

Cuprins

1. Numere și mulțimi numerice 5

1. Numere naturale. Operații cu numere naturale 5
2. Numere raționale. Operații cu numere raționale 7
3. Mulțimi: descriere, notații, reprezentări 9
4. Mulțimi finite și mulțimi infinite 11
5. Operații cu mulțimi 13
6. Unitatea de învățare 1. Sinteză 17

2. Divizibilitate 21

1. Divizibilitate 21
2. Criterii de divizibilitate 23
3. Descompunerea numerelor naturale în produs de puteri de numere prime 25
4. Cel mai mare divizor comun (c.m.m.d.c.); numere prime între ele 27
5. Cel mai mic multiplu comun (c.m.m.m.c.) 29
6. Divizibilitatea sumei. Divizibilitatea diferenței 31
7. Alte proprietăți ale divizibilității în \mathbb{N} 33
8. Unitatea de învățare 2. Sinteză 35

3. Geometrie. Drepte, cercuri, unghiuri 39

1. Figuri geometrice și corpuri geometrice 39
2. Segmente, unghiuri, măsuri 41
3. Unghiuri adiacente; unghiuri suplementare, unghiuri complementare 43
4. Unghiuri opuse la vârf 45
5. Unghiuri în jurul unui punct 47
6. Mijlocul unui segment. Bisectoarea unui unghi 49
7. Cerc; elemente în cerc 51
8. Unghi la centru; măsuri de unghiuri 53
9. Pozițiile unei drepte față de un cerc; pozițiile a două cercuri 55
10. Unitatea de învățare 3. Sinteză 57

4. Paralelism și perpendicularitate 61

1. Drepte paralele 61
2. Criterii de paralelism (unghiuri formate de două drepte paralele cu o secantă) 63
3. Drepte perpendiculare în plan (definiție, notație, construcție); oblice, distanța de la un punct la o dreaptă 67
4. Mediatoarea unui segment 69
5. Simetria față de o dreaptă 71
6. Paralelism și perpendicularitate: aplicații practice în poligoane și corpuri geometrice 73
7. Unitatea de învățare 4. Sinteză 75

5. Rapoarte, Proporții 79

1. Raport 79
2. Procent 81
3. Probabilitate 83
4. Proporții 85
5. Aflarea unui termen necunoscut. Proporții derivate 87
6. Șir de rapoarte egale 89
7. Mărimi direct proporționale 91
8. Mărimi invers proporționale 93
9. Utilizarea procentelor 95
10. Elemente de organizare a datelor 97
11. Unitatea de învățare 5. Sinteză 99

6. Mulțimea numerelor întregi 103

1. Mulțimea numerelor întregi; opusul unui număr întreg 103
2. Reprezentarea numerelor întregi pe axă; modulul unui număr întreg 105
3. Compararea și ordonarea numerelor întregi 107
4. Adunarea numerelor întregi; proprietăți 109
5. Scăderea numerelor întregi 111
6. Legătura dintre adunare și scădere. Ecuații și inecuații 113
7. Unitatea de învățare 6. Sinteză 115

Răspunsuri 119

9. Pozițiile unei drepte față de un cerc; pozițiile a două cercuri

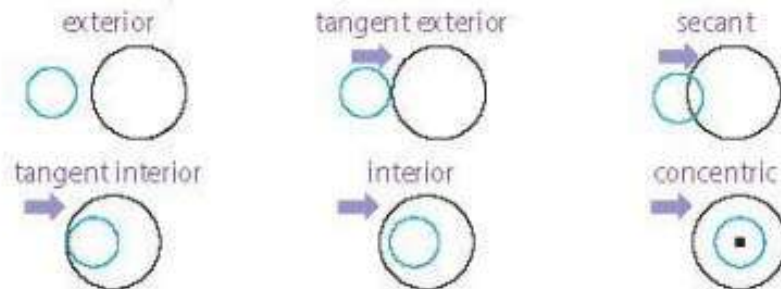
Îmi amintesc

Considerăm o dreaptă, respectiv un cerc care se pot deplasa în plan.

- Față de un cerc fixat, dreapta mobilă poate fi:

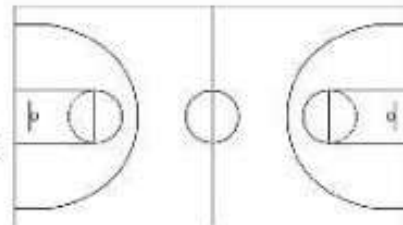


- Față de un cerc fixat, cercul mobil poate fi:



Explorez, aplic, rezolv

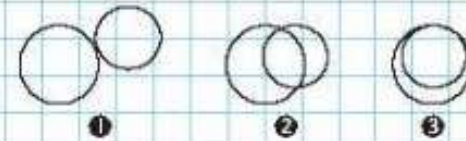
- Caracterizează pozițiile unei drepte față de un cerc, observând numărul punctelor comune ale acestora.
 - Aceeași cerință, pentru pozițiile relative a două cercuri.
- Imaginea arată schița unui teren de baschet. Colorează pe această schiță:
 - un cerc și o dreaptă secantă la acesta;
 - un cerc și o dreaptă exterioară acestuia.



Am înțeles?

Data _____

- Asociază numărul imaginii cu descrierea potrivită.



cercuri tangente:

cercuri secante:

- Desenează o dreaptă secantă și o dreaptă tangentă la cercul din imagine.



- Alege răspunsul corect! Numărul de perechi de cercuri tangente din imagine este:
a) 6; b) 4; c) 3; d) 1.



- Exercițiu suplimentar, notițe, calcule

Pot să recunosc pozițiile relative ale dreptelor și cercurilor:

FOARTE BINE BINE SATISFACĂTOR PEA PUTIN

Nume _____

Clasa
a VI-a

22b
Proba

Știu să rezolv?

Data _____

1 Alege răspunsul corect!
Numărul de drepte tangente la cele două cercuri din imagine este: a) 1; b) 2; c) 3; d) 4.



2 Desenează două cercuri concentrice și un al treilea cerc, tangent la cele două deja desenate.

3 Pe banda de hârtie de mai jos, desenează două cercuri tangente între ele și tangente la dreptele ce delimitează banda.


 Exercițiu suplimentar, notițe, calcule

Imi pot imagina configurații de drepte și cercuri, care îndeplinesc condiții date:

FOARTE BINE

BINE

SATISFACTOR

PREA PUTIN

Clasa
a VI-a

Nume _____

3. Emblema Jocurilor Olimpice este alcătuită din 5 cercuri, ca în imagine. Observă desenul, apoi precizează:
a) un cerc secant cu cercul roșu (C_3);
b) numărul de cercuri exterioare cercului galben (C_4).



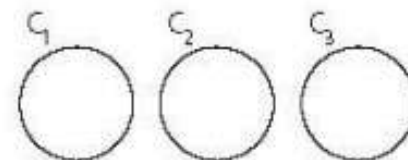
4. O bicicletă pe drum dă o imagine intuitivă a unei drepte tangente la cerc. Realizează și alte desene care te pot ajuta să înțelegi poziția unei drepte față de un cerc, sau poziția relativă a două cercuri.



5. În timpul eclipselor de Soare, din unele locuri de pe Pământ se poate observa cum Luna acoperă (parțial sau total) discul Solar, ca în imaginile alăturate. Descrie aceste imagini, folosind termenii specifici poziției relative a două cercuri.



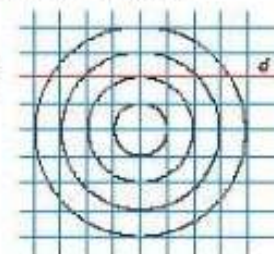
6. Folosește o monedă pentru a desena:
a) un cerc secant la cercul C_1 ;
b) un cerc interior cercului C_2 ;
c) un cerc tangent exterior cu cercul C_3 .



7. Trasează pe caietul tău o dreaptă și un cerc. Folosește o monedă pentru a desena un cerc:
a) secant cu dreapta dată; b) tangent la dreapta dată.
c) tangent exterior cu cercul dat; d) tangent interior la cercul dat.

8. Desenul alăturat a fost realizat prin trasarea unor cercuri, pe o foaie cu pătrățele. Observă dreapta d și precizează lungimea razei unui cerc:

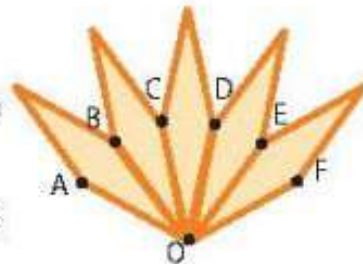
a) tangent la dreapta d ; b) exterior dreptei d ;
c) secant cu dreapta d . (Unitatea de măsură este latura pătrățelului din rețea.)



10. Unitatea de învățare 3. Sinteza

Învăț să redactez

Ana are un joc de construcții, format din piese identice în formă de romb. Ea a măsurat unul din unghiurile ascuțite ale romburilor și a văzut că acestea au câte 24° . Așezând piesele jocului ca în imagine (cu vârful O comun), Ana a început să formeze un model floral.



- Câte piese îi sunt necesare Anei, pentru a completa modelul?
- Arată că punctele marcate pe figură se află pe un cerc. Ce măsură are arcul delimitat pe cerc de două puncte consecutive?

Cum redactăm?

a) Modelul Anei este finalizat atunci când piesele acoperă spațiul din jurul punctului O . În acest fel, se formează mai multe unghiuri în jurul acestui punct, fiecare având măsura de 24° . Numărul necesar de piese este:

$$360 : 24 = 15.$$

Așadar, modelul este format în total din 15 piese.

b) Știm că toate laturile unui romb sunt congruente. De aceea, segmentele care unesc punctul O cu punctele A, B, C, \dots , marcate pe figură au lungimi egale. Ca urmare, toate aceste puncte se găsesc pe cercul de centru O și rază OA .

Măsura unui arc pe cerc este egală cu măsura unghiului la centru care determină arcul. Ca urmare, măsura arcului \widehat{AB} este egală cu măsura unghiului AOB , adică 24° .

Câteva sugestii utile

Scriu explicit toate calculele necesare pentru rezolvarea problemei.

Răspund la întrebarea problemei.

Folosesc definiția pentru a arăta că mai multe puncte sunt pe un același cerc.

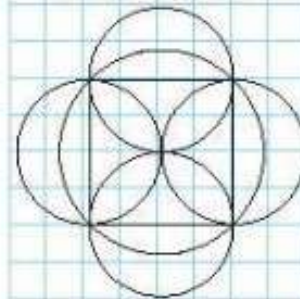
Atunci când este nevoie, reamintesc definițiile utilizate.

Aplic aceași strategie!

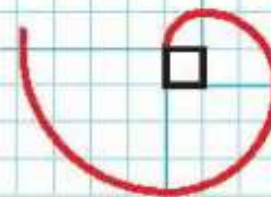
Ce rezultate se obțin dacă măsura unui unghi ascuțit al rombului este de 20° ?

Explorez... surprize matematice

- Modelul din imagine a fost realizat pornind de la un pătrat. Desenează și tu acest model, folosind instrumente geometrice, apoi colorează-l cât mai interesant.



- Spirala din imagine este formată astfel: pornim cu un pătrat, apoi trăsăm sferuri de cerc, alegând succesiv centrele acestor cercuri în vârfurile pătratului. Pentru fiecare pas din desen, calculează lungimea razei cercului, dacă unitatea de măsură este latura pătratului inițial.



3 Explorăm... surprize matematice



3 Longitudinea este una dintre cele două coordonate geografice ce determină poziția unui punct de pe Pământ. Pornind de la meridianul 0 (meridianul Greenwich), longitudinea reprezintă măsura unui arc de pe cercul imaginar al ecuatorului terestru. De exemplu, punctul marcat pe glob are longitudinea 40° , deoarece arcul de cerc corespunzător are măsura de 40° .



a) Explică (folosind imaginea globului), modul în care se calculează longitudinea. Câte grade reprezintă "intervalul" dintre două meridiane? De ce?

b) Marchează pe imaginea globului terestru un punct de longitudine 60° , care nu se găsește la ecuator.



Explorăm... povești istorice

Grade sexagesimale

Pentru măsurarea unghiurilor, folosim ca unitate de măsură gradul: 1 grad (1°) reprezintă măsura unui unghi obținut prin divizarea unui unghi alungit în 180 de unghiuri congruente. Altfel spus, un grad corespunde diviziunii unui cerc în 360 de arce congruente.

De unde provine oare acest număr și de ce nu a fost aleasă altă divizare a cercului – de exemplu, în 100 sau în 300 de părți congruente? Motivația alegerii este necunoscută, dar istoricii au unele posibile explicații.

Unii spun că alegerea numărului 360 are legătură cu numărul aproximativ de zile ale unui an. Vechii astronomi considerau că anul are 360 de zile. Ei credeau, de asemenea, că Soarele se rotește pe o traiectorie circulară în jurul Pământului, iar poziția acestuia, determinată la același moment al zilei, părea să avanseze cu exact un grad în fiecare zi.

Alți istorici spun că alegerea numărului 360 are legătură cu sistemul de numerație babilonian, care folosea baza 60 (în locul bazei 10, așa cum suntem noi obișnuiți). Babilonienii au folosit împărțirea unui unghi al unui triunghi echilateral în 60 de părți congruente – și astfel apare măsura de 1° .

Există și părerea conform căreia numărul 360 a fost ales din motive aritmetice: 360 are un număr mare de divizori (24), ceea ce permite împărțirea sa exactă, cu rest 0, la relativ multe numere naturale. Această proprietate este folosită, de exemplu, pentru delimitarea, pe globul terestru, a 24 de fusuri orare de aceeași lățime – adică a unor zone de pe glob în care este valabilă o aceeași oră oficială.

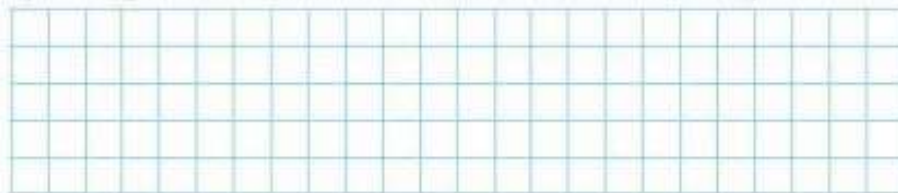
Am înțeles și pot să aplic!

Poziția unui loc pe globul pământesc este determinată de latitudine și longitudine. Determină măsura în grade a unui fus orar, calculând longitudinile meridianelor ce îl delimitază.

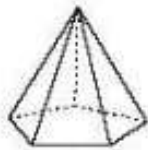
Consolidez ce știu



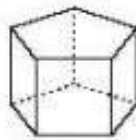
1. Ce măsură are unghiul format de limbile unui ceas, la ora 4:00? Dar la ora 10:00?
2. Pe grila de pătrățele de mai jos, desenează un triunghi dreptunghic și un paralelogram, astfel ca vârfurile acestora să fie în nodurile rețelei.



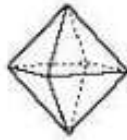
3. În imaginile următoare sunt reprezentate mai multe corpuri geometrice. Pentru fiecare dintre acestea, completează tabelul cu numărul de vârfuri, numărul de muchii și numărul de fețe.



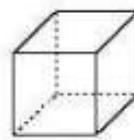
1



2



3

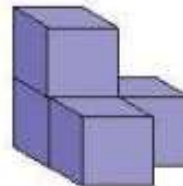


4

figura	nr. de vârfuri	nr. de muchii	nr. de fețe
1			
2			
3			
4			



4. Corpul geometric din imagine a fost format prin alipirea unor cuburi identice. Fiecare dintre aceste cuburi are aria totală (adică suma ariilor tuturor fețelor) de 24 dm^2 . Calculează aria totală a corpului.

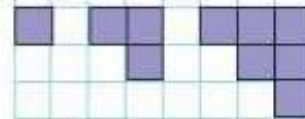


5. Desenează unghiul AOB, cu măsura de 50° , astfel încât segmentele AO și OB să aibă fiecare câte 5 cm .

Măsoară performanța



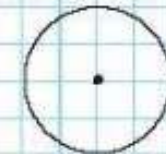
1. Completează șirul cu figura care urmează.



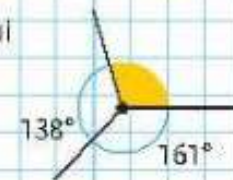
2. Scrie pe figură măsura unghiului marcat prin culoare.



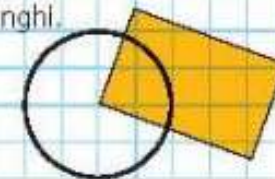
3. Desenează un unghi la centru cu măsura de 45° în cercul din imagine.



4. Calculează măsura unghiului necunoscut de pe figură.



5. Dreptunghiul din imagine are un vârf în centrul cercului. Calculează măsura arcului de cerc acoperit de acest dreptunghi.



3b

Măsoară performanța



1. Descrie un mod de construcție a țintei din imagine, folosite la tir cu arcul.



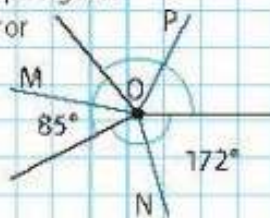
2. Calculează măsura în grade a unui semicerc.

3. Violetele au câte 5 petale, distribuite în mod egal în jurul unui pistil central. Calculează unghiul făcut de axele de simetrie a două petale consecutive ale violetei.

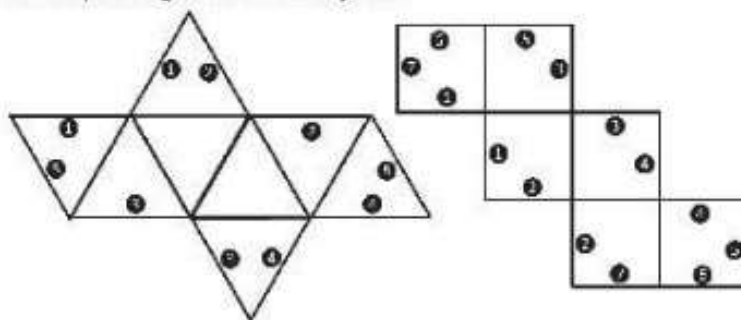


4. Desenează trei cercuri, tangente două câte două în același punct.

5. OM, ON și OP sunt bisectoarele celor trei unghiuri marcate cu arce pe figură. Determină măsurile tuturor unghiurilor formate de cele trei bisectoare.



6. Desenează, apoi decupează din hârtie figurile din imagine. Îndoale figurile de-a lungul segmentelor interioare și lipește muchiile numerotate la fel. Descrie corpurile geometrice obținute.

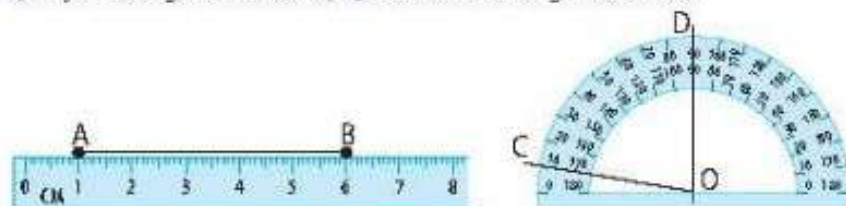


7. Geo a măsurat latura unui pătrat, ca în imagine, cu o riglă gradată în cm. Calculează perimetrul și aria pătratului.



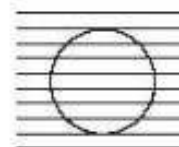
8. Marchează pe desenul de mai jos:

a) mijlocul segmentului AB; b) bisectoarea unghiului COD.



9. Pe imaginea alăturată, identifică și notează:

- o dreaptă exterioară cercului;
- două drepte tangente la cerc;
- trei drepte secante la cerc.



10. În figura alăturată, punctele A, B, C sunt coliniare.

- Observă detaliile de pe figură, apoi completează: măsura unghiului DBE este
- Completează: suplementul unghiului ABE este unghiul
- Măsura unghiului CBE este de 20° ; calculează măsura unghiului ABD.

