

EDITURA PARALELA 45

Editura Paralela 45

Acest auxiliar didactic este aprobat pentru utilizarea în unitățile de învățământ preuniversitar prin OMEC nr. 6250/21.12.2020.

Lucrarea este elaborată în conformitate cu programa școlară pentru susținerea Evaluării Naționale pentru absolvenții clasei a VIII-a și cu modelul de structură de subiect și baremul de evaluare și notare în vigoare.

Redactare: Iuliana Ene, Roxana Pietreanu, Ionuț Burcioiu
Tehnoredactare: Adriana Vlădescu, Carmen Rădulescu, Mioara Benza
Pregătire de tipar: Marius Badea
Design copertă: Mirona Pintilie
Credite foto: shutterstock.com

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României

POPA, GABRIEL

Matematică : Evaluarea Națională 2022 : clasa a VIII-a / Gabriel Popa, Adrian Zanoschi, Gheorghe Iurea, Dorel Luchian. - Pitești : Paralela 45, 2021
ISBN 978-973-47-3448-1

I. Zanoschi, Adrian
II. Iurea, Gheorghe
III. Luchian, Dorel

51

Copyright © Editura Paralela 45, 2021

Prezenta lucrare folosește denumiri ce constituie mărci înregistrate, iar conținutul este protejat de legislația privind dreptul de proprietate intelectuală.
www.edituraparelela45.ro

Gabriel Popa, Adrian Zanoschi,
Gheorghe Iurea, Dorel Luchian

MATEMATICĂ

EVALUAREA NAȚIONALĂ

2022

Clasa a VIII-a

- Memorator cu cele mai importante noțiuni și definiții din programă
- Teme recapitulative conținute de programa de examen
- 70 de variante de subiecte cu soluții de rezolvare



Editura Paralela 45

CUVÂNT-ÎNAINTE

Lucrarea *Matematică. Evaluarea Națională 2022* vine în întâmpinarea așteptărilor elevilor și profesorilor care se află pe traseul pregătirii Evaluării Naționale 2022, în contextul lansării, în 2021, a unui nou format al subiectului de examen.

Având în vedere competențele vizate prin programa de examen, precum și exigențele firești ale studiului matematicii, am gândit o structură complexă și eficientă a cărții, care implică un memorator, 14 teme/lecții recapitulative din materia pentru examen a claselor V-VIII și 70 de teste după modelul din 2021, care este confirmat pentru examenul de Evaluare Națională 2022. La primele teste, elevul poate completa răspunsul în spațiul alocat, ca un exercițiu de redactare necesar în perspectiva evaluărilor, care impune viitorilor candidați un ritm de lucru și niște obiective precise. De asemenea, copiii și antrenorii lor au posibilitatea de a studia metodic baremele specifice acestui tip de subiect, întrucât testele beneficiază de răspunsuri și sugestii de rezolvare care le oferă un feedback necesar și imediat, astfel încât nivelul de pregătire se poate verifica prin autoevaluare.

Problemele au, în general, un caracter aplicativ, dar și unul ludic, iar reperetele teoretice reprezintă o formă utilă de sistematizare a aparatului conceptual necesar rezolvării subiectelor, precum și lucrului de zi cu zi, în clasă și acasă.

Să fie un exercițiu cu sens, aducător de succes!

Autorii

◆ TESTUL 1 ◆

SUBIECTUL I. Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

- (5p) 1. Suma divizorilor naturali ai numărului 21 este:
 a) 11; b) 21; c) 31; d) 32.
- (5p) 2. O carte costă 36 de lei. După o reducere de 20%, prețul cărții va fi:
 a) 7,2 lei; b) 28,8 lei; c) 32 lei; d) 34,2 lei.
- (5p) 3. Dacă $a = 3 \cdot 4 - (-2) \cdot (-5)$ și $b = (-2)^3 : 2 + 3^5 : (-3)^4$, atunci diferența $a - b$ este egală cu:
 a) 1; b) 2; c) 3; d) 4.
- (5p) 4. Dintre intervalele $(-2, 7)$, $[-4, 6)$, $(12, 21]$ și $[-16, -10]$, cel care conține cele mai multe numere întregi este:
 a) $(-2, 7)$; b) $[-4, 6)$; c) $(12, 21]$; d) $[-16, -10]$.
- (5p) 5. Andrei, Barbu, Călin și Dan au calculat media geometrică a numerelor $a = \sqrt{8} + 2\sqrt{18}$ și $b = 2\sqrt{50} - \sqrt{162}$. Rezultatele obținute de ei sunt trecute în tabelul următor:

Andrei	Barbu	Călin	Dan
$\sqrt{2}$	4	$8\sqrt{2}$	16

Dintre cei patru elevi, cel care a obținut rezultatul corect este:

- a) Andrei; b) Barbu; c) Călin; d) Dan.
- (5p) 6. Cei 30 de elevi ai unei clase au ales prin vot șeful clasei, dintre colegii lor: Ana, Bogdan și Carmen. Procentele voturilor obținute de cei trei candidați sunt prezentate în tabelul de mai jos.

Ana	Bogdan	Carmen
$p\%$	45%	35%

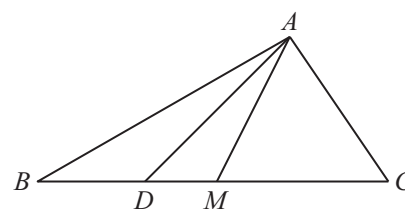
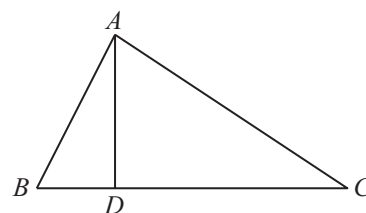
Numărul elevilor care au votat-o pe Ana este egal cu:

- a) 5; b) 6; c) 10; d) 20.

SUBIECTUL al II-lea. Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

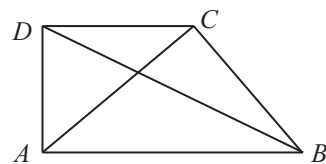
- (5p) 1. În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC , $AB \neq AC$ și punctul D situat pe latura BC , astfel încât unghiurile ADB și ADC au măsurile egale. Pentru triunghiul ABC , dreapta AD este:
 a) bisectoare; b) mediană;
 c) înălțime; d) mediatoare.
- (5p) 2. În figura alăturată este desenat un triunghi dreptunghic ABC cu ipotenuza BC și $\sphericalangle C = 60^\circ$. Dacă punctul M este mijlocul laturii BC , iar AD este bisectoarea unghiului BAM , atunci măsura unghiului ADC este egală cu:
 a) 15° ; b) 30° ;
 c) 45° ; d) 60° .



4. În figura alăturată este desenat trapezul $ABCD$ cu $AB \parallel CD$, $\sphericalangle A = 90^\circ$, $AB = 9$ cm, $CD = 4$ cm și $AD = 6$ cm.

(2p)

a) Calculează lungimea laturii BC .



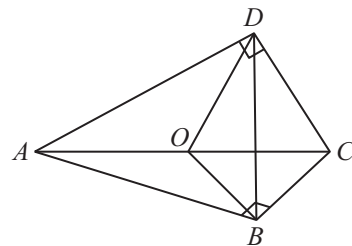
(3p)

b) Arată că diagonalele AC și BD sunt perpendiculare.

5. În figura alăturată este reprezentat patrulaterul convex $ABCD$, cu $\sphericalangle B = \sphericalangle D = 90^\circ$, $AC = 12$ cm și $BD = 6$ cm. Punctul O este mijlocul diagonalei AC .

(2p)

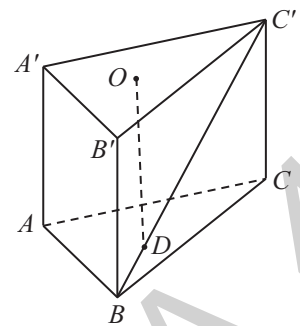
a) Calculează aria triunghiului BOD .



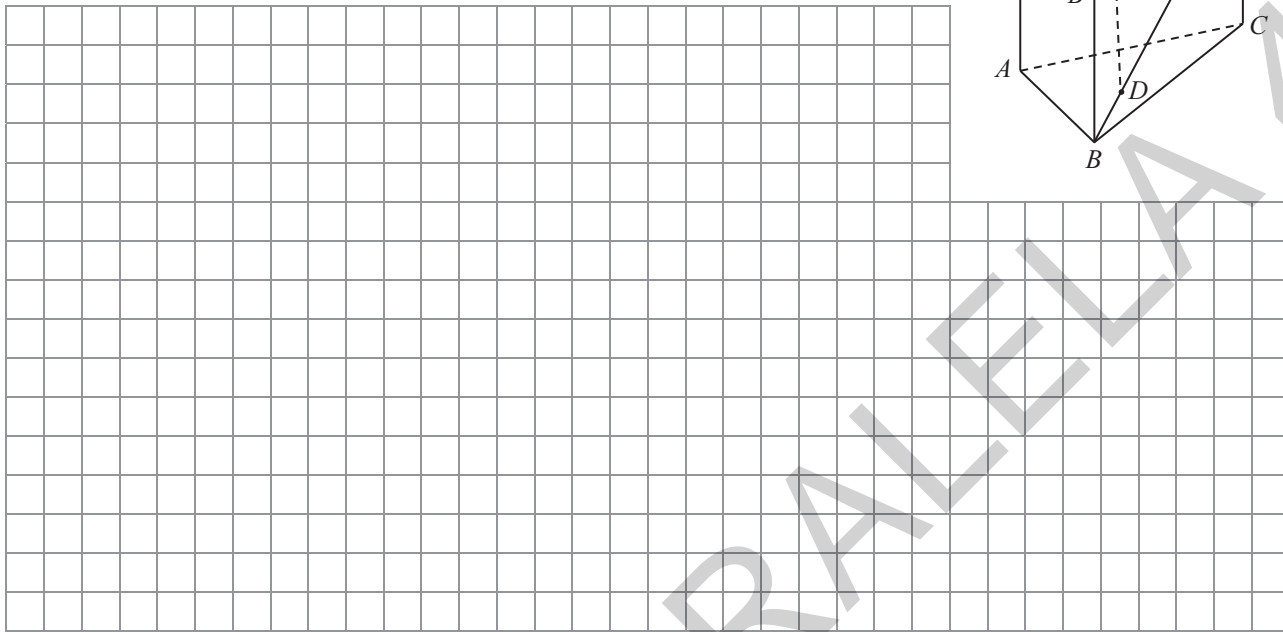
(3p)

b) Află măsura unghiului BAD .

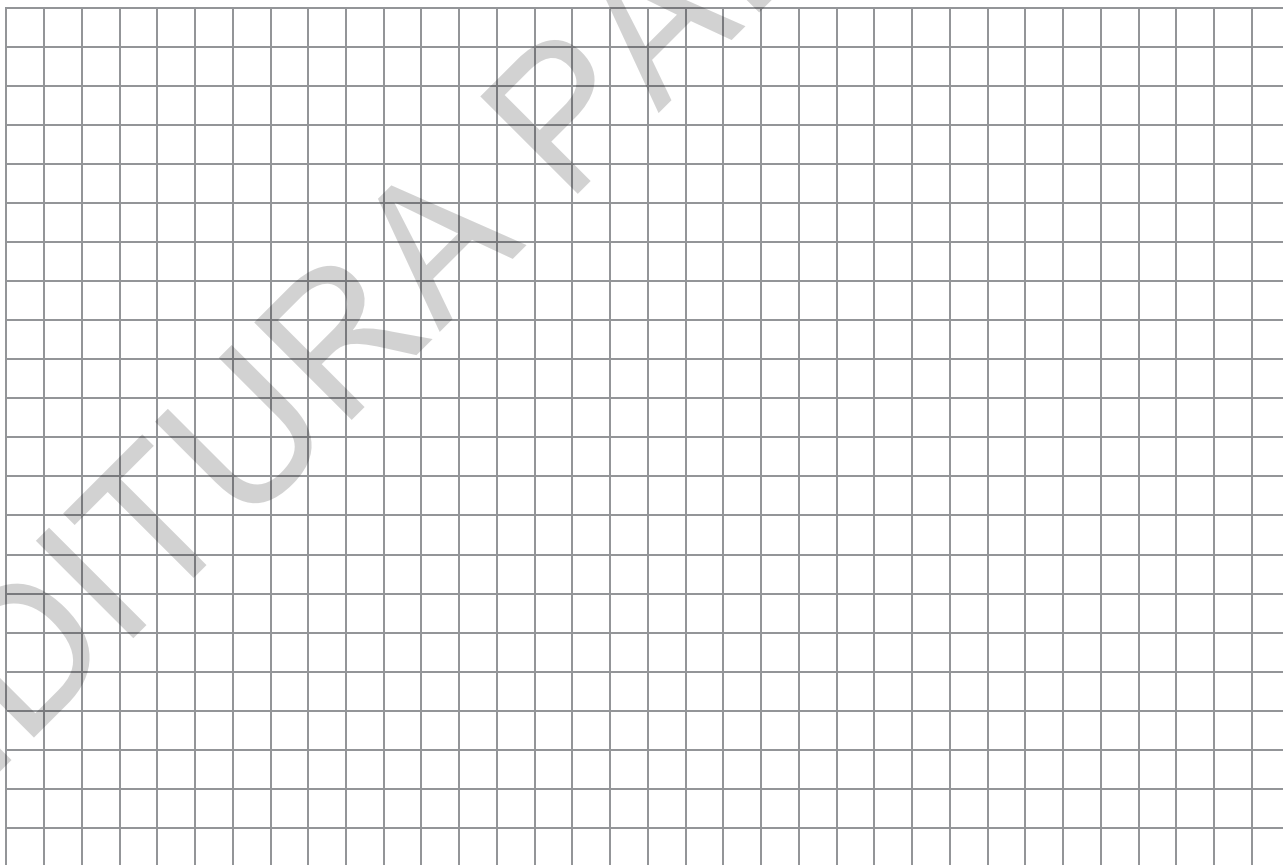
6. În figura alăturată este reprezentată o prismă triunghiulară regulată cu latura bazei $AB = 12$ cm și muchia laterală $AA' = 9$ cm. Punctul O este centrul bazei $A'B'C'$, iar punctul D este situat pe segmentul BC' , astfel încât $BD = 5$ cm.



- (2p) a) Calculează distanța de la punctul A' la planul (BCC') .

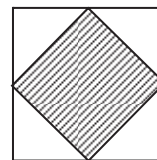


- (3p) b) Demonstrează că dreapta DO este paralelă cu planul (ABB') .



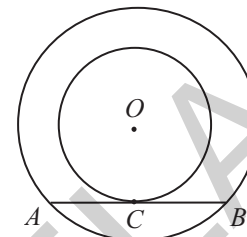
- (5p) 4. Pardoseala unei băi este acoperită cu 80 de plăci de gresie în formă de pătrat cu latura de 0,3 m, ca în figura alăturată. Fiecare placă de gresie are pătratul cu vârfurile în mijlocul laturilor sale de culoare albastră, iar restul plăcii este de culoare albă. Suprafața albastră a pardoselei băii are aria egală cu:

- a) 3 m^2 ; b) $3,6 \text{ m}^2$;
c) 4 m^2 ; d) $7,2 \text{ m}^2$.



- (5p) 5. Cele două cercuri din figura alăturată au același centru O , iar coarda AB este tangentă cercului interior în C . Dacă raza cercului exterior este de 10 cm și coarda AB are 16 cm, atunci raza cercului interior este:

- a) 6 cm; b) 7 cm;
c) 8 cm; d) 9 cm.



- (5p) 6. Un cub de brânză $ABCD A'B'C'D'$ are bazele $ABCD, A'B'C'D'$, muchiile laterale AA', BB', CC', DD' și muchia $AB = 8 \text{ cm}$. Ileana taie cubul cu un cuțit după un plan care trece prin punctele A, M, C' și N , unde M și N sunt mijloacele muchiilor BB' , respectiv DD' . Aria secțiunii este:

- a) $16\sqrt{3} \text{ cm}^2$; b) $24\sqrt{3} \text{ cm}^2$; c) $32\sqrt{6} \text{ cm}^2$; d) $48\sqrt{2} \text{ cm}^2$.

SUBIECTUL al III-lea. Scrie rezolvările complete.

(30 de puncte)

1. Un turist a parcurs un drum în trei zile. În prima zi a mers 18 km, a doua zi a parcurs $\frac{3}{5}$ din distanța rămasă, iar pentru ultima zi i-a rămas de făcut 25% din distanța inițială.

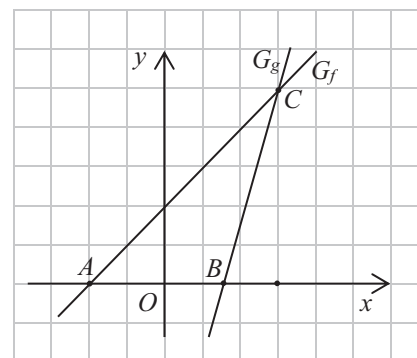
- (2p) a) Află ce procent din distanța inițială a parcurs turistul în primele două zile.
(3p) b) Determină lungimea totală a drumului.

2. Se consideră expresia $E(x) = (2x + 1)^2 - 2(x - 1)^2 + (1 - x)(x + 3)$, unde $x \in \mathbb{R}$.

- (2p) a) Arată că $E(x) = x^2 + 6x + 2$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.
(3p) b) Determină valoarea minimă a lui $E(x)$, $x \in \mathbb{R}$.

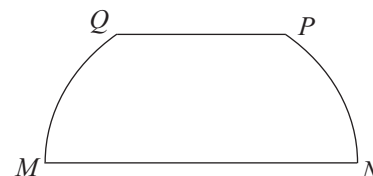
3. Se consideră funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 2$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 3x - 4$.

- (2p) a) Determină numărul real a pentru care $f(a) = g(a)$.
(3p) b) Fie A și B punctele de intersecție a reprezentărilor grafice ale funcțiilor f , respectiv g cu axa Ox a sistemului de axe ortogonale xOy și C punctul lor comun. Calculează aria triunghiului ABC .



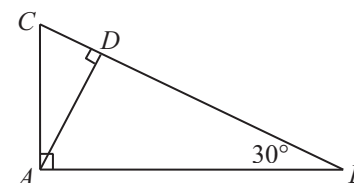
4. În figura alăturată este reprezentată podeaua unui balcon. Arcele MQ și NP aparțin cercului de diametru $MN = 12 \text{ m}$ și fiecare dintre ele are măsura de 60° .

- (2p) a) Demonstrează că $PQ = 6 \text{ m}$.
(3p) b) Determină lungimea conturului podelei.



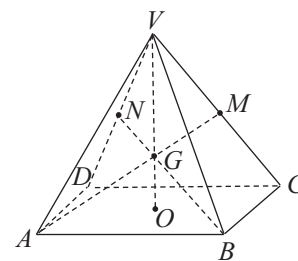
5. În figura alăturată este desenat triunghiul dreptunghic ABC , cu ipoteuză $BC = 24 \text{ cm}$ și $\sphericalangle B = 30^\circ$.

- (2p) a) Arată că măsura unghiului CAD este de 30° .
(3p) b) Determină lungimea segmentului CD .



6. În figura alăturată este reprezentată piramida patrulateră regulată $VABCD$, în care O este centrul bazei $ABCD$, $G \in (VO)$, $VG = 2GO$, $\{M\} = AG \cap CV$ și $\{N\} = BG \cap VD$.

- (2p) a) Demonstrează că M este mijlocul muchiei CV .
 (3p) b) Demonstrează că planele MON și ABV sunt paralele.



◆ TESTUL 13 ◆

SUBIECTUL I. Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

- (5p) 1. Numărul divizorilor naturali ai numărului 24 este:
 a) 2; b) 4; c) 6; d) 8.
- (5p) 2. Andrei și Bianca au vârstele (exprimate în ani) invers proporționale cu 3, respectiv 4, iar suma acestor vârste este egală cu 49 ani. Bianca are:
 a) 28 ani; b) 27 ani; c) 24 ani; d) 21 ani.
- (5p) 3. În tabelul următor sunt prezentate datele celor trei războaie punice purtate între Roma și Cartagina.

Primul război punic	264 – 241 î.Hr.
Al doilea război punic	218 – 201 î.Hr.
Al treilea război punic	149 – 146 î.Hr.

În câți ani din perioada 264 – 146 î.Hr., Roma și Cartagina nu s-au luptat?

- a) 71; b) 72; c) 73; d) 74.
- (5p) 4. Rezultatul calculului $\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{6}\right) \cdot 2,4$ este:
 a) 0,4; b) 1,2; c) 2; d) 4.
- (5p) 5. În tabelul alăturat sunt trecute aproximările găsite de patru elevi pentru numărul irațional $2\sqrt{3}$. Dintre cei patru elevi, cea mai bună aproximare a găsit-o:
 a) Alexandra; b) Ilinca;
 c) Maria; d) Victor.

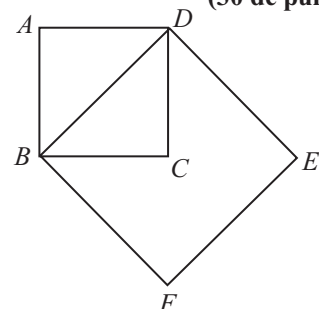
Alexandra	2
Ilinca	3
Maria	5
Victor	6

- (5p) 6. Bunica lui Radu are de urmat un tratament de 10 zile în care trebuie să ia câte o pastilă galbenă la 6 ore și câte două pastile verzi la 8 ore. Radu a cumpărat de la farmacie, pentru tratamentul bunicii, 40 de pastile galbene și 60 de pastile verzi. Radu a procedat bine?
 a) da; b) nu.

SUBIECTUL al II-lea. Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

- (5p) 1. În figura alăturată sunt reprezentate două pătrate, $ABCD$ și $BDEF$. Triunghiul CEF este:
 a) ascuțitunghic; b) echilateral;
 c) obtuzunghic; d) dreptunghic isoscel.



SOLUȚII

TEME RECAPITULATIVE

TEMA 1. Numere naturale. Numere întregi

1. a) 50; b) 21; c) 2; d) 27. 2. 45. 3. Valoarea minimă este 0, iar valoarea maximă este 30. 4. $n \in \{60, 61, 64, 69\}$. 5. 1077, 1087. 6. $a = 15, b = 4$. 7. $a = 20, b = 60, c = 422$. 8. 283. 9. a) 16; b) 0; c) 7; d) 28; e) 32; f) 54; g) 7; h) 12. 10. b) $a = 2^{30} = 8^{10} < 9^{10} = 3^{20} = b$. 11. a) $a = (2 \cdot 3^{21})^2$; b) Cum ultima cifră a numărului b este 7, rezultă că b nu este pătrat perfect. 12. a) Numărul a este suma a 12 numere impare, deci este un număr par; b) $a = (1 + 3 + 3^2 + 3^3) + (3^4 + 3^5 + 3^6 + 3^7) + (3^8 + 3^9 + 3^{10} + 3^{11}) = 40(1 + 3^4 + 3^8) : 10$. 13. $a = 12 \cdot 14^n : 12$. 14. $\overline{abcd} = 100\overline{ab} + \overline{cd} = 300\overline{cd} + \overline{cd} = 7 \cdot 43 \cdot \overline{cd} : 7$. 15. $p = 2, q = 3, r = 7$. 16. a) $56 = 2^3 \cdot 7, 72 = 2^3 \cdot 3^2, 144 = 2^4 \cdot 3^2, 2700 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^2$; b) 10 divizori naturali. 17. a) $n \in \{70, 72, 74, 76, 78\}$; b) $n \in \{630, 612, 684, 666, 648\}$; c) $n \in \{252, 552, 852, 156, 456, 756\}$; d) $n \in \{170, 125\}$. 18. $(48, 60) = 12, [48, 60] = 240$; b) $(12, 15, 18) = 3, [12, 15, 18] = 180$. 19. Fie x numărul maxim de pachete. Atunci, cum 168, 96 și 72 trebuie să se dividă cu x , rezultă că x este cel mai mare divizor comun al numerelor 168, 96, 72, adică $x = 24$. 20. Fie x numărul florilor din florărie. Din relațiile $x = 18a + 3 = 24b + 3$ ($a, b \in \mathbb{N}$), deducem că $x - 3 = 72k$ sau $x = 72k + 3$ ($k \in \mathbb{N}$). Cum $450 < 72k + 3 < 570$, rezultă că $x = 72 \cdot 7 + 3 = 507$. 21. Fie x numărul de sportivi. Avem $x = 6a + 3 = 5b + 1 = 9c + 6$, deci $x + 3 = 6(a + 1) = 4(b + 1) = 9(c + 1)$ ($a, b, c \in \mathbb{N}$). De aici rezultă că $x + 3 = 36k$ ($k \in \mathbb{N}$) și, cum $x + 3 < 53$, deducem că $x = 33$. Numărul maxim de grupe este 11, iar numărul de sportivi dintr-o grupă este 3. 22. Fie a numărul CD-urilor de 54 lei și b numărul CD-urilor de 90 lei cumpărate de Sanda. Avem $54a + 90b = 486$ sau $3a + 5b = 27$. Cum 3 divide pe $3a$ și pe 27 , rezultă că 3 divide pe $5b$. De aici, având în vedere că $0 < b < 6$, rezultă că $b = 3$. Deci, $a = 4$ și $b = 3$. Sanda a cumpărat 7 CD-uri. 23. a) $-7 < -3 < -2 < 0 < 1 < 4 < 9$; b) $7 > 3 > 1 > -1 > -2 > -4 > -5$. 24. $-8 = (-8) + (-1) + (+1)$. 25. a) -3; b) 1; c) 5; d) 1; e) -1; f) 21; g) 3; h) 11. 26. -17°C . 27. Divizorii întregi ai numărului 288 sunt $-1, 1, -2, 2, -3, 3, \dots$. Suma lor este 0. 28. $(x + 1) \mid (2x + 5) \Leftrightarrow (x + 1) \mid ((2x + 5) - 2(x + 1)) \Leftrightarrow (x + 1) \mid 3 \Leftrightarrow x + 1 \in \{-3, -1, 1, 3\} \Leftrightarrow x \in \{-4, -2, 0, 2\}$. 29. $|x| > 3 \Leftrightarrow x \in \{\dots, -6, -5, -4, 4, 5, 6, \dots\}$; $|x + 1| \leq 6 \Leftrightarrow x + 1 \in \{-6, -5, -4, \dots, 4, 5, 6\} \Leftrightarrow x \in \{-7, -6, -5, -4, -3, \dots, 3, 4, 5\}$. Deci, $x \in \{-7, -6, -5, -4, 4, 5\}$. 30. $(x + 1)(y + 1) = 5 \Leftrightarrow (x, y) \in \{(-6, -2), (-2, -6), (0, 4), (4, 0)\}$.

TEMA 2. Numere raționale

1. a) 1; b) 1; c) -2; d) 1; e) $-\frac{1}{12}$; f) 2; g) 14; h) $\frac{5}{6}$. 2. a) $n \in \{0, 1, 2\}$; b) $n = 3$; c) $n \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$. 3. Opusul lui a este $-a = 1,25$. Inversul lui a este $\frac{1}{a} = -\frac{4}{5}$. Modulul lui a este $|a| = 1,25$. 4. $\frac{6}{15} = 0,4; \frac{11}{5} = 5,5; \frac{1}{625} = 0,0016$. 5. a) $-\frac{5}{4} < -\frac{1}{2} < -0, (4) < 1, 1(3) < \frac{4}{3} < 1,7$; b) $0, (3) > 0,33 > 0, (32) > 0,3(2) > 0,3 > 0,2(3)$. 6. $\left[\frac{23}{4}\right] = 5, \left\{\frac{23}{4}\right\} = 0,75, \left[-\frac{9}{5}\right] = -2, \left\{-\frac{9}{5}\right\} = 0,2$. 7. $A \cap \mathbb{N} = \{2; 5\}, A \cap \mathbb{Z} = \{-7; 2; 5\}, A \cap (\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}) = \left\{-\frac{23}{3}; -3,4; 0,5; 1,(2)\right\}$. 8. $a = 5; b = 1$. 9. $(a - 2)^{10} = (1 - 2)^{10} = 1$. 10. $a = 10 \in \mathbb{N}$. 11. $a = \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \dots + \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{9}\right) + \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{10}\right) = \frac{9}{10} = 0,9$. 12. $\left(\frac{2a}{3}\right)^{100} = \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2}\right)^{100} = 1$. 13. $\frac{12}{7}$. 14. Dacă n este impar, atunci $a = -\frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{5}{6} = -\frac{3}{4}$, iar dacă n este par, atunci $a = \frac{2}{3} - \frac{3}{4} + \frac{5}{6} = \frac{3}{4}$. Prin urmare, $|a| = \frac{3}{4}$, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}$. 15. $9x = 9 \cdot \frac{10}{9} = 10 \in \mathbb{N}$. 16. Avem $\frac{48}{5} \cdot \frac{a}{b} \in \mathbb{N} \Leftrightarrow b \mid 48$

Cuprins

Cuvânt-înainte / **5**

MEMORATOR DE MATEMATICĂ / **7**

TEME RECAPITULATIVE / **20**

MODELE DE TESTE PENTRU EVALUAREA NAȚIONALĂ / **58**

SOLUȚII

TEME RECAPITULATIVE / **230**

MODELE DE TESTE PENTRU EVALUAREA NAȚIONALĂ / **244**

EDITURA PARALELA 45