

EDITURA PARALELA 45

colecția

concursuri
școlare

Autorii aduc mulțumiri speciale Societății de Științe Matematice din România pentru sprijinul acordat.

Redactare: Ramona Rossall
Tehnoredactare: Iuliana Ene
Pregătire de tipar: Marius Badea
Design copertă: Mirona Pintilie

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României
Matematică : Olimpiade și concursuri școlare : clasele IV-VI : 2018-2019 / Gheorghe Căiniceanu (coord.), Emilia-Ștefania Răducan, Carmen-Victorița Chirfot, - Pitești : Paralela 45, 2019
ISBN 978-973-47-3110-7

I. Căiniceanu, Gheorghe
II. Răducan, Emilia-Ștefania
III. Chirfot, Carmen-Victorița

51

COMENZI – CARTEA PRIN POȘTĂ

EDITURA PARALELA 45
Bulevardul Republicii, Nr. 148, Clădirea C1, etaj 4, Pitești,
jud. Argeș, cod 110177
Tel.: 0248 633 130; 0753 040 444; 0721 247 918
Tel./fax: 0248 214 533; 0248 631 439; 0248 631 492
E-mail: comenzi@edituraparelela45.ro
sau accesați www.edituraparelela45.ro

Tiparul executat la tipografia *Editurii Paralela 45*
E-mail: tipografie@edituraparelela45.ro

Copyright © Editura Paralela 45, 2019
Prezenta lucrare folosește denumiri ce constituie mărci înregistrate,
iar conținutul este protejat de legislația privind dreptul de proprietate intelectuală.

GHEORGHE CĂINICEANU
(coordonator)
EMILIA-ȘTEFANIA RĂDUCAN, CARMEN-VICTORIȚA CHIRFOT,
MARIANA DRAGA-TĂTUCU, ELENA RÎMNICEANU,
TOMIȚĂ-CONSTANTIN VASILE, LEONARD GIUGIUC,
DANIEL STRETCU, DENISA-NICOLETA NECIU, VLAD LUNGU

matematică

olimpiade și concursuri școlare
clasele IV-VI

2018-2019

Editura Paralela 45

clasa a IV-a



ETAPA LOCALĂ

Ilfov

- 4.O.1.** a) Calculați $20 + \{250 : 5 + 15 : 3 \times [10 - (20 : 4 - 2) \times 3]\} \times 2$.
b) Aflați $2 \times x + 3 \times y$, știind că x și y verifică egalitățile $(2 \times x + 3) \times 4 = 36$ și $(20 - y) : 4 + 6 = 10$.
- 4.O.2.** Stabiliți regula și continuați șirul:
a) 11, 13, 15,,,;
b) 650, 540, 430,,,;
c) 1, 2, 3, 5, 8,,,
- 4.O.3.** Diferența a două numere este 8 500. Dacă împărțim numărul mai mare la numărul mai mic, obținem câtul 5 și restul 40. Care sunt cele două numere?
- 4.O.4.** Diana cumpără de la piață 5 lăzi a câte 12 kg de mere și 4 lăzi a câte 10 kg de piersici. Dacă un kilogram de mere costă 4 lei și unul de piersici costă 6 lei, aflați ce rest primește Diana de la o bancnotă de 500 lei.



CONCURSURI INTERJUDEȚENE

„Euclid”, Iași, 19 mai 2018

SUBIECTUL I

- 4.C.1.** Calculați: $(448 - 432 : 4 + 12) : 4 : 2$.
- 4.C.2.** Scrieți a 2018-a literă din șirul EUCLIDEUCLIDEUCLID... .
- 4.C.3.** Care sunt ultimele două cifre ale numărului $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 2018 + 25$?
- 4.C.4.** Aflați numărul \overline{ab} pentru care $\overline{ab} + a = \overline{ba} - b$.
- 4.C.5.** Care este cel mai mare număr care împărțit la 9 dă câtul 23?
- 4.C.6.** Suma a patru numere pare consecutive este 236. Determinați dublul celui mai mare dintre numere.

SUBIECTUL AL II-LEA

4.C.7. Elevii Liceului Teoretic „Vasile Alecsandri” care au obținut premiile I, II, III la concursul Euclid sunt premiați cu 300 lei, 200 lei, respectiv 100 lei. Numărul elevilor care au obținut premiul II este cu 2 mai mare decât dublul celor care au obținut premiul I, iar numărul celor care au obținut premiul III este jumătate din numărul total de premii. Știind că pentru premiile II s-au folosit 2 000 lei, aflați:

- câți elevi au obținut premiul I;
- care este suma totală folosită pentru premiere.

4.C.8. Împărțind patru numere naturale consecutive la 3, se obțin resturile r_1, r_2, r_3, r_4 .

- Scrieți toate variantele posibile pentru valorile celor patru resturi.
- Dacă suma resturilor este egală cu 3 și suma câturilor este 21, aflați cele patru numere.

„Concurs de selecție Centrul Județean de Excelență Dolj”, Craiova, 22 septembrie 2018

4.C.9. a) Calculați câtul numerelor a și b , dacă:

$$a = 6 \times 5 \times 0 + 50 - 5 \times 10 + 0 : 8 \text{ și } b = (290 - 218) : 9 + 48 - 248 : 8.$$

- Jumătate din banii mei reprezintă cu 20 lei mai mult decât două treimi din banii tăi. Câți lei avem fiecare, dacă împreună avem 600 lei?

4.C.10. Luni dimineață, la terenul de fotbal a fost instalat un aparat cu bomboane. În momentul instalării, aparatul conținea 45 de pachete de bomboane. În aceeași zi, 8 persoane au cumpărat câte un pachet de bomboane. În fiecare seară, după închidere, aparatul a fost realimentat cu 10 pachete de bomboane. În fiecare zi au cumpărat cu 4 persoane mai mult decât în ziua precedentă și fiecare persoană a cumpărat câte un pachet de bomboane. Aflați în ce zi din săptămână nu au mai fost destule bomboane pentru toți clienții. Justificați răspunsul.

4.C.11. Se consideră numărul $A = 67686970\dots221222223224$.

- Câte cifre are numărul?
- Ce cifră se află pe locul 107?

4.C.12. Calculați $(\overline{abcd} + \overline{xyzt}) : 4$, știind că $\overline{ay} + \overline{xb} = 35$ și $\overline{ct} + \overline{zd} = 24$.

„Cristian S. Calude”, Galați, 20 octombrie 2018

4.C.13. Determinați numărul \overline{ab} , știind că $2 \times \overline{ab} \times (3 \times \overline{ab} - 55) = \overline{ab0}$.

- A. 30; B. 22; C. 45; D. 30; E. Alt răspuns.

4.C.14. Pe o tablă sunt scrise numerele 10, 15, 20, ..., 90, 95, 100. Fiecare dintre cei 18 elevi din clasă șterge oricare două numere scrise pe tablă și scrie în loc suma celor două numere șterse, micșorată cu 3. Ce număr scrie pe tablă ultimul elev?

- A. 103; B. 1 027; C. 1 045; D. 991; E. Alt răspuns.

clasa a VI-a



ETAPA LOCALĂ

Alba

6.0.1. Fie a, b, c numere naturale pentru care $37a + 2b - 35c = 0$. Arătați că $2590 \mid (a + b) \cdot (b + c) \cdot (c + a)$.

6.0.2. Determinați numerele \overline{abc} , știind că cifrele sale sunt numere prime și

$$\frac{3a + 2b}{6} = \frac{3b + c}{7} = \frac{a + 4c}{11}.$$

6.0.3. În interiorul segmentului $AB = 160$ cm se consideră punctele C și D , astfel încât $3 \cdot AC = 2 \cdot BC$ și $5 \cdot AD = 3 \cdot BD$.

a) Calculați lungimea segmentelor AC și BD .

b) Dacă M este mijlocul segmentului DC , iar N este mijlocul segmentului CB , arătați că $2 \cdot MN = BD$.

6.0.4. Se dă unghiul MNR cu măsura de 114° . În interiorul său se consideră semidreptele (NP și NQ , astfel încât măsurile unghiurilor MNP , PNQ și QNR sunt direct proporționale cu numerele 8, 12 și 18.

a) Demonstrați că $NR \perp NP$.

b) Dacă $NS \perp NM$, $S \in \text{Int}(\sphericalangle MNR)$, arătați că $\sphericalangle MNP \equiv \sphericalangle SNR$.

c) Dacă (NT este bisectoarea unghiului MNQ , arătați că $m(\sphericalangle MNT) = m(\sphericalangle TNQ) = m(\sphericalangle QNS)$.

Arad

6.0.5. Se consideră mulțimile $A = \{12m + 5 \mid m \in \mathbb{N}\}$ și $B = \{18p + 11 \mid p \in \mathbb{N}\}$.

a) Arătați că numărul $101 \in A \cap B$.

b) Arătați că $10^n + 1 \in A \cap B$, pentru oricare $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$.

6.0.6. a) Fie numărul natural $A = (1 + 2 + 3 + \dots + 999) \cdot n + 1000$. Determinați cel mai mic număr natural n pentru care numărul A este divizibil cu 10^6 .

b) Aflați perechile de numere naturale care au produsul 2400 și al căror c.m.m.d.c. este 10.

6.0.7. În interiorul unghiului AOB cu măsura de 108° considerăm punctul P și notăm cu $a = m(\sphericalangle AOP)$, $b = m(\sphericalangle BOP)$.

a) Aflați a și b , dacă $17a - 19b = 18^\circ$.

b) Fie $M \in \text{Int}(\sphericalangle AOP)$, $N \in \text{Int}(\sphericalangle POB)$, astfel încât $m(\sphericalangle BOM) = 5 \cdot m(\sphericalangle AOM)$, $m(\sphericalangle BON) = \frac{1}{5} \cdot m(\sphericalangle AON)$. Arătați că $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle MON$ au aceeași bisectoare.

6.0.8. Se consideră unghiurile AOB , BOC și BOD , astfel încât $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle BOC$ sunt adiacente suplimentare, iar $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle BOD$ sunt neadiacente complementare. Dacă $m(\sphericalangle COD) = 135^\circ$, determinați măsura unghiului AOB .

Argeș

6.0.9. Resturile împărțirilor unui număr natural n la 3, 4 și 5 sunt 1, 2, respectiv 3. Aflați resturile posibile ale împărțirii numărului n la 120.

Gazeta Matematică nr. 3/2016

6.0.10. Se consideră mulțimea $A = \{x^3 + y^3 \mid x, y \in \mathbb{N}^* \text{ și } x \neq y\}$.

a) Verificați dacă $28^{28} \in A$ și $1792^{1792} \in A$.

b) Demonstrați că A conține o infinitate de elemente de forma n^n , cu n număr natural nenul.

Gazeta Matematică nr. 1/2012

6.0.11. Fie unghiurile adiacente suplimentare AOB și BOC , astfel încât raportul lor să fie egal cu $\frac{1}{4}$.

Fie OD semidreapta opusă bisectoarei unghiului BOC . În interiorul unghiului COD se consideră punctele M și N , astfel încât unghiurile CON , DOM și dublul unghiului MON să fie congruente și să depășească 45° .

a) Aflați măsura unghiului COD .

b) Demonstrați că punctele B , O , M sunt coliniare.

Adrian Gobej

6.0.12. În interiorul segmentului $AB = 160$ cm se consideră punctele C și D , astfel încât $3 \cdot AC = 2 \cdot BC$ și $5 \cdot AD = 3 \cdot BD$.

a) Calculați lungimea segmentelor AC și BD .

b) Stabiliți ordinea punctelor A , B , C , D .

Gazeta Matematică nr. 10/2015

Bacău

6.0.13. Fie numerele:

$$a = 5 \cdot [3 \cdot (5 \cdot 5^2 \cdot 5^3 \cdot \dots \cdot 5^{11}) : 5^{65} - 2019^0] : 2 - 625^3 : 125^4 \text{ și } b = 98^{n-1} : 7^{2n} \cdot 196 : 2^n.$$

Determinați valoarea lui x din proporția: $\frac{2\frac{3}{2} + 0,2x}{1,3(2)} = \frac{a+2}{b+7}$.

CUPRINS

	enunțuri	soluții
clasa a IV-a		
Etapa locală	5	98
Concursuri interjudețene	5	98
clasa a V-a		
Etapa locală	17	109
Etapa județeană și a municipiului București	35	131
Etapa națională 2019, Hunedoara	35	132
Concursuri interjudețene	36	133
clasa a VI-a		
Etapa locală	55	152
Etapa județeană și a municipiului București	77	181
Etapa națională 2019, Hunedoara	77	182
Concursuri interjudețene	78	183