BISECTOAREA UNUI UNGHI

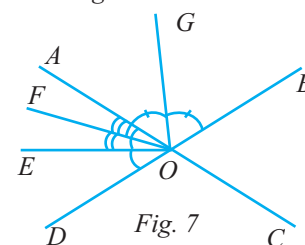
- În figura 1, dreptele AC și BD se intersectează în punctul O , astfel încât $\sphericalangle AOD = x^\circ + 24^\circ$ și $\sphericalangle COD = 3x^\circ + 44^\circ$. Determinați valoarea lui x .
- În figura 2, dreptele AC și BD se intersectează în punctul O , astfel încât $\sphericalangle AOB = x^\circ + 32^\circ$ și $\sphericalangle COD = 3x^\circ - 26^\circ$. Determinați valoarea lui x .
- În figura 3, unghiurile XOY și ZOT sunt opuse la vârf. Semidreapta OV este bisectoarea unghiului XOT , iar măsura unghiului $YOZ = 138^\circ$. Calculați măsurile unghiurilor YOZ , XOY , XOT și ZOT .



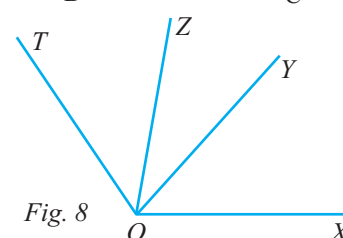
- În figura 4, unghiurile XOT și YOZ sunt opuse la vârf. Semidreapta OV este bisectoarea unghiului XOT , iar semidreapta OU este opusa lui OV , astfel încât $\sphericalangle XOY = 4\sphericalangle XOT$. Calculați măsura unghiului XOY .
- În figura 5, unghiurile XOY și ZOT sunt opuse la vârf, semidreapta OV este bisectoarea unghiului XOT și semidreapta OR este opusa lui OV . Demonstrați că $\sphericalangle XOR \equiv \sphericalangle ROT$.
- În figura 6, unghiurile AOB și COD sunt opuse la vârf. Semidreapta OE este bisectoarea unghiului AOD , iar semidreapta OF este bisectoarea unghiului BOC . Arătați că punctele E, O, F sunt coliniare.



- În figura 7, unghiurile AOB și COD sunt opuse la vârf. Semidreapta OE este bisectoarea unghiului AOD , semidreapta OF este bisectoarea unghiului AOE , iar semidreapta OG este bisectoarea unghiului BOF . Știind că $11\sphericalangle DOF = 4\sphericalangle BOF$, calculați măsura unghiului COD .



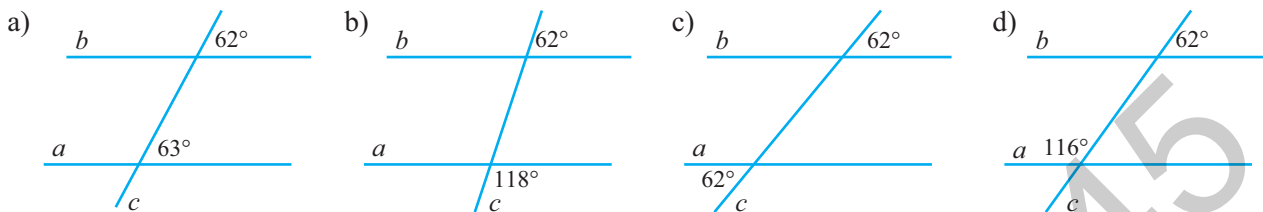
- În figura 8 sunt reprezentate semidreptele OX, OY, OZ și OT , astfel încât $\sphericalangle XOY = 48^\circ$, $\sphericalangle YOZ = 32^\circ$ și $\sphericalangle ZOT = 56^\circ$. Calculați măsurile unghiurilor XOZ , YOT și XOT .



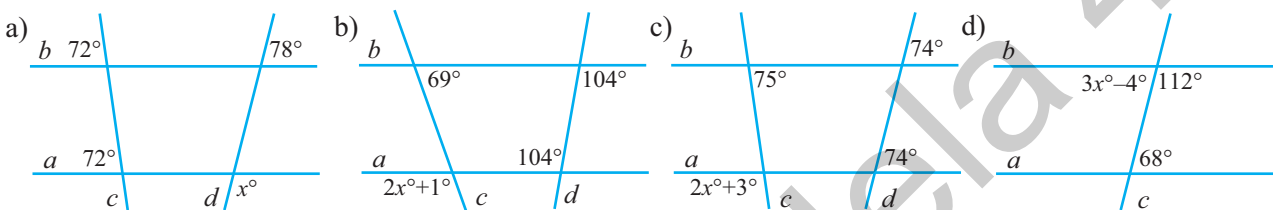
- Punctele A, O, B sunt coliniare, iar semidreptele OC și OD sunt în același semiplan determinat de dreapta AB , astfel încât $5\sphericalangle AOC = 2\sphericalangle COD$, iar $\sphericalangle BOD = 40^\circ$. Calculați măsurile unghiurilor AOC și COD .

I.2. DREPTE PARALELE. AXIOMA PARALELELOR. CRITERII DE PARALELISM

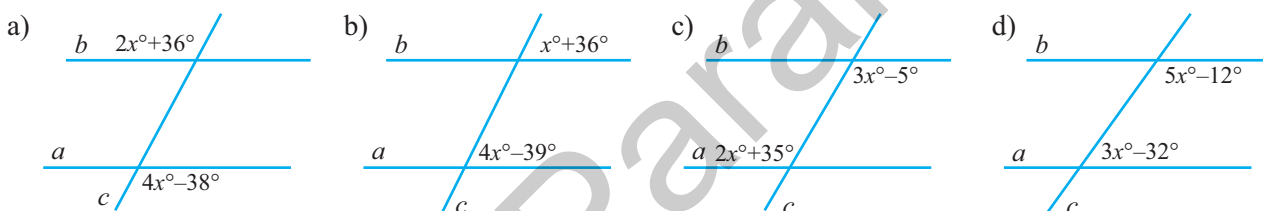
1. În care dintre situațiile din figurile de mai jos dreptele a și b sunt paralele?



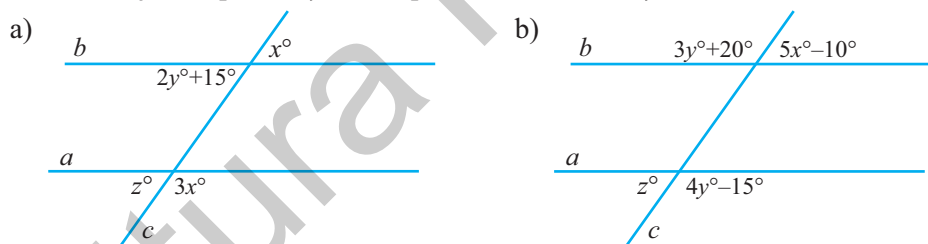
2. Determinați valoarea numărului natural x în fiecare dintre situațiile din figurile de mai jos prezentate.



3. În figurile de mai jos dreptele a și b sunt paralele. Determinați valoarea numărului natural x .

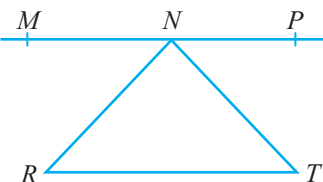


4. În figurile de mai jos dreptele a și b sunt paralele. Determinați valorile numerelor naturale x, y, z .



5. Două dintre unghiurile pe care le formează două drepte paralele cu o secantă au măsurile de $5x^\circ - 18^\circ$ și, respectiv, $3x^\circ + 22^\circ$. Determinați valoarea numărului natural x .

6. În figura alăturată, punctele M, N, P sunt coliniare, iar dreptele MP și RT sunt paralele. Unghiurile NRT și NTR au măsurile de 42° și, respectiv, de 54° . Determinați măsurile unghiurilor RNM, RNT și TNP .



7. În figura 1, dreptele a și b sunt paralele. Calculați măsura unghiului ABC , în condițiile date.

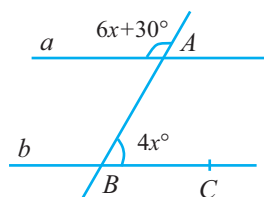


Fig. 1

8. În figura 2, $a \parallel b$. Calculați măsura unghiului BAC .

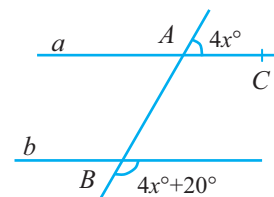
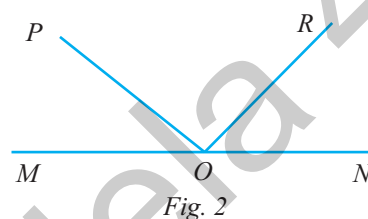
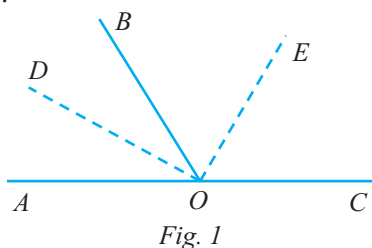


Fig. 2

I.3. DREPTE PERPENDICULARE ÎN PLAN. DISTANȚA DE LA UN PUNCT LA O DREAPTĂ

1. În figura 1 sunt reprezentate unghiurile adiacente suplementare AOB și BOC , iar semidreptele OD și, respectiv, OE , sunt bisectoarele unghiurilor AOB , respectiv BOC . Arătați că semidreptele OD și OE sunt perpendiculare.



2. În figura 2 este reprezentat unghiul alungit MON , iar de aceeași parte a dreptei MN se consideră semidreptele OP și OR , astfel încât $\sphericalangle MOR = 125^\circ$ și $\sphericalangle PON = 145^\circ$. Determinați măsura unghiului POR și arătați că $OP \perp OR$.

3. Se consideră unghiurile adiacente AOB și BOC , astfel încât $\sphericalangle AOB = 140^\circ$ și $\sphericalangle BOC = 80^\circ$, iar semidreapta OD este bisectoarea unghiului BOC . Arătați că semidreptele OA și OD sunt semidrepte opuse.

4. Se consideră unghiurile AOB și BOC care nu sunt adiacente și au măsurile egale cu 110° , respectiv 40° . Semidreptele OD și OE sunt bisectoarele unghiurilor AOB , respectiv BOC . Determinați măsura unghiului DOE .

5. Se consideră unghiurile adiacente complementare AOC și BOC , astfel încât măsura unghiului AOC să fie de cinci ori mai mare decât măsura unghiului BOC . Dacă semidreapta OM este opusa semidreptei OC , calculați măsura unghiului AOM .

6. Se consideră unghiul ascuțit AOB , semidreapta OC este bisectoarea unghiului AOB , iar semidreapta OD este opusa semidreptei OB . Știind că punctele M și A se găsesc în același semiplan determinat de dreapta BD , iar $OM \perp OC$, astfel încât $\sphericalangle DOM = 50^\circ$, calculați măsura unghiului AOB .

7. Se consideră unghiul propriu AOB cu măsura mai mică decât 45° , iar semidreapta ON este opusa semidreptei OA . În același semiplan determinat de dreapta AN ce conține semidreapta OB , se duc semidreptele $OC \perp OA$ și $OD \perp OB$, astfel încât măsura unghiului DON să fie egală cu dublul măsurii unghiului AOB . Dacă semidreapta OM este bisectoarea unghiului AOD , calculați măsurile unghiurilor DON și MON .

8. Se consideră unghiurile adiacente AOB și BOC , iar semidreptele OX , respectiv OY sunt bisectoarele unghiurilor AOB , respectiv BOC .

a) Dacă $OX \perp OC$, respectiv $OY \perp OA$, calculați măsurile unghiurilor AOB , respectiv BOC .

b) Dacă semidreptele OX și OC , respectiv semidreptele OY și OA sunt în prelungire, calculați măsurile unghiurilor AOB , respectiv BOC .

9. În figura 3 este reprezentat unghiul AOB cu măsura $2x^\circ + 9^\circ$, iar semidreptele OC și OD sunt perpendiculare pe semidreptele OB , respectiv OA , astfel încât $\sphericalangle COD = 4x^\circ + 63^\circ$. Determinați valoarea lui x .

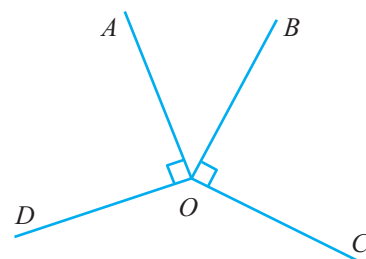


Fig. 3

I.4. CERC. UNGHII LA CENTRU

- În figura 1, AB și CD sunt diametre, iar $\widehat{BD} = 50^\circ$.
 - Calculați măsura unghiului AOD .
 - Dacă M este mijlocul arcului \widehat{BC} , calculați măsurile unghiurilor BOM și AOM .
- În figura 2, diametrul AB este bisectoarea unghiului MON . Știind că $\sphericalangle MOB = 30^\circ$, calculați:
 - măsurile unghiurilor MON și AON ;
 - măsura unghiului PON și măsura arcului \widehat{AP} , unde P este un punct pe cercul de centru O , astfel încât MP este diametru.
- În figura 3, diametrul CD este bisectoarea unghiului AOB , iar măsura arcului \widehat{AC} este de 150° .
 - Arătați că $\widehat{AD} \equiv \widehat{BD}$.
 - Calculați măsurile unghiurilor BOC și AOB .

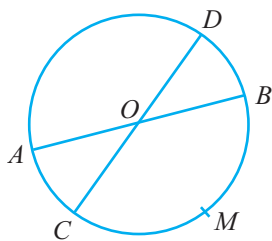


Fig. 1

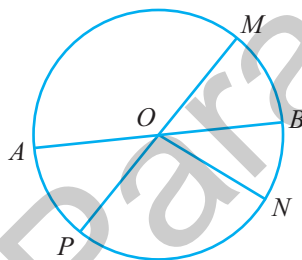


Fig. 2

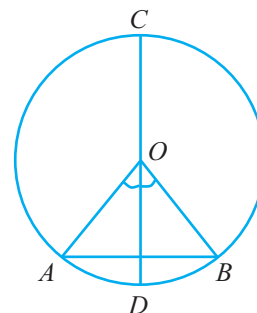


Fig. 3

- În figura 4, punctele M , N și P sunt puncte pe cerc și $MP \parallel ON$. Dacă $\sphericalangle OMP = 70^\circ$, calculați măsura arcului \widehat{MN} .
- În figura 5, pe cercul de centru O se iau punctele M și N , astfel încât $\widehat{MN} = 120^\circ$. Se știe că OP este bisectoarea unghiului MON , iar P se găsește pe cerc. Calculați măsurile unghiurilor MOP , PON . Stabiliți natura triunghiurilor MOP și PON și arătați că $PM \parallel ON$ și $PN \parallel OM$.
- În cercul de centru O , AB este diametru, iar C și D sunt puncte pe același semicerc astfel încât $\widehat{AC} = 60^\circ$ și OC este bisectoarea unghiului AOD (figura 6). Calculați măsurile unghiurilor AOD , BOD și ABD .

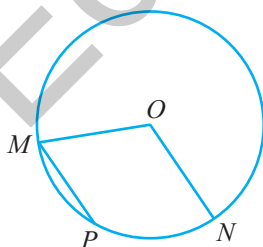


Fig. 4

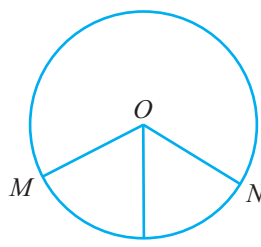


Fig. 5

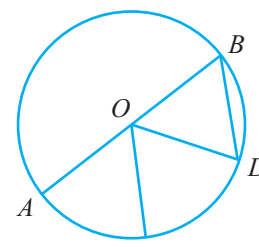
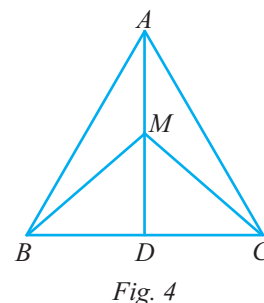
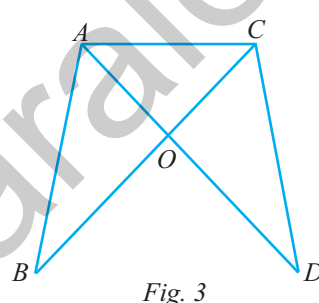
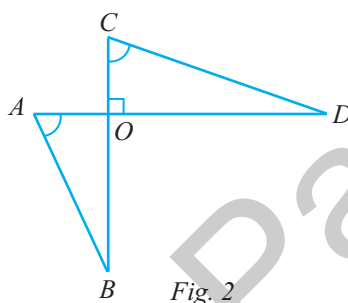
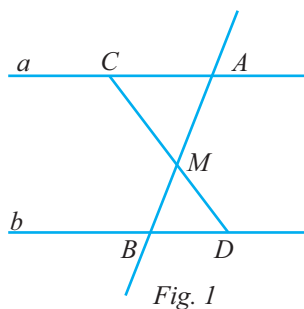


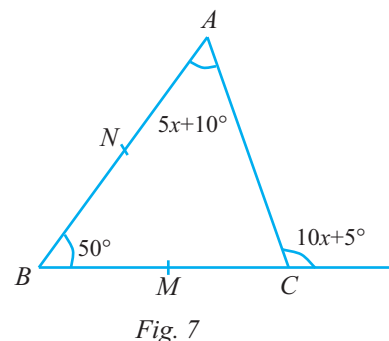
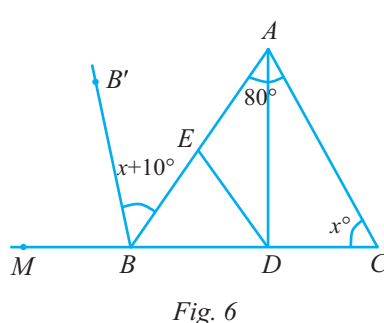
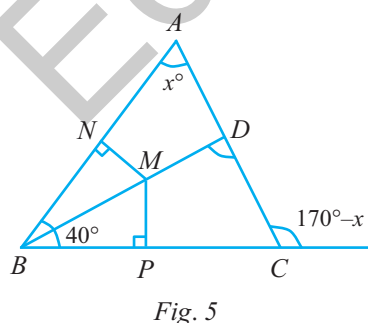
Fig. 6

II.1. TRIUNGIUL. LINII IMPORTANTE ÎN TRIUNGHII. METODA TRIUNGHIIURILOR CONGRUENTE. PROPRIETĂȚI ALE TRIUNGHIIULUI ISOSCEL, ALE TRIUNGHIIULUI ECHILATERAL, ALE TRIUNGHIIULUI DREPTUNGHIC

- În figura 1, $a \parallel b$, iar M este mijlocul segmentului AB . Arătați că $AC \equiv BD$.
- În figura 2 se știe că $AD \perp BC$, $AO \equiv CO$ și $\sphericalangle BAO \equiv \sphericalangle DCO$.
 - Arătați că $AB \equiv CD$.
 - Arătați că $\sphericalangle ADB \equiv \sphericalangle CBD$.
- În figura 3 se știe că $OA \equiv OC$ și $OB \equiv OD$.
 - Arătați că $AB \equiv DC$.
 - Arătați că $\sphericalangle ACD \equiv \sphericalangle CAB$.
- În figura 4, triunghiul ABC este isoscel, $AB \equiv AC$, iar AD este bisectoarea unghiului BAC , $M \in AD$.
 - Arătați că $BD \equiv DC$.
 - Arătați că $BM \equiv MC$ și MD este bisectoarea unghiului BMC .



- În condițiile din figura 5, determinați măsura unghiului x° .
 - Știind că BD este bisectoarea unghiului ABC , calculați măsura unghiului BDA .
 - Arătați că distanțele de la un punct $M \in BD$ la laturile AB și BC sunt congruente.
- În figura 6, BB' este bisectoarea unghiului exterior ABM , iar AD este bisectoarea unghiului BAC .
 - Calculați valoarea lui x .
 - Dacă E este mijlocul laturii AB , arătați că $DE \perp AB$.
- În condițiile expuse în figura 7, determinați măsurile unghiurilor A și C ale triunghiului ABC .
 - Dacă M și N sunt mijloacele laturilor BC și AB ale triunghiului ABC , arătați că $AM \equiv CN$.



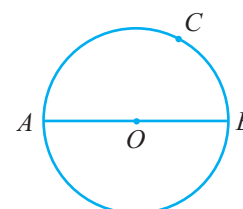
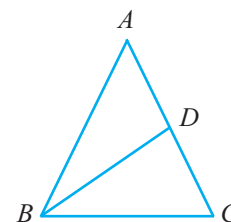
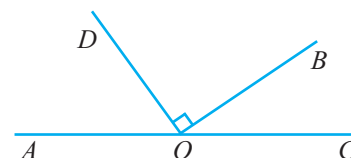
TESTUL 1

Subiectul I. Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect.**(30 de puncte)**

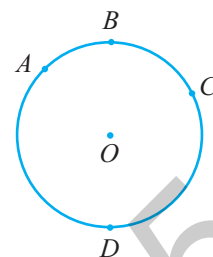
- (5p) 1. Rezultatul calculului $(-7)(+9) - (+6)(-8)$ este egal cu:
 a) -15; b) -12; c) -5; d) 15.
- (5p) 2. Cel mai mare divizor comun al numerelor 18, 24 și 30 este egal cu:
 a) 2; b) 3; c) 6; d) 12.
- (5p) 3. Rezultatul calculului $\frac{3}{4} + \frac{2}{3} - \frac{5}{6}$ este egal cu:
 a) $-\frac{5}{6}$; b) $\frac{1}{12}$; c) $\frac{7}{12}$; d) $\frac{5}{6}$.
- (5p) 4. Valoarea numărului natural nenul n din proporția $\frac{2n}{21} = \frac{14}{3n}$ este egală cu:
 a) 3; b) 6; c) 7; d) 14.
- (5p) 5. Soluția ecuației $3x + 2 = -7$ este egală cu:
 a) -4; b) -3; c) 2; d) 3.
- (5p) 6. Dacă 12 pixuri costă 72 de lei, atunci 5 pixuri de același fel vor costa:
 a) 20 de lei; b) 25 de lei; c) 30 de lei; d) 36 de lei.

Subiectul al II-lea. Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect.**(30 de puncte)**

- (5p) 1. În figura alăturată unghiurile AOB și BOC sunt adiacente suplimentare, iar $\sphericalangle BOC = \frac{1}{4}\sphericalangle AOB$. Dacă semidreapta OD este perpendiculară pe semidreapta OB , atunci măsura unghiului AOD este egală cu:
 a) 48° ; b) 52° ;
 c) 54° ; d) 57° .
- (5p) 2. În figura alăturată este reprezentat triunghiul isoscel ABC , cu $AB \equiv AC$, iar semidreapta BD , $D \in AC$, este bisectoarea unghiului ABC , astfel încât $\sphericalangle BDC = 96^\circ$. Măsura unghiului BAC este egală cu:
 a) 62° ; b) 64° ;
 c) 66° ; d) 68° .
- (5p) 3. În figura alăturată punctele A, B, C sunt situate pe cercul de centru O , astfel încât $\widehat{BC} = \frac{\widehat{AC}}{2}$, cu $O \in AB$, iar $BC = 6$ cm. Lungimea diametrului AB este egală cu:
 a) 6 cm; b) 8 cm;
 c) 10 cm; d) 12 cm.



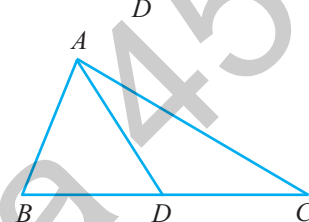
5. În figura alăturată este reprezentat cercul de centru O , pe care sunt situate punctele A, B, C, D , în această ordine, astfel încât $0,3 \cdot \widehat{AB} = 0,25 \cdot \widehat{BC} = 0,2 \cdot \widehat{CD} = 0,1(6) \cdot \widehat{DA}$.



(2p) a) Determinați măsurile arcelor AB, BC, CD și DA .

(3p) b) Calculați măsura unghiului AOC .

6. În figura alăturată este reprezentat triunghiul dreptunghic ABC , cu $\sphericalangle BAC = 90^\circ$, $AB = 12$ cm și punctul D , mijlocul ipotenuzei BC , astfel încât $\sphericalangle DAC = 30^\circ$.



(2p) a) Calculați perimetrul triunghiului ABD .

(3p) b) Calculați distanța de la punctul D la dreapta AC .

TESTUL 2

Subiectul I. Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

- (5p) 1. Rezultatul calculului $-12 - (-5)(+12) - (-6)(-9)$ este egal cu:

a) -8 ; b) -7 ; c) -6 ; d) 6 .

- (5p) 2. Suma numerelor naturale prime mai mici decât 19 este egală cu:

a) 58; b) 59; c) 77; d) 78.

- (5p) 3. Suma divizorilor proprii ai numărului natural 24 este egală cu:

a) 35; b) 36; c) 59; d) 60.

- (5p) 4. Valoarea numărului rațional $x = \frac{5}{6} - \frac{7}{8} + \frac{11}{12}$ este egală cu:

a) $\frac{1}{2}$; b) $\frac{3}{4}$; c) $\frac{7}{8}$; d) $\frac{5}{6}$.

- (5p) 5. Un obiect costă 80 de lei. Se scumpește cu 20%. Prețul obiectului după scumpire este egal cu:

a) 84 de lei; b) 88 de lei; c) 92 de lei; d) 96 de lei.

- (5p) 6. Dacă $20\%a = 25\%b$, atunci valoarea raportului $r = \frac{7a-5b}{5b-a}$ este egală cu:

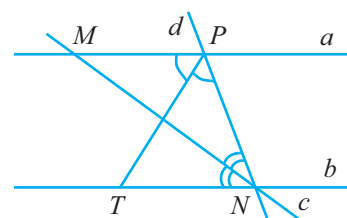
a) 1; b) 2; c) 3; d) 4.

Subiectul al II-lea. Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

- (5p) 1. În figura alăturată sunt reprezentate dreptele paralele, $a \parallel b$, cu $c \cap a = \{M\}$, $c \cap b = \{N\}$, $d \cap a = \{P\}$, $d \cap b = \{N\}$, semidreapta PT este bisectoarea unghiului MPN și semidreapta MN este bisectoarea unghiului PNT . Știind că $\sphericalangle MPT = 3x^\circ + 21^\circ$, iar $\sphericalangle MNT = 3x^\circ - 9^\circ$, atunci x este egal cu:

a) 12° ; b) 13° ;
c) 15° ; d) 18° .



ALGEBRĂ

CAPITOLUL I. MULȚIMEA NUMERELOR NATURALE

1. a) $B = \{24, 36, 45, 123, 210, 300, 330\}$, $C = \{24, 36, 56, 100, 210, 300, 330\}$, $D = \{45, 65, 100, 125, 210, 245, 300, 330\}$;
 b) $B \cap C = \{24, 36, 210, 300, 330\}$, $C \cap D = \{100, 210, 300, 330\}$, $B \cap C \cap D = \{210, 300, 330\}$. 2. a) $B = \{1, 2, 3, 4\}$;
 b) $\text{card } B = 4$. 3. a) $B = \{1, 3, 5, 7\}$; b) $A \cap B = \{1, 3\}$, $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 5, 7\}$. 4. $B = \{1, 2, 5, 12, 27, 58\}$, $\text{card } B = 6$.
 5. a) $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$; b) $B = \{0, 5\}$; c) $C = \{2, 4, 8, 16, 32\}$; d) $D = \{2, 3, 4, 5\}$; e) $E = \{0, 1, 4, 5, 6, 9\}$. 6. $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $A \cap B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $A - B = \{0\}$, $B - A = \{7\}$.
 7. $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $A \cap B = \{2, 3, 4, 5\}$, $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $A - B = \{0, 1\}$, $B - A = \{6, 7\}$. 8. $C = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $\text{card } C = 7$. 9. $A = \{3, 5, 7, 9\}$, $B = \{2, 3, 5, 9\}$, $A \cap B = \{3, 5, 9\}$, $A \cup B = \{2, 3, 5, 7, 9\}$, $A - B = \{7\}$, $B - A = \{2\}$. 10. $A = \{0, 1, 2, 5, 8, 17\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$, $A \cap B = \{1, 2\}$, $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 12, 17\}$, $A - B = \{0, 5, 8, 17\}$, $B - A = \{3, 4, 6, 12\}$. 11. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $A \cap B = \{2, 3, 4, 5\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $A - B = \{1\}$, $B - A = \{6, 7, 8\}$, $(A \cup B) - \{1, 3, 5, 7, 9\} = \{1, 2, 4, 6, 8\}$.
 12. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $A - B = \{1, 2\}$, $B - A = \{6, 7, 8, 9\}$, $(A \cap B) - \{1, 3, 5, 7, 9\} = \{4\}$. 13. $A = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $A \cap B = \{2, 3, 4, 5\}$, $A - B = \{6, 7\}$, $B - A = \{1\}$, $\text{card}(A \cup B) = 7$, $\text{card}(A \cap B) = 4$, $\text{card}(A - B) = 2$, $\text{card}(B - A) = 1$, $7 - 4 = 2 + 1$ (A).
 14. $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A \cap B = \{2, 3, 4\}$, $A - B = \{1\}$, $B - A = \{5, 6\} \Rightarrow (A \cup B) - (A \cap B) = \{1, 5, 6\}$, $(A - B) \cup (B - A) = \{1, 5, 6\}$. 15. $A = \{4, 5, 6, \dots, 13, 14\}$, $B = \{12, 13, 14, \dots, 16, 17\}$, $A \cap B = \{12, 13, 14\}$, $A \cup B = \{4, 5, 6, \dots, 15, 16, 17\}$, $B - A = \{15, 16, 17\}$, $A - B = \{4, 5, 6, \dots, 11\}$. 16. a) $A = \{3, 4, 5\}$, $B = \{1, 2, 3, 4\}$; b) $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A \cap B = \{3, 4\}$, $A - B = \{5\}$, $B - A = \{1, 2\}$. 17. $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{3, 4, 5, 6\}$, $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A \cap B = \{3, 4, 5\}$, $A - B = \{0, 1, 2\}$, $B - A = \{6\}$. 18. a) $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{2, 4, 6, 16\}$; b) $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 16\}$, $A \cap B = \{2, 4, 6\}$, $A - B = \{1, 3, 5\}$, $B - A = \{16\}$. 19. a) $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$; b) $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A \cap B = \{2, 3, 4\}$, $A - B = \{0, 1\}$, $B - A = \{5, 6\}$. 20. $A = \{4, 5, 8, 20\}$, $B = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$, $A \cup B = \{1, 2, 4, 5, 8, 10, 20\}$, $A \cap B = \{4, 5, 20\}$, $A - B = \{8\}$, $B - A = \{1, 2, 10\}$.
 21. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $C = \{2, 6, 7\}$, $A \cap C = \{2\}$, $B \cap C = \{6, 7\}$, $(A \cap C) \cup (B \cap C) = \{2, 6, 7\}$.
 22. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $C = \{6, 7, 8, 9, 10, 11\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $B \cup C = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$, $A \cap B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$, $(A \cap B) \cup C = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$, $A \cap C = \{6, 7\}$, $(A \cap C) \cup B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $B \cap C = \{6, 7, 8\}$, $(A \cap B) \cup (B \cap C) = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$. 23. a) $A = \{3, 4, 5, 6, 7\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$; b) $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $A \cap B = \{3, 4, 5\}$, $A - B = \{6, 7\}$, $B - A = \{1, 2\}$. 24. a) $A = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$; b) $A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $A \cap B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$, $A - B = \{2\}$, $B - A = \{8\}$. 25. $A = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$, $A \cap B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$, $A \cup B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $A - B = \{3, 9\}$, $B - A = \emptyset$. 26. $A = \{4, 5, 6, 7\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $C = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $(A \cup B) \cap C = \{1, 3, 5, 7\}$, $A - C = \{4, 6\}$, $(A - C) \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B - C = \{2, 4, 6\}$, $(B - C) \cup A = \{2, 4, 5, 6, 7\}$, $C - A = \{1, 3, 9, 11\}$, $(C - A) \cap B = \{1, 3\}$, $A \cap B = \{4, 5, 6\}$, $(A \cap B) \cup (B - C) = \{2, 4, 5, 6\}$, $A \cap B \cap C = \{5\}$, $A \cup B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 11\}$.
 27. $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{1, 3, 5, 7\}$, $C = \{3, 7, 11, 15\}$, $A \cap B = \{1, 3\}$, $B \cap C = \{3, 7\}$, $(A \cap B) \cup (B \cap C) = \{1, 3, 7\}$, $A - B = \{2, 4\}$, $B - C = \{1, 5\}$, $(A - B) \cup (B - C) = \{1, 2, 4, 5\}$, $(A - B) \cap (B \cap C) = \emptyset$, $(B \cap C) \cup A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$, $(A \cup B) \cap C = \{3, 7\}$. 28. $A = \{0, 2, 12\}$, $B = \{2, 5, 12, 26\}$, $A \cup B = \{0, 2, 5, 12, 26\}$, $A \cap B = \{2, 12\}$, $A - B = \{0\}$, $B - A = \{5, 26\}$. 29. $A = \{1, 2, 4, 11\}$, $B = \{2, 4, 10, 28\}$, $A \cup B = \{1, 2, 4, 10, 11, 28\}$, $A \cap B = \{2, 4\}$, $A - B = \{1, 11\}$, $B - A = \{10, 28\}$. 30. $A = \{1, 2, 5, 8, 17\}$, $B = \{1, 5, 19\}$, $A \cup B = \{1, 2, 5, 8, 17, 19\}$, $A \cap B = \{1, 5\}$, $A - B = \{2, 8, 17\}$, $B - A = \{19\}$. 31. $A = \{2, 6, 10, 14, 18\}$, $B = \{2, 8\}$, $A \cap B = \{2\}$, $A \cup B = \{2, 6, 8, 10, 14, 18\}$, $A - B = \{6, 10, 14, 18\}$, $B - A = \{8\}$. 32. $A = \{0, 2, 3, 17\}$, $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 17\}$, $A \cap B = \{0, 2, 3\}$, $A - B = \{17\}$, $B - A = \{1, 4, 5\}$. 33. $A = \{0, 2, 4, 18\}$, $B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $A \cup B = \{0, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 18\}$, $A \cap B = \{2, 4\}$, $A - B = \{0, 18\}$, $B - A = \{3, 5, 6, 7, 8\}$. 34. $A = \{0, 1, 3, 6, 9, 15, 33\}$, $B = \{2, 3, 5, 12\}$, $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 5, 6, 9, 12, 15, 33\}$, $A \cap B = \{3\}$, $A - B = \{0, 1, 6, 9, 15, 33\}$, $B - A = \{2, 5, 12\}$. 35. $A = \{1, 3, 10\}$, $B = \{1, 2, 3, 8\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 8, 10\}$, $A - B = \{10\}$, $B - A = \{2, 8\}$. 36. $A = \{0, 3, 6, 9\}$, $B = \{0, 9\}$, $A \cup B = \{0, 3, 6, 9\}$,

$= \{-7\}$; **b)** $S = \{18\}$; **c)** $S = \{4\}$; **d)** $S = \{-2\}$; **e)** $S = \{6\}$; **f)** $S = \{4\}$. **77. a)** $S = \{-1\}$; **b)** $S = \{4\}$; **c)** $S = \left\{\frac{2}{5}\right\}$; **d)** $S = \{-5\}$;
e) $S = \{5\}$; **f)** $S = \left\{\frac{1}{2}\right\}$. **78. a)** $S = \{3\}$; **b)** $S = \{7\}$; **c)** $S = \{4\}$; **d)** $S = \{1\}$; **e)** $S = \{4\}$; **f)** $S = \{9\}$. **79. a)** $S = \{3\}$; **b)** $S = \{5\}$; **c)** $S = \{3\}$; **d)** $S = \{-3\}$; **e)** $S = \{8\}$; **f)** $S = \{-6\}$. **80. a)** $S = \{20\}$; **b)** $S = \{3\}$; **c)** $S = \{-2\}$; **d)** $S = \{2\}$; **e)** $S = \{-2\}$; **f)** $S = \{2\}$. **81. a)** $S = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$; **b)** $S = \{-0,25\}$; **c)** $S = \{0,9\}$; **d)** $S = \left\{\frac{7}{8}\right\}$; **e)** $S = \left\{\frac{2}{3}\right\}$. **82. a)** $S = \left\{8\frac{1}{5}\right\}$; **b)** $S = \{2\}$; **c)** $S = \left\{-2\frac{1}{3}\right\}$; **d)** $S = \{41\}$. **83. a)** $S = \left\{3\frac{1}{3}\right\}$; **b)** $S = \{-2\}$; **c)** $S = \{3\}$; **d)** $S = \left\{-\frac{3}{4}\right\}$; **e)** $S = \{2\}$; **f)** $S = \left\{-\frac{5}{4}\right\}$. **84. a)** $S = \left\{3\frac{2}{3}\right\}$; **b)** $S = \left\{-7\frac{1}{3}\right\}$; **c)** $S = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$; **d)** $S = \left\{1\frac{5}{11}\right\}$; **e)** $S = \left\{1\frac{1}{12}\right\}$; **f)** $S = \{2\}$; **g)** $S = \left\{6\frac{3}{4}\right\}$; **h)** $S = \{-1\}$. **85. a)** $S = \{10\}$; **b)** $S = \{2\}$; **c)** $S = \{1\}$; **d)** $S = \left\{\frac{3}{4}\right\}$; **e)** $S = \left\{-1\frac{7}{8}\right\}$; **f)** $S = \left\{\frac{2}{5}\right\}$. **86. a)** $S = \{-4\}$; **b)** $S = \{5\}$; **c)** $S = \{3\}$; **d)** $S = \{3\}$; **e)** $S = \{1\}$; **f)** $S = \{1\}$. **87. a)** $S = \{2\}$; **b)** $S = \{15\}$; **c)** $S = \{-3\}$; **d)** $S = \{10\}$; **e)** $S = \{-2\}$; **f)** $S = \{8\}$. **88. a)** $S = \{-4\}$; **b)** $S = \{-6\}$; **c)** $S = \{5\}$; **d)** $S = \{2\}$; **e)** $S = \{-4\}$; **f)** $S = \{-5\}$. **89. a)** $S = \{-6\}$; **b)** $S = \{2\}$; **c)** $S = \{-17\}$; **d)** $S = \{3\}$; **e)** $S = \{3\}$; **f)** $S = \{-1\}$. **90. a)** $S = \{5\}$; **b)** $S = \{-2\}$; **c)** $S = \{3\}$; **d)** $S = \{-1\}$; **e)** $S = \{1\}$; **f)** $S = \{1\}$. **91. a)** $S = \{5\}$; **b)** $S = \{39\}$; **c)** $S = \left\{\frac{1}{2}\right\}$; **d)** $S = \{9\}$; **e)** $S = \left\{-\frac{5}{7}\right\}$. **92. a)** $S = \left\{\frac{5}{2}, \frac{7}{2}\right\}$; **b)** $x \in \{-2, 3\}$; **c)** $S = \{-2, 1\}$; **d)** $S = \left\{-\frac{17}{6}, -\frac{7}{6}\right\}$; **e)** $S = \{-6, 2, 4, 12\}$; **f)** $S = \{-6, -2, 0, 4\}$; **g)** $x \in \left\{-\frac{7}{2}, \frac{13}{2}\right\}$; **h)** $x \in \left\{-\frac{8}{3}, 4, -\frac{28}{3}, \frac{32}{3}\right\}$. **93. a)** $S = \left\{\frac{17}{15}, \frac{5}{3}\right\}$; **b)** $S = \emptyset$; **c)** $S = \left\{-\frac{5}{2}\right\}$; **d)** $S = \{4\}$. **94. a)** $x = 6$; **b)** $x = 3$; **c)** $x = 2$; **d)** $x = 5$; **e)** $x = 1$. **95. a)** $x = 1$; **b)** $x = 1$; **c)** $x = \frac{2}{3}$; **d)** $S = \{1\}$; **e)** $S = \{2\}$. **96. a)** $S_n = 2 - \frac{1}{n+1} \Rightarrow S_n < 2$ pentru oricare $n \in \mathbb{N}^*$; **b)** $2 - \frac{1}{n+1} = \frac{4023}{2012} \Rightarrow n = 2011$. **97.** 162; 30. **98.** 67; 220. **99.** 120; 42; 36. **100.** $10\frac{13}{48}$; $14\frac{5}{48}$. **101.** $5\frac{23}{24}$; $30\frac{19}{24}$. **102.** 40; 48; 80; 30; 20. **103.** 12 băieți; 15 fete. **104.** 72 lei. **105.** 10; 40; 25. **106.** 500 lei. **107.** 850 km. **108.** 360 lei. **109. a)** $n = 2019$; **b)** $n = 2020$; **c)** $n = 1$.

GEOMETRIE

CAPITOLUL I. NOȚIUNI GEOMETRICE FUNDAMENTALE

I.1. Unghiuri opuse la vârf. Unghiuri în jurul unui punct. Unghiuri suplementare.

Unghiuri complementare. Bisectoarea unui unghi

1. $x = 28^\circ$. **2.** $x = 29^\circ$. **3.** Notăm $\sphericalangle XOT = 2a$ și $\sphericalangle XOY = 2b \Rightarrow \begin{cases} \sphericalangle YOY = a + 2b \Rightarrow a + 2b = 138^\circ \\ 2a + 2b = 180^\circ \Leftrightarrow a + b = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 48^\circ \\ a = 42^\circ \end{cases} \Rightarrow \sphericalangle XOY = 84^\circ$; $\sphericalangle XOT = 84^\circ$; $\sphericalangle YOZ = 84^\circ$; $\sphericalangle ZOT = 96^\circ$. **4.** $\sphericalangle XOT = \sphericalangle YOZ = 2a \Rightarrow \sphericalangle XOY = \sphericalangle TOV = a$ și $\sphericalangle YOU = \sphericalangle ZOU = a$; $\sphericalangle XOY = \sphericalangle ZOT = 2b$. Cum $\sphericalangle XOU = 4\sphericalangle XOT \Rightarrow 2b + a = 8a \Leftrightarrow 2b = 7a$. Dar $2a + 2b = 180^\circ \Rightarrow a = 20^\circ$ și $b = 70^\circ$. Deci, $\sphericalangle XOY = 140^\circ$. **5.** $\sphericalangle XOY = \sphericalangle ZOT$; $\sphericalangle XOY = \sphericalangle TOV$; $\sphericalangle YOR = \sphericalangle ZOR$; notăm $\sphericalangle XOY = 2a$ și $\sphericalangle XOT = 2b$. Deci $\sphericalangle XOR = \sphericalangle XOY + \sphericalangle YOR = 2a + b$ și $\sphericalangle ROT = \sphericalangle ZOR + \sphericalangle ZOT = b + 2a$. Deci $\sphericalangle XOR \equiv \sphericalangle ROT$. **6.** $\sphericalangle AOB = \sphericalangle COD = 2a \Rightarrow \sphericalangle AOD = \sphericalangle BOC = 2b$; $\sphericalangle AOE = \sphericalangle EOD = b \Rightarrow \sphericalangle BOF = \sphericalangle COF = b$; deci $\sphericalangle EOF = \sphericalangle AOE + \sphericalangle AOB + \sphericalangle BOF = b + 2a + b = 2a + 2b = \sphericalangle AOB + \sphericalangle AOD = 180^\circ \Rightarrow E, O, F$ sunt coliniare. **7.** $\sphericalangle BOF + \sphericalangle DOF = 180^\circ \mid \cdot 4 \Leftrightarrow 4\sphericalangle BOF + 4\sphericalangle DOF = 720^\circ \Rightarrow 15\sphericalangle DOF =$

117. a) $\triangle BED \equiv \triangle CED$ (L.L.L.); **b)** În $\triangle BDC$ se arată că E este ortocentrul triunghiului $\Rightarrow BE$ este înălțime $\Rightarrow BE \perp CD$ (vezi fig. 62). **118.** În $\triangle ABD$ dreptunghic, DM este mediană $\Rightarrow DM = \frac{AB}{2}$; în $\triangle BEA$ dreptunghic, EM este mediană $\Rightarrow EM = \frac{AB}{2} \Rightarrow DM = EM$; $\sphericalangle AME = 180^\circ - 2\sphericalangle A$; $\sphericalangle BMD = 180^\circ - 2\sphericalangle B$. $\sphericalangle AME + \sphericalangle BMD = 360^\circ - 2(\sphericalangle A + \sphericalangle B) = 120^\circ \Rightarrow \sphericalangle DME = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ \Rightarrow \triangle DME$ este echilateral (vezi fig. 63). **119. a)** $\triangle MBC \equiv \triangle NCB$ (L.U.L.) $\Rightarrow BN \equiv CM$; **b)** $\triangle ACE \equiv \triangle ABF$ (L.U.L.) $\Rightarrow AE \equiv AF \Rightarrow \triangle AEF$ este isoscel; **c)** $\triangle MBP \equiv \triangle NCP$ (U.L.U.) $\Rightarrow MP \equiv NP$; **d)** $\triangle AMP \equiv \triangle ANP$ (L.L.L.) $\Rightarrow \sphericalangle MAP \equiv \sphericalangle NAP \Rightarrow AP$ – bisectoarea $\sphericalangle BAC \Rightarrow AP$ – înălțime în $\triangle ABC \Rightarrow AP \perp BC$.

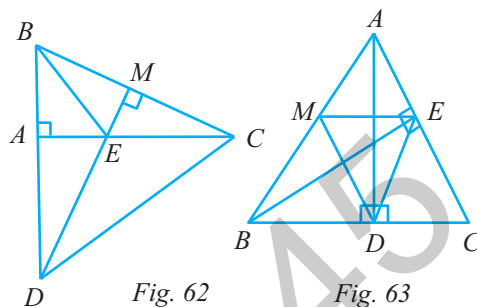


Fig. 62

Fig. 63

TESTE RECAPITULATIVE

PRECIZĂRI

Subiectul I și Subiectul al II-lea

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

Subiectul al III-lea

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut.

Testul 1

Subiectul I. 1. a). 2. c). 3. c). 4. c). 5. b). 6. c).

Subiectul al II-lea. 1. c). 2. d). 3. d). 4. c). 5. b). 6. d).

Subiectul al III-lea. 1. a) $x = -8[-11 - 6(-3)] = -8(-11 + 18) = -8(+7) = -56$; $y = 36$; **b)** $n = -10$. **2. a)** $x = 3$; **b)** $n = \frac{2}{5}$.

3. a) $r = 4$; **b)** $a = 108$; $b = 180$, $c = 288$. **4. a)** $\triangle BDC \equiv \triangle EDC$ (C.C.) $\Rightarrow BC \equiv CE \Rightarrow \triangle BCE$ – isoscel; **b)** $\triangle ABD \equiv \triangle AED$ (Caz C.C.) $\Rightarrow AB \equiv AE$, dar $AB \equiv AC$ (ipoteză). **5. a)** $\widehat{AB} = 60^\circ$; $\widehat{BC} = 80^\circ$; $\widehat{CD} = 100^\circ$; $\widehat{DA} = 120^\circ$; **b)** $\sphericalangle AOC = \widehat{AC} = 140^\circ$. **6. a)** $\sphericalangle BAD = 90^\circ - \sphericalangle DAC = 60^\circ$; $AD = \frac{BC}{2} = BD = CD \Rightarrow \triangle ABD$ – echilateral $\Rightarrow \sphericalangle B = 60^\circ$, $\sphericalangle C = 30^\circ$; $\mathcal{P}_{ABD} = 3AB = 36$ cm; **b)** $DE \perp AC$, $E \in AC \Rightarrow d(D, AC) = DE = \frac{AD}{2} = 6$ cm.

Testul 2

Subiectul I. 1. c). 2. a). 3. a). 4. c). 5. d). 6. a).

Subiectul al II-lea. 1. b); 2. c); 3. b); 4. d); 5. c); 6. c).

Subiectul al III-lea. 1. a) $120\%x = y$; $80\%y = z$, unde x este prețul inițial și z este prețul final; $z = \frac{80}{100} \cdot \frac{120}{100}x = \frac{96}{100}x = 96\%x \Rightarrow p\% = 96\%$; **b)** $96\%x = 480 \Leftrightarrow \frac{96}{100}x = 480 \Rightarrow x = 500$ de lei. **2. a)** $a = 12x$; $b = 12y$; $(x; y) = 1$; $a < b \Rightarrow x < y$;

CUPRINS

ALGEBRĂ	5
CAPITOLUL I. MULȚIMEA NUMERELOR NATURALE	7
CAPITOLUL II. DIVIZIBILITATEA NUMERELOR NATURALE	11
II.1. Cel mai mare divizor comun. Cel mai mic multiplu comun	11
CAPITOLUL III. RAPOARTE ȘI PROPORȚII	18
III.1. Rapoarte și proporții. Șir de rapoarte egale. Mărimi direct proporționale. Mărimi invers proporționale. Regula de trei simplă	18
CAPITOLUL IV. MULȚIMEA NUMERELOR ÎNTREGI	29
CAPITOLUL V. MULȚIMEA NUMERELOR RAȚIONALE	41
GEOMETRIE	57
CAPITOLUL I. NOȚIUNI GEOMETRICE FUNDAMENTALE	59
I.1. Unghiuri opuse la vârf. Unghiuri în jurul unui punct. Unghiuri suplementare. Unghiuri complementare. Bisectoarea unui unghi	59
I.2. Drepte paralele. Axioma paralelelor. Criterii de paralelism	68
I.3. Drepte perpendiculare în plan. Distanța de la un punct la o dreaptă	71
I.4. Cerc. Unghi la centru	75
CAPITOLUL II. TRIUNGHIUL	78
II.1. Triunghiul. Linii importante în triunghi. Metoda triunghiurilor congruente. Proprietăți ale triunghiului isoscel, ale triunghiului echilateral, ale triunghiului dreptunghic	78
TESTE RECAPITULATIVE	91
INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI	127