Cuprins

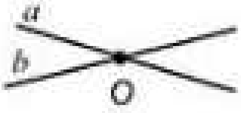
ALGEBRĂ

GEOMETRIE

LECȚIA 8

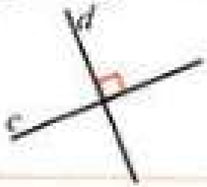
Măsura unghiului a două drepte în spațiu

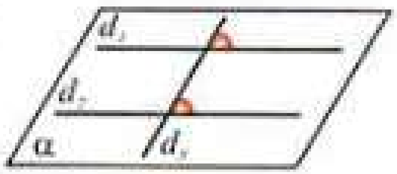
1 Ce înțelegem prin măsura unghiului a două drepte concurente?



Două drepte concurente formează două perechi de unghiuri opuse la vârf. În acest fel, unei perechi de drepte îi corespund două măsuri de unghiuri. Pentru a caracteriza înclinarea unei drepte față de cealaltă este suficient să considerăm doar una dintre aceste măsuri. Prin convenție, o alegem pe cea mai mică.

Definiții. ♦**Măsura unghiului** dintre două drepte concurente este cea mai mică dintre măsurile unghiurilor formate de aceste drepte.
♦Două drepte concurente sunt **perpendiculare** dacă măsura unghiului dintre ele este de 90°.

Desenăm	*Interpretăm*	*Notăm*
	Măsura unghiului dintre dreptele a și b este de 30°.	$m\sphericalangle(a\,;b) = 30°$
	Dreptele c și d sunt drepte perpendiculare.	$m\sphericalangle(c\,;d) = 90°$ sau $c \perp d$.



În figura alăturată, dreptele d_1 și d_2 sunt paralele. Unghiurile marcate pe figură, formate de aceste drepte cu secanta d_3, sunt congruente. (De ce?)

Rezultă că $m\sphericalangle(d_1\,;d_3) = m\sphericalangle(d_2\,;d_3)$.

Observăm că *măsura unghiului a două drepte concurente nu se modifică dacă una dintre ele se înlocuiește cu o dreaptă paralelă cu ea.*

2 Cum se definește măsura unghiului a două drepte necoplanare?

Două drepte necoplanare nu formează un unghi. Totuși, putem exprima cât de înclinate sunt aceste drepte una față de cealaltă prin măsura unghiului dintre două drepte concurente. În acest mod, putem defini măsura unghiului dintre două drepte oarecare din spațiu. Definiția nu poate fi dată la întâmplare. Ea trebuie să păstreze proprietățile măsurii unghiului dintre două drepte concurente.

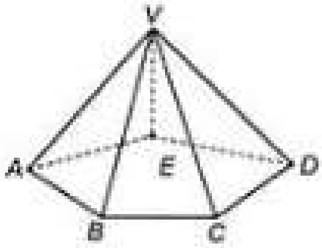
1. Profesorul Numerus le-a propus elevilor „definiția": „măsura unghiului dintre două drepte necoplanare este măsura unghiului format de una dintre ele cu o dreaptă concurentă cu ea". Ce crezi, este această „definiție" acceptabilă?

Definiție. **Măsura unghiului a două drepte oarecare** este măsura unghiului dintre paralelele duse la aceste drepte printr-un punct dat.

Aria piramidei

Să observăm figura alăturată!

Spre deosebire de alte corpuri, una dintre fețele piramidei are un rol privilegiat; această față este baza piramidei. Baza piramidei intervine în definirea ariei laterale și a ariei totale ale piramidei.



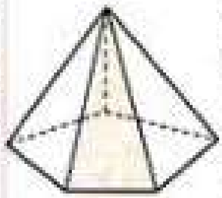
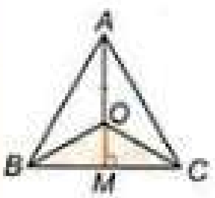
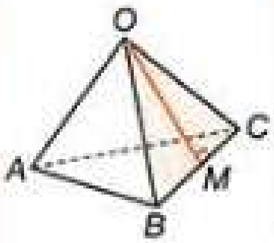
Definiții. ♦**Aria laterală a piramidei** este suma ariilor fețelor laterale.

♦**Aria totală a piramidei** este suma ariilor tuturor fețelor.

Notăm aria laterală cu A_l, aria totală cu A_t și aria bazei cu A_b. Avem:

$$A_t = A_l + A_b$$

Să comparăm!

În plan	*În spațiu*
Un poligon regulat se descompune în triunghiuri isoscele congruente.	O piramidă regulată are fețele laterale triunghiuri isoscele congruente.
 Pentru a calcula aria unui poligon regulat, este suficient să calculăm aria unuia dintre triunghiurile astfel formate.	 Pentru a calcula aria laterală a unei piramide regulate, este suficient să calculăm aria uneia dintre fețele laterale ale piramidei.
Definiție. **Apotemă a unui poligon regulat** este înălțimea dusă din centrul poligonului pe o latură a acestuia.	*Definiție.* **Apotemă a unei piramide regulate** este înălțimea dusă din vârful piramidei în oricare față laterală.
 *Exemplu:* În triunghiul echilateral ABC, $[OM]$ este apotemă. Un poligon regulat are toate apotemele congruente.	 *Exemplu:* În piramida triunghiulară regulată $OABC$, $[OM]$ este apotemă. O piramidă regulată are toate apotemele congruente.
Aria unui poligon regulat este semiprodusul dintre perimetrul și apotema poligonului.	**Aria laterală** a unei piramide regulate este semiprodusul dintre perimetrul bazei și apotema piramidei.
Altfel spus: Dacă P este perimetrul și a este apotema poligonului, atunci: $A = \frac{P \cdot a}{2}$	*Altfel spus:* Dacă P_b este perimetrul bazei și a_p este apotema piramidei, atunci: $A = \frac{P_b \cdot a_p}{2}$