Gabriel Popa, Adrian Zanoschi,
Gheorghe Iurea, Dorel Luchian

MATEMATICĂ

EVALUAREA NAȚIONALĂ 2023

Clasa a VIII-a

- Memorator cu cele mai importante noțiuni și definiții din programă
- Teme recapitulative conținute de programa de examen
- 80 de variante de subiecte cu indicații de rezolvare

Editura Paralela 45

Acest auxiliar didactic este aprobat pentru utilizarea în unitățile de învățământ preuniversitar prin OMEC nr. 6250/21.12.2020.

Lucrarea este elaborată în conformitate cu programa școlară pentru susținerea Evaluării Naționale pentru absolvenții clasei a VIII-a și cu modelul de structură de subiect și baremul de evaluare și notare în vigoare.

Redactare: Iuliana Ene, Roxana Pietreanu, Ionuț Burcioiu
Tehnoredactare: Adriana Vlădescu, Carmen Rădulescu, Mioara Benza
Pregătire de tipar: Marius Badea
Design copertă: Mirona Pintilie
Credite foto: shutterstock.com

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României
Matematică : Evaluarea Națională 2023 : clasa a VIII-a : memorator cu cele mai importante noțiuni și definiții din programă, teme recapitulative conținute de programa de examen, 80 de variante de subiecte cu indicații de rezolvare / Gabriel Popa, Adrian Zanoschi, Gheorghe Iurea, Dorel Luchian. - Pitești : Paralela 45, 2022
ISBN 978-973-47-3690-4

I. Popa, Gabriel
II. Zanoschi, Adrian
III. Iurea, Gheorghe
IV. Luchian, Dorel

51

MEMORATOR DE MATEMATICĂ

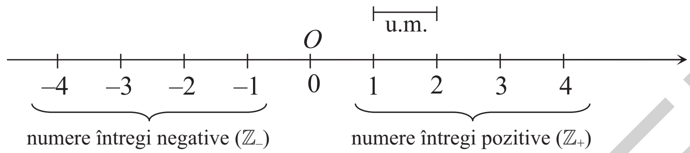
A L G E B R Ă

MULŢIMI NUMERICE

$\mathbb{N}$ – mulţimea numerelor naturale; $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$, $\mathbb{N}^* = \mathbb{N} \setminus \{0\}$.

$\mathbb{Z}$ – mulţimea numerelor întregi; $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$, $\mathbb{Z}^* = \mathbb{Z} \setminus \{0\}$.

$\mathbb{Z}_+ = \{x \in \mathbb{Z} \mid x > 0\}$; $\mathbb{Z}_- = \{x \in \mathbb{Z} \mid x < 0\}$.



$\mathbb{Q}$ – mulţimea numerelor raţionale; $\mathbb{Q} = \left\{\frac{a}{b} \,\middle|\, a \in \mathbb{Z} \text{ şi } b \in \mathbb{Z}^*\right\}$. $\mathbb{Q}^* = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$; $\mathbb{Q}_+ = \{x \in \mathbb{Q} \mid x > 0\}$; $\mathbb{Q}_- = \{x \in \mathbb{Q} \mid x < 0\}$.

$\mathbb{R}$ – mulţimea numerelor reale, $\mathbb{R}^* = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ = mulţimea numerelor iraţionale.

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}.$$

OPERAŢII CU MULŢIMI

Reuniunea: $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ sau } x \in B\}$. Intersecţia: $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ şi } x \in B\}$.

Diferenţa: $A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ şi } x \notin B\}$.

OPERAŢII CU NUMERE

Factor comun: $f \cdot a \pm f \cdot b = f \cdot (a \pm b)$, $\forall\, a, b, f \in \mathbb{R}$.

$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{(1+n)\cdot n}{2}$, $\forall\, n \in \mathbb{N}^*$. $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$, $\forall\, n \in \mathbb{N}^*$ (citim: „n factorial”); $0! = 1$.

Opusul numărului real r este numărul real $-r$. Inversul numărului real nenul r este numărul real $r^{-1} = \frac{1}{r}$.

TEOREMA ÎMPĂRŢIRII CU REST

În $\mathbb{N}$: $\forall\, a, b \in \mathbb{N}$, $b \neq 0$, $\exists!\, c, r \in \mathbb{N}$ astfel încât $a = b \cdot c + r$, $0 \le r < b$.

În $\mathbb{Z}$: $\forall\, a, b \in \mathbb{Z}$, $b \neq 0$, $\exists!\, c \in \mathbb{Z}$, $r \in \mathbb{N}$ astfel încât $a = b \cdot c + r$, $0 \le r < |b|$.

DIVIZIBILITATE ÎN $\mathbb{N}$

Pentru $d, m \in \mathbb{N}$ spunem că $d \mid m$ dacă există $x \in \mathbb{N}$ astfel încât $m = d \cdot x$.

Proprietăţi:

P_1: $1 \mid n$; $n \mid 0$, $\forall\, n \in \mathbb{N}$;

P_2: Dacă $a, d \in \mathbb{N}$ şi $d \mid a$, atunci $d \mid a \cdot n$, $\forall\, n \in \mathbb{N}$;

P_3: Dacă $a, b, d \in \mathbb{N}$, $d \mid a$ şi $d \mid b$, atunci $d \mid (a \pm b)$.

Criterii de divizibilitate:

I. Folosind ultima cifră a numărului: $2 \mid n \Leftrightarrow u(n) \in \{0, 2, 4, 6, 8\}$; $5 \mid n \Leftrightarrow u(n) \in \{0, 5\}$; $10 \mid n \Leftrightarrow u(n) = 0$.

II. Folosind suma cifrelor numărului: $3 \mid n \Leftrightarrow 3 \mid S(n)$; $9 \mid n \Leftrightarrow 9 \mid S(n)$.

III. Folosind ultimele două cifre ale numărului: $4 \mid \overline{a...xy} \Leftrightarrow 4 \mid \overline{xy}$; $25 \mid \overline{a...xy} \Leftrightarrow 25 \mid \overline{xy}$.

Număr prim: număr natural care are exact doi divizori.

C.m.m.d.c.: $d = (a, b)$ dacă: i) $d \mid a$ şi $d \mid b$;
ii) dacă $d' \mid a$ şi $d' \mid b$, atunci $d' \mid d$.

Pentru a calcula (a, b) procedăm astfel:

- descompunem numerele a şi b în factori primi;
- luăm factorii primi comuni, o singură dată, la exponentul cel mai mic şi îi înmulţim.

Numerele a şi b sunt relativ prime (prime între ele) dacă $(a, b) = 1$.

Dacă $d = (a, b)$, atunci $a = dx$, $b = dy$, cu $x, y \in \mathbb{N}$, $(x, y) = 1$.

Dacă $n \mid a$ şi $n \mid b$, atunci $n \mid (a, b)$.
Dacă $a \mid b \cdot c$ şi $(a, b) = 1$, atunci $a \mid c$.

C.m.m.m.c.: $m = [a, b]$ dacă: i) $a \mid m$ şi $b \mid m$;
ii) dacă $a \mid m'$ şi $b \mid m'$, atunci $m \mid m'$.

Pentru a calcula $[a, b]$ procedăm astfel:

- descompunem numerele a şi b în factori primi;
- luăm factorii primi comuni şi necomuni, o singură dată, la exponentul cel mai mare şi îi înmulţim.

Dacă $a \mid n$ şi $b \mid n$, atunci $[a, b] \mid n$.

Oricare ar fi $a, b \in \mathbb{N}$, are loc egalitatea $(a, b) \cdot [a, b] = a \cdot b$.

PUTERI

$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{\text{de } n \text{ ori}}$, $a \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}^*$; $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$, $a \in \mathbb{R}^*$, $n \in \mathbb{N}$.

$a^0 = 1$, $\forall\, a \in \mathbb{R}^*$; $a^1 = a$, $\forall\, a \in \mathbb{R}$; $1^n = 1$, $\forall\, n \in \mathbb{N}$; 0^0 nu are sens.

OPERAŢII CU PUTERI

1. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, $\forall\, a \in \mathbb{R}^*$, $m, n \in \mathbb{Z}$.
2. $a^m : a^n = a^{m-n}$, $\forall\, a \in \mathbb{R}^*$, $m, n \in \mathbb{Z}$.
3. $(a^m)^n = a^{mn}$, $\forall\, a \in \mathbb{R}^*$, $m, n \in \mathbb{Z}$.
4. $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$, $\forall\, a, b \in \mathbb{R}^*$, $n \in \mathbb{Z}$.
5. $(a : b)^n = a^n : b^n$, $a, b \in \mathbb{R}^*$, $n \in \mathbb{Z}$.
6. $(-1)^n = \begin{cases} 1, & \text{dacă } n \text{ este număr par;} \\ -1, & \text{dacă } n \text{ este număr impar.} \end{cases}$

FRACŢII ORDINARE, FRACŢII ZECIMALE

Fracţie ireductibilă: $\dfrac{a}{b}$, cu $a, b \in \mathbb{Z}$, $b \neq 0$, $(a, b) = 1$. Fracţii echivalente: $\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$ dacă $a \cdot d = b \cdot c$.

Dacă $a \in \mathbb{Z}$, $b \in \mathbb{Z}^*$, atunci $\dfrac{a}{b} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow b \mid a$.

Transformarea fracţiilor zecimale în fracţii ordinare:

Tipul fracţiei zecimale	Mod de transformare	Exemplu
zecimală finită	$\overline{a, b_1 b_2 \ldots b_k} = a\dfrac{\overline{b_1 b_2 \ldots b_k}}{10^k}$	$2,79 = 2\dfrac{79}{10^2} = \dfrac{279}{100}$
periodică simplă	$\overline{a, (b_1 b_2 \ldots b_k)} = a\dfrac{\overline{b_1 b_2 \ldots b_k}}{\underbrace{99\ldots9}_{k \text{ ori}}}$	$13,(24) = 13\dfrac{24}{99}$
periodică mixtă	$\overline{a, b_1 b_2 \ldots b_k (c_1 c_2 \ldots c_p)} = a\dfrac{\overline{b_1 b_2 \ldots c_p} - \overline{b_1 b_2 \ldots b_k}}{\underbrace{99\ldots9}_{p \text{ ori}}\underbrace{00\ldots0}_{k \text{ ori}}}$	$3,61(754) = 3\dfrac{61754 - 61}{99900}$

MEDIA ARITMETICĂ

$m_a = \dfrac{x_1 + x_2}{2}$; $m_a = \dfrac{x_1 + x_2 + ... + x_k}{k}$, $\forall\ x_1, x_2, \dots, x_k \in \mathbb{R}$.

Dacă $p_1, p_2, \dots, p_k$ sunt respectiv ponderile numerelor $x_1, x_2, \dots, x_k$, atunci:

$$m_p = \frac{x_1 p_1 + x_2 p_2 + ... + x_k p_k}{p_1 + p_2 + ... + p_k} \text{ (media aritmetică ponderată).}$$

MODULUL UNUI NUMĂR REAL

$|x|$ – modulul (sau valoarea absolută) a unui număr real; $|x| = \begin{cases} x, \text{ dacă } x \geq 0 \\ -x, \text{ dacă } x < 0 \end{cases}$.

Proprietăți ale modulului:

P_1: $|x| \geq 0$, $\forall\ x \in \mathbb{R}$; $|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$;

P_2: $|x \cdot y| = |x| \cdot |y|$, $\forall\ x, y \in \mathbb{R}$;

P_3: $\left|\dfrac{x}{y}\right| = \dfrac{|x|}{|y|}$, $\forall\ x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}^*$;

P_4: $|x + y| \leq |x| + |y|$, $\forall\ x, y \in \mathbb{R}$.

PARTEA ÎNTREAGĂ A UNUI NUMĂR REAL: [*x*]

$[x] \leq x < [x] + 1$; $[x] \in \mathbb{Z}$.

PARTEA FRACȚIONARĂ A UNUI NUMĂR REAL: {*x*}

$\{x\} = x - [x]$; $0 \leq \{x\} < 1$.

RĂDĂCINA PĂTRATĂ (RADICALUL)

$\sqrt{a} = x \Leftrightarrow x^2 = a$, unde $a, x \in \mathbb{R}$, $a, x \geq 0$.

REGULI DE CALCUL CU RADICALI

1. Dacă $a \geq 0$, $b \geq 0$, atunci $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$.
2. Dacă $a \geq 0$, $b > 0$, atunci $\sqrt{a} : \sqrt{b} = \sqrt{a : b} \Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}}$.
3. $\sqrt{a^2 b} = a\sqrt{b}$, $a \geq 0$, $b \geq 0$.
4. $\sqrt{a^2} = |a|$, $a \in \mathbb{R}$; $\sqrt{a^2} = (\sqrt{a})^2 = a$, dacă $a \in \mathbb{R}_+$; $\sqrt{a^2 b} = |a|\sqrt{b}$, $a \in \mathbb{R}$, $b \geq 0$.

RAȚIONALIZAREA NUMITORULUI

1. ${}^{\sqrt{b})}\dfrac{c}{a\sqrt{b}} = \dfrac{c\sqrt{b}}{a \cdot b}$, $b > 0$, $a \neq 0$.
2. ${}^{\sqrt{a}-\sqrt{b})}\dfrac{c}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \dfrac{c(\sqrt{a} - \sqrt{b})}{a - b}$, ${}^{\sqrt{a}+\sqrt{b})}\dfrac{c}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} = \dfrac{c(\sqrt{a} + \sqrt{b})}{a - b}$, $a > 0$, $b > 0$, $a \neq b$.
3. $\dfrac{n}{a\sqrt{b} \pm c\sqrt{d}} = \dfrac{n(a\sqrt{b} \mp c\sqrt{d})}{a^2 \cdot b - c^2 \cdot d}$, $b > 0$, $d > 0$, $a \neq 0$, $c \neq 0$ și $a^2 b \neq c^2 d$.

FORMULA RADICALILOR COMPUŞI

$\sqrt{a \pm \sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a + c}{2}} \pm \sqrt{\dfrac{a - c}{2}}$, unde $c = \sqrt{a^2 - b}$.

INTERVALE ÎN $\mathbb{R}$

$(a; b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$; $(a; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \le b\}$; $[a; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \le x \le b\}$; $[a; b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \le x < b\}$.

$[a; +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid x \ge a\}$; $(a; +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid x > a\}$; $(-\infty; a) = \{x \in \mathbb{R} \mid x < a\}$; $(-\infty; a] = \{x \in \mathbb{R} \mid x \le a\}$.

$\{x \in \mathbb{R} \mid |x| \le a\} = [-a; a]$. $\{x \in \mathbb{R} \mid |x| \ge a\} = (-\infty; -a] \cup [a; +\infty)$.

FORMULE DE CALCUL PRESCURTAT

1. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.
2. $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.
3. $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$.

MEDIA GEOMETRICĂ (PROPORŢIONALĂ)

$m_g = \sqrt{a \cdot b}$, $a \ge 0$, $b \ge 0$; $a \le m_g \le m_a \le b$, pentru $0 \le a \le b$ (inegalitatea mediilor).

PRODUSUL CARTEZIAN

$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A \text{ şi } y \in B\}$.

Dacă alegem în plan un sistem de coordonate xOy, putem identifica elementele produsului cartezian $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ cu punctele planului. Oricărei perechi ordonate de numere reale (x_A, y_A) îi corespunde un unic punct $A(x_A, y_A)$; x_A se numeşte *abscisa* punctului A, iar y_A se numeşte *ordonata* punctului A.

Distanţa dintre două puncte $A(x_A, y_A)$ şi $B(x_B, y_B)$ se calculează după formula: $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$.

Coordonatele mijlocului segmentului AB sunt: $x_M = \dfrac{x_A + x_B}{2}$; $y_M = \dfrac{y_A + y_B}{2}$.

FUNCŢII

Fie A şi B două mulţimi nevide. Dacă printr-un procedeu oarecare facem ca *fiecărui* element din mulţimea A să-i corespundă *un singur* element din mulţimea B, atunci spunem că am definit o funcţie de la A la B.

$f : A \to B$; A – domeniul de definiţie; B – codomeniul.

Graficul unei funcţii: $G_f = \{(x, y) \in A \times B \mid x \in A, y = f(x)\}$.

$M(x, y) \in G_f \Leftrightarrow f(x) = y$, cu $x \in A$, $y \in B$.

Funcţiile $f : A \to B$ şi $g : C \to D$ sunt egale dacă $A = C$, $B = D$ şi $f(x) = g(x)$, $\forall\, x \in A$.

FUNCŢIA DE GRADUL I

Este o funcţie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definită prin $f(x) = ax + b$, unde $a, b \in \mathbb{R}$, $a \ne 0$.

Graficul unei asemenea funcţii este o dreaptă oblică.

$$\left.\begin{array}{l} G_f \cap O_y = \{A(0; b)\} \\ G_f \cap O_x = \left\{B\left(-\dfrac{b}{a}; 0\right)\right\} \end{array}\right\} \text{Punctele de intersecţie a graficului cu axele de coordonate.}$$

Dacă $a = 0$, atunci $f(x) = b$ (funcţia este constantă); graficul este o dreaptă orizontală.

ECUAŢIA DE GRADUL AL II-LEA

Forma generală: $ax^2 + bx + c = 0$, unde $a \in \mathbb{R}^*$, $b, c \in \mathbb{R}$. Discriminantul ecuaţiei: $\Delta = b^2 - 4ac$.

Dacă $\Delta > 0$, ecuaţia are două soluţii reale distincte: $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$.

Dacă $\Delta = 0$, cele două soluţii sunt egale: $x_1 = x_2 = -\dfrac{b}{2a}$.

Dacă $\Delta < 0$, ecuaţia nu are soluţii reale.

Pentru $\Delta \ge 0$, expresia $ax^2 + bx + c$ se descompune în factori astfel: $a(x - x_1)(x - x_2)$.

TEME RECAPITULATIVE

TEMA 1. Numere naturale. Numere întregi

1. Calculaţi:
a) $60 - 40 : 4$; b) $25 - 20 : (13 - 8)$; c) $142 : (1 + 2 \cdot 35)$; d) $12 + 60 : [14 - 2 \cdot (3 + 2)]$.
2. Aflaţi numărul natural de două cifre care adunat cu suma cifrelor sale dă 54.
3. Suma a două numere naturale este 11. Care este valoarea minimă şi valoarea maximă a produsului lor?
4. Determinaţi toate numerele naturale n, ştiind că n împărţit la 12 dă câtul 5 şi restul un pătrat perfect.
5. Determinaţi toate numerele naturale care, împărţite la un număr de două cifre, dau câtul 10 şi restul 97.
6. Aflaţi numerele naturale a şi b, ştiind că suma lor este egală cu 19, iar a împărţit la b dă câtul şi restul 3.
7. Suma a trei numere naturale este 502. Aflaţi cele trei numere, ştiind că al doilea este triplul primului şi că, împărţind pe al treilea la al doilea, obţinem câtul 7 şi restul 2.
8. Determinaţi numărul $\overline{abc}$, ştiind că $b = a + 2c$ şi $\overline{abc}$ împărţit la 112 dă câtul a şi restul 59.
9. Calculaţi:
a) $2^3 + 3^2 - 4^0$; b) $0^7 + 3^{10} : 3^8 - 9$;
c) $(2^5)^{12} : 2^{56} - 3^{20} : 3^{18}$; d) $25^7 : 5^{14} + 3^{90} : 27^{29}$;
e) $(2 \cdot 2^2 \cdot 2^5)^{10} : 2^{75}$; f) $(2^3 \cdot 3^4)^{12} : (2^{35} \cdot 3^{45})$;
g) $(2^{10} + 2^{11} + 2^{12}) : 2^{10}$; h) $2^5 - 3 \cdot [3 \cdot 7 - 2 \cdot (6^2 - 2^3) : 4] + 1^{123}$.
10. Fie numerele naturale $a = 2^{29} + 2^{40} : 2^{11}$ şi $b = 12^{20} : 2^{40}$.
a) Arătaţi că $a = 2^{30}$. b) Comparaţi numerele a şi b.
11. a) Arătaţi că numărul natural $a = 5 \cdot 3^{42} + 9^{20} - 10 \cdot 3^{40}$ este pătrat perfect.
b) Demonstraţi că numărul natural $b = 3^{42} + 2^{43}$ nu este pătrat perfect.
12. Fie numărul natural $a = 1 + 3 + 3^2 + ... + 3^{10} + 3^{11}$.
a) Arătaţi că a este număr par. b) Arătaţi că numărul a este divizibil cu 10.
13. Demonstraţi că numărul natural $a = 2^{n+3} \cdot 7^n + 7^{n+1} \cdot 2^n - 3 \cdot 14^n$ se divide cu 12, pentru orice număr natural n.
14. Demonstraţi că, dacă $\overline{ab} = 3 \cdot \overline{cd}$, atunci numărul natural $\overline{abcd}$ se divide cu 7.
15. Determinaţi toate numerele prime p, q, r, ştiind că $p + 4q + 54r = 392$.
16. a) Descompuneţi în factori primi fiecare dintre numerele: 56, 72, 144 şi 2700.
b) Câţi divizori naturali are numărul 48?
17. Determinaţi toate valorile posibile ale numărului natural n în fiecare dintre următoarele cazuri:
a) $n = \overline{7x}$ şi $2 \mid n$; b) $n = \overline{6xy}$, $2 \mid n$ şi $9 \mid n$;
c) $n = \overline{x5y}$, $4 \mid n$ şi $3 \mid n$; d) $n = \overline{1xy}$, $5 \mid n$ şi suma cifrelor lui n este 8.
18. Calculaţi cel mai mare divizor comun şi cel mai mic multiplu comun pentru următoarele numere:
a) 48, 60; b) 12, 15, 18.
19. Elevii unei clase au cumpărat 168 de mere, 96 de portocale şi 72 de banane. Ei vor să facă pachete cu fructe pentru a le oferi unui cămin de bătrâni. Toate pachetele trebuie să fie la fel şi să conţină şi mere şi portocale şi banane. Care este cel mai mare număr de pachete pe care pot să le facă elevii?
20. La o florărie, vânzătoarea observă că, dacă grupează toate florile câte 18 şi toate florile câte 24, rămân de fiecare dată câte trei flori. Aflaţi câte flori sunt în florărie, ştiind că numărul lor este cuprins între 450 şi 570.
21. La o şedinţă de pregătire, antrenorul împarte sportivii în grupe numeric egale (cu cel puţin 2 sportivi) pentru diverse exerciţii. Dacă face grupele de câte 6 sportivi, rămân 3 sportivi în afară, dacă face grupele de câte 4, rămâne unul în afară, iar dacă face grupele de câte 9, atunci 6 dintre sportivi nu sunt folosiţi. Aflaţi câţi sportivi are antrenorul, ştiind că numărul lor este mai mic decât 50. Cum ar trebui să facă grupele antrenorul, pentru ca să nu rămână sportivi pe dinafară şi numărul grupelor să fie cât mai mare?
22. Sanda a cumpărat CD-uri în valoare de 486 de lei. Unele CD-uri au costat 54 de lei, iar celelalte au costat 90 de lei. Aflaţi câte CD-uri a cumpărat Sanda.
23. a) Ordonaţi crescător numerele întregi: 1, –3, 0, –2, –7, 9, 4.
b) Ordonaţi descrescător numerele întregi: –4, 1, 3, –2, 7, –1, –5.

24. a) Produsul a trei numere întregi a, b şi c este egal cu 8. Aflaţi cea mai mică valoare posibilă a sumei $a + b + c$.

25. Calculaţi:

a) $3 \cdot (-5) - (-12)$;
b) $(1 - 2 + 3 - 4) : (-2)$;
c) $(-45) : (3 - 8) + (-2) \cdot 2$;
d) $13 + 24 : (-2)$;
e) $(-1)^4 + 2 \cdot (-1)^3$;
f) $(-2)^2 - (-2)^3 + 3^2$;
g) $2^8 : (-2)^6 - (-5)^0$;
h) $2 - (-3)^4 \cdot 3^5 : (-3)^7$.

26. Un meteorolog a urmărit temperatura medie în şase zile consecutive. În prima zi, temperatura medie a fost de –22°C, iar în fiecare din zilele următoare, temperatura medie a crescut cu câte două grade faţă de ziua precedentă. Calculaţi media temperaturilor medii din cele şase zile.

27. Calculaţi suma tuturor divizorilor întregi ai numărului 288.

28. Determinaţi toate numerele întregi x cu proprietatea că $x + 1$ divide $2x + 5$.

29. Determinaţi toate numerele întregi x cu proprietatea că $|x| > 3$ şi $|x + 1| \leq 6$.

30. Determinaţi toate perechile ordonate de numere întregi (x, y) cu proprietatea că $xy + x + y = 4$.

TEMA 2. Numere raționale

1. Calculaţi:

a) $2{,}25 + 3{,}75 - 5$;
b) $4 \cdot 0{,}5 + 5 \cdot (-0{,}2)$;
c) $1{,}4 \cdot 1{,}5 - 4{,}1$;
d) $4{,}35 : 0{,}15 - 140 \cdot 0{,}2$;
e) $\frac{1}{12} - \frac{1}{18} - \frac{1}{9}$;
f) $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \cdot \frac{12}{5}$;
g) $15 \cdot \left(0{,}5 - \frac{1}{6} + 0{,}6\right)$;
h) $[0{,}5 + 0{,}(3)] : \left[1{,}1(6) - \frac{1}{6}\right]$.

2. Determinaţi numărul natural n în fiecare dintre următoarele cazuri:

a) fracţia $\frac{2n+1}{n+4}$ este subunitară; b) fracţia $\frac{2n}{n+3}$ este echiunitară; c) fracţia $\frac{n+13}{3n+1}$ este supraunitară.

3. Determinaţi opusul, inversul şi modulul numărului raţional $a = -1{,}25$.

4. Stabiliţi care dintre următoarele numere raţionale se pot reprezenta sub formă de fracţie zecimală finită (cu un număr finit de zecimale nenule): $\frac{6}{15}, \frac{11}{2}, \frac{5}{7}, \frac{13}{24}, \frac{8}{15}, \frac{2}{3}, \frac{1}{625}$.

5. a) Ordonaţi crescător următoarele numere raţionale: $-\frac{1}{2}; 1{,}1(3), -0{,}(4); 1{,}7; \frac{4}{3}; -\frac{5}{4}$.

b) Ordonaţi descrescător următoarele numere raţionale: 0,33; 0,(3); 0,3(2); 0,(32); 0,2(3); 0,3.

6. Aflaţi partea întreagă şi partea fracţionară ale numerelor $a = \frac{23}{4}$ şi $b = -\frac{9}{5}$.

7. Se consideră mulţimea $A = \left\{-\frac{23}{3}; -7; -3{,}4; 0{,}5; 1{,}(2); 2; 5\right\}$. Determinaţi mulţimile $A \cap \mathbb{N}$, $A \cap \mathbb{Z}$, $A \cap (\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z})$.

8. Fie numerele raţionale $a = 30 - 5 \cdot [40 : (-8) - 2 \cdot (5 - 10)]$ şi $b = 3 - 6 \cdot \left[\frac{2}{3} + \left(\frac{1}{3} + \frac{5}{7}\right) : \left(-\frac{22}{7}\right)\right]$. Arătaţi că $a = 5b$.

9. Se consideră numărul $a = \frac{360}{59} \cdot \left(\frac{1}{45} + \frac{7}{60} + \frac{1}{40}\right)$. Calculaţi $(a - 2)^{10}$.

10. Fie $a = \left[\frac{1}{30} + \frac{1}{19} \cdot \left(0{,}(6) + 0{,}6\right)\right] : 0{,}01$. Arătaţi că a este un număr natural.

11. Se consideră numărul raţional $a = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + ... + \frac{1}{8 \cdot 9} + \frac{1}{9 \cdot 10}$. Arătaţi că $0{,}8 < a < 1$.

12. Fie $a=\left(\frac{2}{3}\right)^n:\frac{2^{n+1}+6^{n+1}}{3^{n+1}+9^{n+1}}$, unde $n\in\mathbb{N}$. Calculaţi $\left(\frac{2a}{3}\right)^{100}$.

13. Media armonică a unor numere nenule este inversul mediei aritmetice a inverselor numerelor considerate. Calculaţi media armonică a numerelor 1, 2 şi 4.

14. Fie numărul raţional $a=(-1)^n\cdot\frac{2}{3}+(-1)^{n+1}\cdot\frac{3}{4}+(-1)^{n+2}\cdot\frac{5}{6}$, unde $n\in\mathbb{N}$. Calculaţi $|a|$.

15. Se consideră numărul raţional $x=\frac{\overline{a,b(c)}+\overline{b,c(a)}+\overline{c,a(b)}}{a+b+c}$, unde $a, b, c\in\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ şi $a\neq b\neq c\neq a$.

Arătaţi că $9x$ este un număr natural.

16. Aflaţi cea mai mică fracţie ireductibilă $\frac{a}{b}$ ($a, b\in\mathbb{N}^*$, $(a, b) = 1$) cu proprietatea că înmulţită cu $\frac{48}{5}$ şi cu $\frac{36}{7}$ dă, de fiecare dată, un număr natural.

17. În clasa de 28 de elevi a doamnei învăţătoare Sofia sunt cu 4 băieţi mai mulţi decât fete. Determinaţi raportul dintre numărul fetelor şi cel al băieţilor din clasa doamnei Sofia.

18. Într-o şcoală, numărul fetelor este egal cu cel al băieţilor. Într-o zi, $\frac{3}{4}$ dintre fete şi $\frac{2}{3}$ dintre băieţi au plecat în excursie. Aflaţi raportul dintre numărul fetelor care au mers în excursie şi cel al elevilor care au mers în excursie.

19. a) Calculaţi probabilitatea ca, alegând la întâmplare un număr de două cifre, acesta să fie format din cifre consecutive.

b) Determinaţi probabilitatea ca, aruncând două zaruri, suma numerelor obţinute să fie 6.

20. Patru studente şi şase studenţi au plecat într-o expediţie. Media vârstelor studentelor este 22,5 ani, iar media vârstelor studenţilor este 25 ani. Calculaţi vârsta medie a grupului expediţionar.

21. În tabelul de mai jos sunt înregistrate notele obţinute de elevii unei clase la un test. Aflaţi media clasei la acest test.

Nota	6	7	8	9	10
Nr. elevi	6	1	5	5	11

22. Dacă se amestecă 20 kg de bomboane de 20 de lei kilogramul cu 5 kg de bomboane de 24 de lei kilogramul şi cu 15 kg de bomboane de 16 lei kilogramul, care va fi preţul unui kilogram de amestec?

23. Se ştie că media semestrială la matematică a unui elev este egală cu media aritmetică ponderată dintre media aritmetică a notelor din timpul semestrului, cu ponderea 3 şi nota de la teză, cu ponderea 1; rezultatul se rotunjeşte la cel mai apropiat întreg (6,50 se rotunjeşte la 7; 7,50 se rotunjeşte la 8 etc.). Calculaţi media la matematică a unui elev din clasa a VIII-a care are într-un semestru notele: 6, 7, 8, 8, 9 şi a obţinut 8 la teză.

24. O grădină în formă de dreptunghi se împrejmuieşte cu un gard. Lungimea grădinii este de 153 de metri, iar lăţimea este egală cu $\frac{7}{9}$ din lungime. Aflaţi lungimea totală a gardului.

25. Andrei are 100 de lei. Cu trei sferturi din suma pe care o are, el cumpără 6 caiete de acelaşi fel. Aflaţi preţul unui caiet.

26. Aurel are cu 10 lei şi 50 de bani mai mult decât Bogdan, iar cei doi au, împreună, 90 de lei şi 50 de bani. Aflaţi câţi lei are Aurel şi câţi lei are Bogdan.

27. Fiecare dintre fetele înscrise la un club de echitaţie ar vrea să aibă calul ei, dar, din păcate, la club sunt cai doar pentru $\frac{10}{13}$ dintre fete. Se ştie că numărul de picioare ale cailor şi fetelor este 990. Aflaţi numărul fetelor care trebuie să aştepte pe margine la începerea unei lecţii de echitaţie.

28. Un drumeţ a parcurs o distanţă în trei zile. În prima zi a mers $\frac{3}{8}$ din distanţă. A doua zi a mers $\frac{2}{5}$ din rest şi încă 8 km. A treia zi a parcurs restul de 28 km. Aflaţi ce distanţă a parcurs drumeţul în cele trei zile.

29. Iulia citeşte într-o zi 0,(3) din numărul total de pagini ale unei cărţi, a doua zi ea citeşte 0,6 din numărul de pagini rămase, iar a treia zi Iulia citeşte ultimele 108 pagini. Aflaţi câte pagini are cartea citită de Iulia.

30. Andrei are două pâini, Barbu are trei pâini şi Călin nu are nicio pâine. La ora prânzului, cei trei colegi se aşază la masă şi împart în mod egal cele 5 pâini. La sfârşit, Călin plăteşte 10 lei colegilor săi pentru ceea ce a mâncat. Stabiliţi cum trebuie împărţiţi banii primiţi între Andrei şi Barbu.

TEMA 3. Rapoarte. Proporții. Procente

1. Într-o clasă cu 30 de elevi, raportul dintre numărul fetelor şi numărul băieţilor este egal cu $\frac{3}{7}$. Aflaţi câţi băieţi sunt în clasă.

2. Raportul dintre lăţimea şi lungimea unui dreptunghi este $\frac{2}{3}$, iar perimetrul dreptunghiului este egal cu 20 cm. Calculaţi aria dreptunghiului.

3. Triunghiurile asemenea *ABC* şi *DEF* au laturile omoloage *AB* = 3 m şi *DE* = 5 m. Determinaţi valoarea raportului dintre aria lui *ABC* şi aria lui *DEF*.

4. Aflaţi scara unei hărţi, ştiind că unei distanţe de 250 km în teren îi corespunde o distanţă de 2 cm pe hartă.

5. Fie x, y două numere raţionale pozitive. Arătaţi că $\frac{2x+3y}{3x+5y}=\frac{13}{21}$ dacă şi numai dacă $\frac{x}{y}=\frac{2}{3}$.

6. a) Împărţiţi numărul 68 în trei părţi direct proporţionale cu numerele 4, 5 şi 8.
b) Împărţiţi numărul 77 în trei părţi invers proporţionale cu numerele 2, 4 şi 6.

7. Ana a cumpărat patru cadouri pentru părinţii şi fraţii săi. Preţurile acestor cadouri, exprimate în lei, sunt direct proporţionale cu 3, 4, 5, şi 6, iar suma cheltuită de Ana a fost 360 de lei. Aflaţi preţul fiecărui cadou.

8. Ariile a două pătrate, măsurate în m^2, se exprimă prin numere direct proporţionale cu 9 şi 25. Aflaţi cele două arii, ştiind că suma perimetrelor pătratelor considerate este egală cu 160 m.

9. Numerele raţionale x, y, z sunt direct proporţionale cu 2, 3, respectiv 4.
a) Ce procent reprezintă y din z?
b) Determinaţi numerele x, y, z, ştiind că $2x + 3y + 4z = 261$.

10. Fie x, y, z trei numere raţionale astfel încât $\frac{x}{2}=\frac{y}{3}$ şi $\frac{y}{4}=\frac{z}{5}$. Determinaţi cele trei numere, ştiind că $xy + yz + zx = 396$.

11. Trei colegi colecţionează timbre. Aflaţi numărul minim de timbre pe care le-ar putea avea fiecare dintre cei trei colegi dacă numerele respective ar fi direct proporţionale cu $\frac{16}{3}$, $\frac{15}{4}$ şi $\frac{11}{7}$.

12. Primii trei elevi clasaţi la un concurs de gramatică primesc, împreună, 30 de cărţi. Acestea sunt împărţite invers proporţional cu numărul de greşeli făcute în concurs. Aflaţi câte cărţi a primit fiecare dintre cei trei premianţi, ştiind că ei au făcut 2, 3, respectiv 6 greşeli.

13. Bunicul împarte 52 de caise, culese din livadă, celor trei nepoţi ai săi, în părţi invers proporţionale cu vârstele lor. Aflaţi câte caise primeşte fiecare nepot, ştiind că ei au 6 ani, 9 ani, respectiv 12 ani.

14. Doi piloţi participă la o cursă pe un circuit. Primul a terminat cursa în t_1 ore, conducând cu viteza medie $v_1 = 200$ km/h, iar al doilea a terminat cursa în t_2 ore, conducând cu viteza medie $v_2 = 160$ km/h. Aflaţi lungimea circuitului, ştiind că $t_1 + t_2 = 9$.

15. Numerele raţionale nenule x, y, z sunt invers proporţionale cu 0,(3), 0,25, respectiv 0,2.
a) Demonstraţi că $\frac{2x+2z}{5y+z}$ este pătratul unui număr raţional.
b) Determinaţi cele trei numere, ştiind că $\frac{3}{x}+\frac{4}{y}+\frac{5}{z}=1$.

16. Fie x, y, z trei numere raţionale astfel încât x şi y sunt direct proporţionale cu 5, respectiv 6, iar y şi z sunt invers proporţionale cu $\frac{1}{2}$, respectiv $\frac{1}{7}$.
a) Determinaţi $n \in \mathbb{N}^*$ pentru care $\frac{x}{10}=\frac{y}{12}=\frac{z}{n}$.
b) Calculaţi $3x + y - z$.

17. Fie a, b, c numere raţionale astfel încât numerele $a + b$, $b + c$, $c + a$ sunt direct proporţionale cu 7, 8, respectiv 9.
a) Ce procent reprezintă a din $b + c$?
c) Găsiţi numerele a, b, c, ştiind că media lor aritmetică este 80.

18. a) Preţul unei cărţi este de 30 de lei. Aflaţi preţul cărţii după o ieftinire cu 10%.
b) Preţul unui stilou este de 25 de lei. Cât va deveni preţul stiloului dacă acesta se majorează cu 20%?

19. Într-o clasă sunt 21 de băieţi. Aflaţi câţi elevi sunt în clasă, ştiind că fetele reprezintă 30% din numărul tuturor elevilor.

20. Câtă faianţă trebuie cumpărată pentru a acoperi o suprafaţă de 76 m^2, ştiind că 5% din cantitatea de faianţă cumpărată se pierde la montaj.

21. Un telefon se ieftineşte cu 20% din preţul pe care îl are. După un timp, telefonul se scumpeşte cu 20% din noul preţ, ajungând astfel să coste 2304 lei.
a) Aflaţi preţul telefonului după ieftinire.
b) Determinaţi preţul iniţial al telefonului.

22. Preţul unui costum se măreşte cu 20%. După un timp, costumul se scumpeşte din nou cu 10% din noul preţ, ajungând astfel să coste 792 de lei.
a) Aflaţi preţul iniţial al costumului.
b) Determinaţi cu ce procent din preţul iniţial s-a mărit preţul costumului după cele două scumpiri.

23. Într-o clasă, numărul fetelor reprezintă 75% din numărul băieţilor. Aflaţi câte fete şi câţi băieţi sunt în clasă, ştiind că, dacă pleacă 2 fete şi vin 4 băieţi, numărul fetelor va fi egal cu 50% din numărul băieţilor.

24. Într-o clasă, numărul băieţilor este 25% din numărul fetelor. Ce procent reprezintă numărul băieţilor din numărul tuturor elevilor clasei.

25. Suma a două numere naturale este 270, iar 40% din primul număr este cu 45 mai mare decât 30% din celălalt număr. Aflaţi cele două numere.

26. Într-un coş sunt 36 de prune şi câteva mere. Dacă alegem la întâmplare un fruct din coş, probabilitatea ca acesta să fie un măr este de 40%. Aflaţi câte mere sunt în coş.

27. Gina are o pungă plină cu bomboane. Ea a dat colegei de bancă 20% din bomboane, apoi 10% din rest surorii ei şi 25% din noul rest, bunicii. Cu ce procent din numărul iniţial de bomboane a rămas Gina?

28. O persoană investeşte o sumă de bani în două companii. Prima companie, în care a investit $\frac{3}{8}$ din sumă, îi aduce un profit anual de 15% din suma investită, iar a doua companie, în care a investit restul sumei, îi aduce un profit anual de 32% din suma investită. Aflaţi suma investită, ştiind că profitul lunar a fost de 410 lei.

29. Jumătate din cantitatea de cireşe dintr-un magazin s-a vândut cu un profit de 30%, iar cealaltă jumătate s-a vândut cu 20% în pierdere. Calculaţi profitul, în procente, obţinut din vânzarea întregii cantităţi de cireşe.

30. Preţul unui bilet la operă a crescut cu 40%, dar încasările au crescut numai cu 26%. Aflaţi cu ce procent a scăzut numărul spectatorilor în urma scumpirii biletelor.

TEMA 4. Numere reale

1. Calculaţi:

a) $\sqrt{64}$; b) $\sqrt{(-35)^2}$; c) $\sqrt{4}+\sqrt{121}$; d) $\sqrt{0,49}+\sqrt{1,69}$;

e) $\sqrt{\frac{1}{4}}+\sqrt{\frac{1}{9}}+\sqrt{\frac{49}{36}}$; f) $\sqrt{8^2+15^2}$; g) $\sqrt{3^2+3^3}$; h) $\sqrt{2^4\cdot 3^2\cdot 5^2}$.

2. Calculaţi:

a) $|3-\sqrt{5}|+|\sqrt{5}+\sqrt{3}|+|\sqrt{3}-2|$; b) $\sqrt{(2-\sqrt{5})^2}-(3+\sqrt{5})$.

3. Calculaţi:

a) $\sqrt{27}+\sqrt{12}-\sqrt{75}$; b) $2\sqrt{8}+3\sqrt{18}-13\sqrt{2}$;

c) $\sqrt{2}(\sqrt{2}+\sqrt{3})-\sqrt{3}(2\sqrt{3}+\sqrt{2})$; d) $(\sqrt{2}-\sqrt{12})(\sqrt{8}+\sqrt{3})$.

4. Calculaţi:

a) $\frac{5\sqrt{2}}{2\sqrt{5}}-\frac{3}{\sqrt{10}}$; b) $\left(\sqrt{2}+\frac{3}{\sqrt{2}}\right):(\sqrt{2})^{-1}$;

c) $3\cdot\left(3\frac{1}{2}-1,25\cdot 2\right)-\left(\sqrt{5}-\frac{2,5}{\sqrt{5}}\right)\cdot\sqrt{5}$; d) $(-1)^{21}+2\frac{1}{2}:\sqrt{0,25}-\frac{20}{\sqrt{300}}+\frac{\sqrt{48}}{6}$.

✦ TESTUL 1 ✦

SUBIECTUL I. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

(5p) **1.** Cel mai mare număr natural care împărțit la 7 dă câtul 10 este egal cu:
a) 70; **b)** 71; **c)** 76; **d)** 77.

(5p) **2.** Un telefon care costă 1000 de lei se ieftinește cu 10%, iar noul preț se mărește cu 10%. Diferența dintre prețul inițial și prețul final al telefonului este egală cu:
a) 0 lei; **b)** 1 leu; **c)** 10 lei; **d)** 20 de lei.

(5p) **3.** Diferența dintre cel mai mic și cel mai mare număr întreg din intervalul $(-3, 5]$ este egală cu:
a) -8; **b)** -7; **c)** -6; **d)** 2.

(5p) **4.** Dintre următoarele șiruri de numere, cel scris în ordine crescătoare este:
a) $\frac{2}{3}; 0,5; \frac{5}{6}; 0,75;$ **b)** $\frac{5}{6}; 0,5; 0,75; \frac{2}{3};$ **c)** $0,5; 0,75; \frac{2}{3}; \frac{5}{6};$ **d)** $0,5; \frac{2}{3}; 0,75; \frac{5}{6}.$

(5p) **5.** Patru elevi, Ana, Bogdan, Cristi și Dana, au calculat rădăcina pătrată a produsului numerelor $\sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{8}$ și $\sqrt{15}$. Rezultatele obținute de ei sunt trecute în tabelul următor:

Ana	Bogdan	Cristi	Dana
$2\sqrt{15}$	$10\sqrt{6}$	60	3600

Dintre cei patru elevi, cel care a obținut rezultatul corect este:
a) Ana; **b)** Bogdan; **c)** Cristi; **d)** Dana.

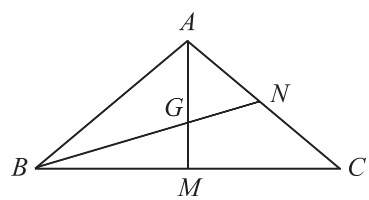
(5p) **6.** Teodor a parcurs într-o zi 24 km, adică $\frac{3}{5}$ din drumul pe care trebuia să-l străbată. Sora lui Teodor spune că lungimea totală a drumului pe care îl avea de parcurs Teodor este de 40 km. Afirmația surorii este:
a) adevărată; **b)** falsă.

SUBIECTUL al II-lea. ***Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*** **(30 de puncte)**

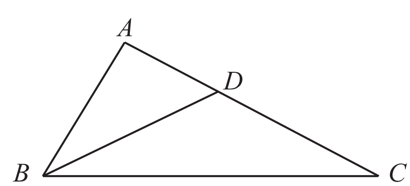
(5p) **1.** În figura alăturată sunt reprezentate punctele A, B, C, coliniare, în această ordine. Punctul M este mijlocul segmentului AB, iar punctul N se află pe segmentul BC, astfel încât $BN = 2NC$. Dacă $AB = 6$ cm și $BC = 12$ cm, atunci lungimea segmentului MN este egală cu:

a) 6 cm; **b)** 9 cm; **c)** 11 cm; **d)** 15 cm.

(5p) **2.** În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC cu $AB = AC = 10$ cm și $BC = 16$ cm. Medianele AM și BN se intersectează în punctul G. Lungimea segmentului AG este egală cu:
a) 10 cm; **b)** 8 cm;
c) 6 cm; **d)** 4 cm.

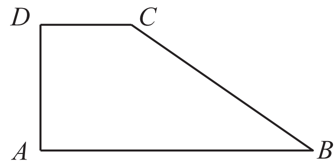


(5p) **3.** În figura alăturată este desenat un triunghi ABC cu $\sphericalangle A = 90°$, $\sphericalangle C = 30°$ și $AC = 6\sqrt{3}$ cm. Dacă BD este bisectoarea unghiului ABC, atunci lungimea segmentului AD este egală cu:
a) $2\sqrt{3}$ cm; **b)** $3\sqrt{3}$ cm;
c) $4\sqrt{3}$ cm; **d)** $5\sqrt{3}$ cm.



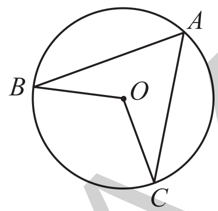
(5p) **4.** În figura alăturată este reprezentat trapezul $ABCD$, cu $\sphericalangle A = \sphericalangle D = 90°$, $AB = 6$ m, $BC = 5$ m și $CD = 2$ m. Aria trapezului $ABCD$ este egală cu:

a) 40 m^2; **b)** 24 m^2;
c) 12 m^2; **d)** 6 m^2.



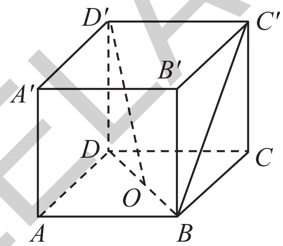
(5p) **5.** În figura alăturată este desenat triunghiul ABC înscris în cercul cu centrul în O. Dacă $\sphericalangle BOC = 150°$, atunci măsura unghiului BAC este egală cu:

a) 90°; **b)** 75°;
c) 60°; **d)** 45°.



(5p) **6.** În figura alăturată este desenat cubul $ABCDA'B'C'D'$. Punctul O este mijlocul segmentului BD. Măsura unghiului determinat de dreptele BC' și $D'O$ este egală cu:

a) 15°; **b)** 30°;
c) 45°; **d)** 60°.



SUBIECTUL al III-lea. ***Scrie rezolvările complete.*** **(30 de puncte)**

1. Un biciclist a parcurs un drum în trei zile. În prima zi, el a parcurs cu 5 km mai puțin decât $\frac{1}{3}$ din lungimea drumului, a doua zi cu 15 km mai mult decât $\frac{1}{3}$ din rest, iar a treia zi ultimii 55 km.

(2p) **a)** Este posibil ca biciclistul să fi parcurs în prima zi 13 km? Justifică răspunsul dat.

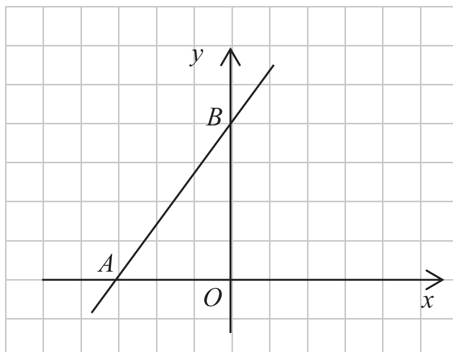
(3p) **b)** Determină lungimea totală a drumului.

2. Se consideră expresia $E(x) = (3x - 2)^2 - (x - 2)^2 + (x - 1)(x + 1) - 2x(4x - 1)$, unde x este număr real.

(2p) **a)** Calculează $E(2)$.

(3p) **b)** Demonstrează că $E(x) \geq -10$, pentru orice număr real x.

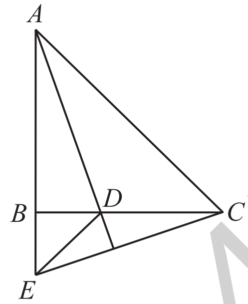
3. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{4x+12}{3}$. Fie A și B punctele de intersecție a reprezentării grafice a funcției f cu axele Ox, respectiv Oy, ale sistemului de axe ortogonale xOy.



(2p) **a)** Determină coordonatele punctelor A și B.

(3p) **b)** Determină coordonatele punctului P, situat pe graficul funcției f, astfel încât $AB = BP$.

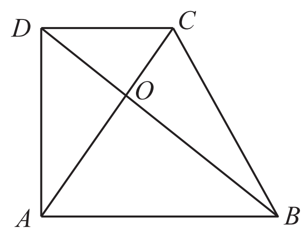
4. În figura alăturată sunt reprezentate triunghiurile dreptunghice isoscele *ABC* și *DBE*, cu $\sphericalangle ABC = \sphericalangle DBE = 90°$, punctul *D* fiind situat pe *BC*. Se știe că $BC = 3BD = 12$ cm.



(2p) **a)** Calculează aria triunghiului *ADC*.

(3p) **b)** Demonstrează că dreptele *AD* și *EC* sunt perpendiculare.

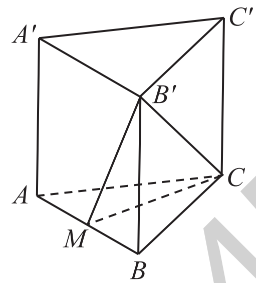
5. În figura alăturată este reprezentat trapezul *ABCD*, cu baza mare $AB = 16$ cm, baza mică $CD = 9$ cm și înălțimea $AD = 12$ cm. Diagonalele trapezului se intersectează în punctul *O*.



(2p) **a)** Calculează lungimea segmentului *AO*.

(3p) **b)** Demonstrează că diagonalele trapezului sunt perpendiculare.

6. În figura alăturată este reprezentată prisma triunghiulară regulată $ABCA'B'C'$ cu $AB = 12$ cm și $BB' = 8$ cm. Punctul M este mijlocul laturii AB.



(2p) **a)** Calculează aria triunghiului CMB'.

(3p) **b)** Determină distanța de la punctul A la planul (CMB').

Cuprins