colecția Înveți cu plăcere

MATEMATICĂ

Suport teoretic și exerciții aplicative

Ion Cicu • Silvia Mareș• Ioana Iacob • Răzvan Ceucă • Andrei Băleanu

Clasa a VI-a

Construcție teoretică intuitivă

Învățare centrată pe elev

Activități de fixare și de progres

Probleme rezolvate

Interdisciplinaritate

intuitext

Cuprins

2. Mulțimi. Mulțimea numerelor naturale

1.1. **Identificarea unor noțiuni specifice mulțimilor și relației de divizibilitate în $\mathbb{N}$**

- Recunoașterea unor mulțimi finite sau infinite (mulțimea numerelor naturale, mulțimea numerelor naturale pare/impare, mulțimea cifrelor unui număr, mulțimea divizorilor/multiplilor unui număr natural)

- Definirea unor mulțimi folosind diagrame și/sau enumerare de elemente

2.1. **Evidențierea în exemple a relațiilor de apartenență, de incluziune, de egalitate și a criteriilor de divizibilitate cu 2, 5, 10^n, 3 și 9 în $\mathbb{N}$**

- Recunoașterea și exemplificarea de elemente care aparțin/nu aparțin unei mulțimi date prin diagrame sau prin enumerarea elementelor

- Recunoașterea și exemplificarea de mulțimi date prin diagrame sau prin enumerarea elementelor; mulțimi care sunt sau nu în relație de incluziune

3.1. **Utilizarea unor modalități adecvate de reprezentare a mulțimilor și de determinare a c.m.m.d.c. și a c.m.m.m.c.**

- Reprezentarea unor mulțimi prin diagrame și/sau prin enumerarea elementelor

- Efectuarea de operații cu mulțimi (reuniunea, intersecția, diferența) punând accentul pe exemple practice

4.1. **Exprimarea în limbaj matematic a unor situații concrete care se pot descrie utilizând mulțimile și divizibilitatea în $\mathbb{N}$**

- Exprimarea în limbaj matematic a unor caracteristici ale elementelor unor mulțimi finite (de exemplu, mulțimea cifrelor pare)

- Formularea unor enunțuri simple folosind cuvintele „și", „sau", „nu" în contextul operațiilor cu mulțimi

5.1. **Analizarea unor situații date în contextul mulțimilor și al divizibilității în $\mathbb{N}$**

- Asocierea „unu la unu" a elementelor a două mulțimi finite care au același cardinal

- Estimarea cardinalului unei mulțimi în contexte practic-aplicative (de exemplu: numărul elevilor școlii, numărul notelor obținute de un elev într-un semestru, numărul orașelor unui județ)

6.1. **Transpunerea, în limbaj matematic, a unor situații date utilizând mulțimi, operații cu mulțimi și divizibilitatea în $\mathbb{N}$**

- Deducerea unor consecințe imediate care decurg din analizarea unui set de date asociate mulțimilor (de exemplu, în general $A \setminus B$ este diferită de $B \setminus A$)

- Interpretarea unor situații practice sau interdisciplinare (de exemplu, numeral cardinal/ordinal) folosind limbajul specific mulțimilor și operațiilor cu mulțimi

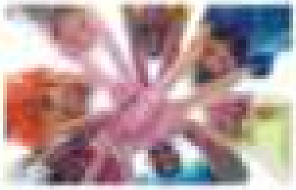
- Interpretarea unor noțiuni de bază din geometrie (punct, segment, semidreaptă, dreaptă; poziții relative: punct-dreaptă, dreaptă-dreaptă) utilizând limbajul specific mulțimilor

2.1. Descriere, notații, reprezentări ale mulțimilor. Mulțimi numerice/nenumerice

Observă și descoperă!

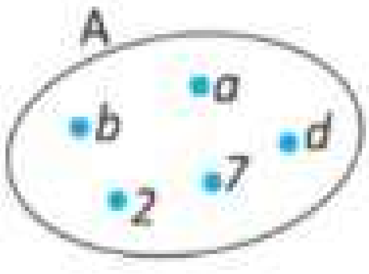
1. Numește cu un singur cuvânt o caracteristică comună a imaginilor de mai jos:






Important

- **Mulțimea** este o colecție de obiecte.
  Obiectele dintr-o mulțime se numesc **elementele mulțimii**.
- Mulțimea se notează cu litere mari: A, B etc.
- Într-o mulțime, un element apare o singură dată (nu poate să apară de mai multe ori).
- Nu contează ordinea în care sunt prezentate elementele unei mulțimi.
- Cum putem prezenta o mulțime?

Prin diagramă		Mulțimea A este formată din elementele a, b, 2, 7, d.
Prin enumerare	$B = \{1, 2, 3, 6, 9\}$	Mulțimea B este formată din elementele 1, 2, 3, 6, 9.

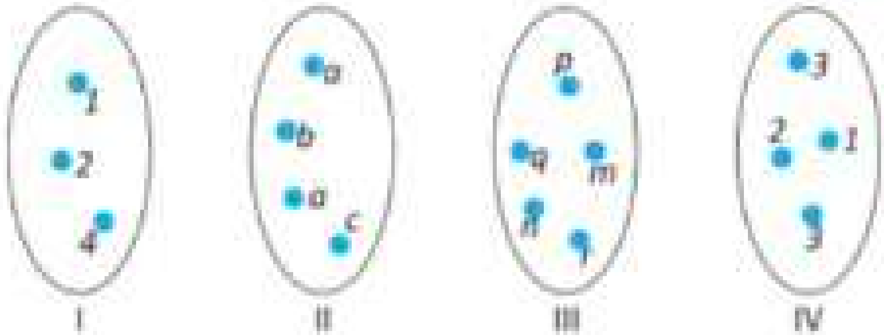
- Mulțimea care nu are niciun element se numește **mulțimea vidă** și se notează cu simbolul $\emptyset$.
- Mulțimile în care toate elementele sunt numere se numesc **mulțimi numerice**.

  Exemplu: Mulțimea B de mai sus este o mulțime numerică, în timp ce mulțimea A nu este o mulțime numerică.

Exersează!

2. Scrie mulțimea elevilor din clasa ta care stau pe rândul de la geam.

3. Care dintre diagramele următoare nu reprezintă o mulțime? Argumentează răspunsul dat.



4. Notează mulțimile de mai sus cu litere mari și enumeră elementele acestora. Precizează care dintre acestea este o mulțime numerică.

5. Observă imaginea dată.

a) Scrie mulțimea formată din numele fructelor, prin enumerarea elementelor.

b) Scrie într-o diagramă mulțimea formată din numele fructelor verzi.

6. Scrie mulțimea cifrelor din care sunt formate următoarele numere naturale: 21 251, 382 729 361, 13 609 631, 270 023 572, 7 042 235 442.

Exemplu: Mulțimea cifrelor numărului 23010 *este* $A = \{0, 1, 2, 3\}$.

7. Scrie mulțimea literelor din care sunt formate cuvintele: cicoare, cojoc, divizibil, invizibil, motor, tractor.

8. Scrie mulțimea numerelor naturale mai mici sau egale cu 7.

9. Scrie mulțimea numerelor naturale pare cuprinse între 2 și 10.

10. Scrie mulțimea divizorilor numărului natural 8.

11. Scrie mulțimea numerelor naturale de două cifre divizibile cu 5.

12. *Lucrați în perechi.* Împreună cu un coleg/o colegă formează două mulțimi numerice și două mulțimi nenumerice. Reprezentați-le pe fiecare prin enumerarea elementelor și cu ajutorul diagramelor.

2.2. Relația dintre un element și o mulțime. Relații între mulțimi

Observă și descoperă!

1. În figura alăturată este reprezentată oglinda clasei a VI-a, (cum sunt așezați elevii în bănci).

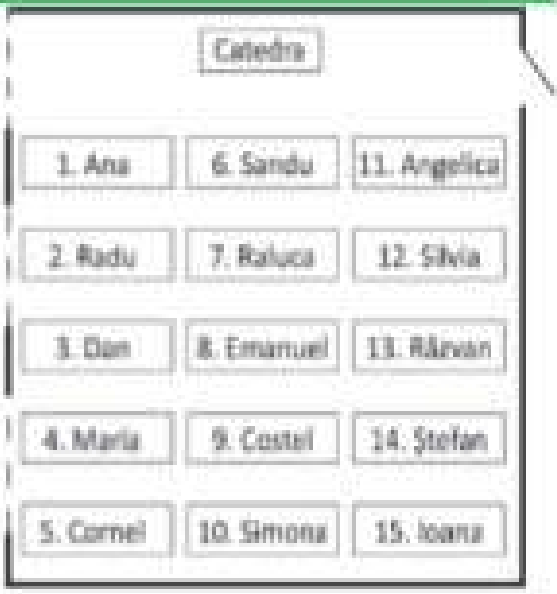
Mulțimea elevilor din clasă este
$C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$

Exemplu: 1 = Ana, 2 = Radu s.a.m.d

a) Scrie mulțimea elevilor de pe rândul din mijloc și notează-o cu M.

b) Scrie mulțimea elevilor care stau în prima bancă și notează-o cu P.

c) Pentru următoarele afirmații completează cu A, dacă afirmația este adevărată și cu F, dacă afirmația este falsă.



- Emanuel este element al mulțimii M. ☐
- 11 este element al mulțimii P. ☐
- 10 este element al mulțimii M. ☐
- Toate elementele mulțimii M sunt și în mulțimea C. ☐
- Radu este element al mulțimii C. ☐
- Toate elementele mulțimii P sunt și în mulțimea M. ☐
- 2 este element al mulțimii M. ☐
- Toate elementele mulțimii P sunt și în mulțimea C. ☐
- 12 nu este element al mulțimii M. ☐
- Toate elementele mulțimii C sunt și în mulțimea M. ☐

Important

- Dacă un element x se găsește într-o mulțime A, spunem că **elementul x aparține mulțimii A** și scriem $x \in A$.

  Exemplu: Pentru că 10 este element al mulțimii M scriem $10 \in M$.

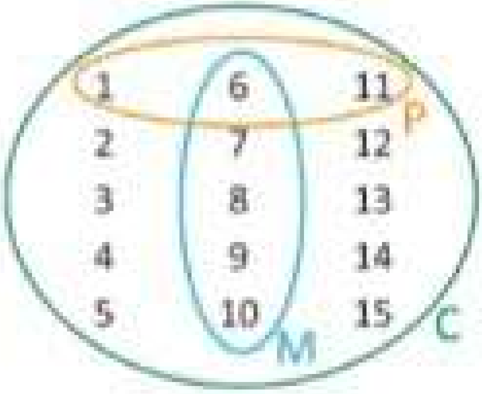
- Dacă un element x nu se găsește într-o mulțime A, spunem că **elementul x nu aparține mulțimii A** și scriem $x \notin A$.

  Exemplu: Pentru că 12 nu este element al mulțimii M scriem $12 \notin M$.

- Dacă orice element al unei mulțimi A aparține mulțimii B, spunem că **mulțimea A este inclusă în mulțimea B** și scriem $A \subset B$.

- Dacă mulțimea A nu este inclusă în mulțimea B, scriem $A \not\subset B$.

  Exemplu: Orice element al mulțimii P aparține mulțimii C. Spunem că mulțimea P este inclusă în mulțimea C și scriem $P \subset C$. Pentru că nu toate elementele mulțimii P aparțin mulțimii M, spunem că mulțimea P nu este inclusă în mulțimea M și scriem $P \not\subset M$.



- Dacă $A \subset B$ spunem că **mulțimea A este o submulțime a mulțimii B**.

  Exemplu: Orice element al mulțimii P aparține mulțimii C. Mulțimea P este o submulțime a mulțimii C.

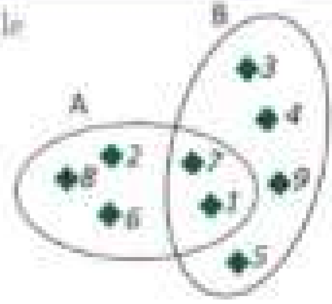
- Mulțimea vidă este submulțime a oricărei mulțimi.

- Dacă $A \subset B$ și $B \subset A$, atunci $A = B$. Dacă $A = B$, atunci $A \subset B$ și $B \subset A$.

  Exemplu: Dacă $N = \{6, 7, 8, 9, 10\}$ și $M = \{6, 7, 8, 9, 10\}$, atunci $N = M$ pentru că $N \subset M$ și $M \subset N$ (orice element al mulțimii N aparține mulțimii M și orice element al mulțimii M aparține mulțimii N).

Exersează!

2. Observă figura alăturată și stabilește care dintre afirmațiile următoare sunt adevărate și care sunt false.



a) $2 \in A$ d) $8 \notin B$ g) $7 \in B$
b) $1 \in A$ e) $7 \in A$ h) $9 \notin B$
c) $3 \in A$ f) $6 \in B$ i) $5 \in B$

3. Copiază tabelul alăturat în caiet și completează-l după model, folosind informațiile din figura de la exercițiul 2.

	A	B
1	$\in$	$\in$
2	$\in$	$\in$
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		

4. Se consideră mulțimile $C = \{a, b, c, d, e, i\}$ și $D = \{b, d, e, f, g, h, i\}$. Completează un tabel ca cel alăturat pentru mulțimile C și D.

5. Se consideră mulțimile $A = \{1, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{1, 2, 3, 5, 7\}$, $C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ și $D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. Care dintre relațiile de mai jos sunt adevărate?

a) $3 \in A$; b) $4 \in B$; c) $4 \in C$; d) $4 \notin D$;
e) $7 \in A$ sau $7 \in B$; f) $6 \in A$ și $6 \in C$; g) $7 \in B$ și $7 \notin C$; h) $A \subset B$;
i) $B \subset C$; j) $C \subset D$; k) $A \subset C$; l) $B \subset D$.

6. Scrie toate submulțimile următoarelor mulțimi: $A = \{1, 2, 3\}$ și $B = \{a, b, c, d\}$.
Exemplu: Submulțimile mulțimii $M = \{1, 2\}$ *sunt:* $\emptyset$, $\{1\}$, $\{2\}$, $\{1, 2\}$.

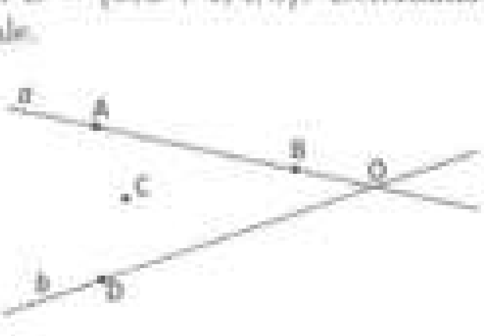
7. Determină mulțimea cu cel mai mic număr de elemente pentru care $\{1, 3, 5\}$ și $\{2, 3, 4\}$ sunt submulțimi ale ei.

8. Completează cu A, dacă afirmația este adevărată și cu F, dacă afirmația este falsă:
a) $\{2\}$ este o submulțime a mulțimii divizorilor numărului 32. ☐
b) Mulțimea $\{5, 15, 25\}$ este inclusă în mulțimea multiplilor lui 5. ☐
c) 2 aparține mulțimii multiplilor lui 5. ☐

9. Se consideră mulțimile $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{e, f, g, \}$, $C = \{a, b, c, d, e, f, g, h, \}$.
a) Identifică și scrie un element care aparține doar mulțimii C.
b) Scrie o submulțime cu 3 elemente a mulțimii C.
c) Verifică dacă $A \subset C$, justificând răspunsul dat.
d) Reprezintă cu ajutorul diagramelor cele trei mulțimi A, B și C, având în vedere relațiile dintre acestea.

10. Determină numerele x și y, știind că mulțimile $A = \{1, 2, 3, x\}$ și $B = \{1, 3, 4, y\}$ sunt egale.

11. Se consideră mulțimile $A = \{2, 2x + 1, x + 2, 3\}$ și $B = \{x, x + 1, 4, 5\}$. Determină numărul natural x pentru care cele două mulțimi sunt egale.



12. Observă figura alăturată și completează, împreună cu colegul de bancă, spațiile punctate, utilizând expresiile aparține/nu aparține, este inclus/nu este inclus:
a) punctele A și B .... dreptei a, iar punctul D .... dreptei b și .... dreptei a;
b) segmentul AB .... în dreapta a și .... în dreapta b;
c) semidreapta AB ...... în dreapta a;
d) punctul C .... interiorului unghiului AOD.

2.3. Mulțimi infinite, mulțimea numerelor naturale

Observă și descoperă!

1. a) Ana și Radu își propun să joace următorul joc: Ana scrie un număr natural mai mare decât 5. Radu scrie un număr natural cu 1 mai mic decât numărul scris de Ana, apoi Ana scrie un număr cu 1 mai mic decât numărul scris de Radu și așa mai departe. Pierde jocul cel care nu mai găsește un număr natural pe care să îl scrie.

Dă exemplu de un număr pe care să îl scrie Ana încă de la început, astfel încât ea să fie câștigătoarea jocului.

b) Ana și Radu își propun să joace următorul joc: Ana scrie un număr natural mai mare decât 5. Radu scrie un număr natural cu 1 mai mare decât numărul scris de Ana, apoi Ana scrie un număr cu 1 mai mare decât numărul scris de Radu și așa mai departe. Pierde jocul copilul care nu mai găsește un număr natural pe care să îl scrie. În această situație, cine câștigă jocul? Explică răspunsul dat.

Important

- Se numește **mulțime finită** o mulțime căreia putem să îi enumerăm toate elementele.
  Exemple: mulțimea elevilor dintr-o școală, mulțimea literelor unui alfabet.
- Numărul de elemente al unei mulțimi finite se numește **cardinalul mulțimii**. Cardinalul unei mulțimi se notează **card** A sau $|A|$.
  Exemplu: Dacă $A = \{1, a, b\}$, atunci card$A = 3$. Cardinalul mulțimii vide este 0. Se notează card $\emptyset = 0$ sau $|\emptyset| = 0$.
- Se numește **mulțime infinită** o mulțime care nu este finită.
  Exemple: mulțimea numerelor naturale, mulțimea numerelor naturale pare.
- Mulțimea numerelor naturale se notează cu ajutorul unui simbol special: $\mathbb{N}$.

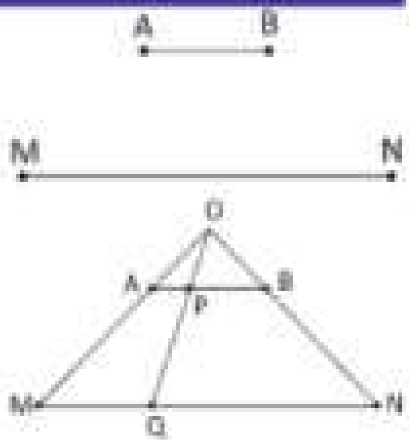
  Notăm $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, ..., n, ...\}$ și $\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, ..., n, ...\}$. Punctele de suspensie arată că sunt numere pe care nu le-am scris.

Exersează!

Problemă rezolvată: Care dintre segmentele din figura alăturată are mai multe puncte?

Rezolvare: Amândouă au la fel de multe puncte. Iată justificarea: Dreptele AM și BN se intersectează în punctul O.

Dacă alegem un punct P care aparține segmentului AB, atunci există o dreaptă OP (prin două puncte diferite trece o dreaptă și numai una) care intersectează segmentul MN în Q. Prin urmare, odată cu un punct al segmentului AB se numără și un punct care aparține segmentului MN.



Dacă alegem un punct Q care aparține segmentului MN, atunci apare o dreaptă OQ (prin două puncte diferite trece o dreaptă și numai una) care intersectează segmentul AB în P. Prin urmare odată cu un punct al segmentului MN se numără și un punct care aparține segmentului AB.

2. Precizează, pentru fiecare mulțime de mai jos, dacă este finită sau infinită:
a) mulțimea orașelor din România;
b) mulțimea elevilor din școala ta;
c) mulțimea numerelor divizibile cu 3;
d) mulțimea puterilor lui 2 mai mici decât 210;
e) mulțimea numerelor naturale impare.

3. Scrie cardinalul următoarelor mulțimi. Dacă nu îl știi, îl poți estima:
a) mulțimea jucătorilor de câmp dintr-o echipă de fotbal;
b) mulțimea elevilor din clasa ta;
c) mulțimea țărilor din Europa;
d) mulțimea locuitorilor din localitatea ta.

4. Scrie mulțimea divizorilor numărului 18 și precizează cardinalul acesteia.

5. Scrie mulțimea multiplilor lui 7 mai mari decât 21 și mai mici decât 70. Precizează cardinalul acesteia.

6. Se consideră mulțimea $M = \{15, 16, 17, ..., 70\}$.
a) Determină cardinalul mulțimii M.
b) Selectează din mulțimea M submulțimea multiplilor pari ai lui 5 și precizează cardinalul acesteia.
c) Selectează din mulțimea M submulțimea divizorilor numărului 70 și precizează cardinalul acesteia.

7. Identifică o proprietate caracteristică a elementelor fiecăreia dintre următoarele mulțimi:
a) $E = \{0, 1, 2, 3, 4\}$;
b) $A = \{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$;
c) $M = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, ...\}$;
d) $D = \{1, 2, 4, 8, 16, 32, ...\}$.

8. Scrie o mulțime care să respecte următoarele proprietăți:
a) are cardinalul egal cu 6;
b) 3, 4 și 5 sunt elemente ale mulțimii;
c) suma tuturor elementelor este egală cu 15.
Câte astfel de mulțimi există?

9. Completează cu A, dacă afirmația este adevărată și cu F, dacă afirmația este falsă:
a) $D_2 \subset D_6$ □; b) $M_{16} \subset M_4$ □; c) $M_{12} \subset M_3$ □; d) $M_6 \subset \mathbb{N}$ □; e) $M_3 \subset M_5$ □; f) $M_6 \subset M_{12}$ □.
(D_a reprezintă mulțimea divizorilor lui a și M_a reprezintă mulțimea multiplilor lui a)

10. *Numărul submulțimilor unei mulțimi finite A este egal cu* $2^{\text{card}A}$. Verifică această afirmație pentru mulțimi cu unul, două, respectiv trei elemente.

11. Folosind proprietatea enunțată în problema precedentă determină numărul submulțimilor mulțimii $A = \{2, 3, 5, 8, 11\}$. Scrie apoi submulțimile mulțimii A pentru a verifica rezultatul.

2.4. Operații cu mulțimi: reuniune, intersecție, diferență

Observă și descoperă!

1. În figura alăturată este prezentat un grup de copii și sporturile pe care ei le practică. Fiecare copil se identifică prin numărul scris pe tricou. Notăm $R = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ mulțimea copiilor.

a) Scrie mulțimea copiilor care joacă handbal și noteaz-o cu A.

b) Scrie mulțimea copiilor care joacă baschet și noteaz-o cu B.

c) Scrie mulțimea copiilor care practică ambele sporturi și noteaz-o cu I.

d) Scrie mulțimea copiilor care joacă numai handbal și noteaz-o cu D.

e) Scrie mulțimea copiilor care joacă numai baschet și noteaz-o cu C.

f) Găsește o legătură între mulțimile A, B și mulțimea R.

g) Găsește o legătură între mulțimile A, B și I.

h) Găsește o legătură între mulțimile A, B și D, respectiv A, B și C.

Important

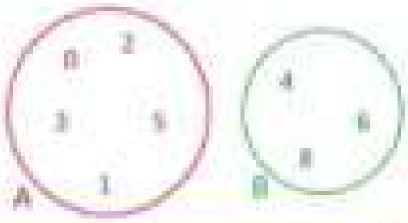
• Prin **operație cu mulțimi** înțelegem un procedeu prin care din două mulțimi obținem o singură mulțime.

• În funcție de procedeul folosit, avem următoarele operații:

Operația	Cum citesc	Ce înseamnă	Cum gândesc	Exemplu
Reuniune $A \cup B$	Mulțimea A reunită cu mulțimea B	Elementele care aparțin lui A sau lui B	Iau împreună elementele celor două mulțimi fără a le repeta	$A = \{1, 2, 4, 6\}$ $B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ $A \cup B =$ $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
Intersecție $A \cap B$	Mulțimea A intersectată cu mulțimea B	Elementele care aparțin lui A și lui B	Iau elementele comune celor două mulțimi	$A = \{1, 2, 4, 6\}$ $B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ $A \cap B = \{2, 4, 6\}$
Diferență $A \setminus B$	Mulțimea A minus mulțimea B Diferența mulțimilor A și B	Elementele care aparțin lui A și nu aparțin lui B	Iau elementele care se găsesc în prima mulțime și nu se găsesc în a doua mulțime	$A = \{1, 2, 4, 6\}$ $B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ $A \setminus B = \{1\}$
Diferență $B \setminus A$	Mulțimea B minus mulțimea A Diferența mulțimilor B și A	Elementele care aparțin lui B și nu aparțin lui A	Iau elementele care se găsesc în prima mulțime și nu se găsesc în a doua mulțime	$A = \{1, 2, 4, 6\}$ $B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ $B \setminus A = \{3, 5\}$

• Dacă $A \cap B = \emptyset$ spunem că **mulțimile** A **și** B **sunt disjuncte**.

Exemplu:
Mulțimea $A = \{0, 1, 2, 3, 5\}$ *și mulțimea* $B = \{4, 6, 8\}$ *nu au elemente comune, deci sunt disjuncte.*



Exersează!

2. În figura alăturată sunt reprezentate, prin diagrame, mulțimile A și B. Ce reprezintă partea hașurată în fiecare dintre cele trei situații?

3. Se consideră mulțimile $A = \{m, n, o, p, r\}$, și $B = \{n, p, s\}$. Calculează: $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$ și $B \setminus A$.

4. Se dau mulțimile: $A = \{1, 2, 4, 6\}$, $B = \{3, 4, 5, 6\}$, $C = \{2, 4, 6, 8\}$. Determină:
a) $A \cup B$; b) $A \cup C$; c) $B \cup C$; d) $A \cup B \cup C$; e) $A \cap B$; f) $A \cap C$; g) $B \cap C$; h) $A \cap B \cap C$; i) $A \setminus B$; j) $A \setminus C$; k) $B \setminus C$; l) $B \setminus A$; m) $C \setminus A$.

5. Se consideră E, mulțimea numerelor naturale mai mici sau egale cu 4 și F, mulțimea divizorilor lui 8.
a) Scrie mulțimile E și F enumerând elementele acestora.
b) Calculează reuniunea, intersecția și diferența acestora.

6. Se consideră $D = \{1, 2, 4, 6\}$, F mulțimea pătratelor elementelor mulțimii D, iar G mulțimea formată din dublul elementelor mulțimii D.
a) Scrie mulțimile F și G, enumerând elementele acestora.
b) Calculează $D \cup F \cup G$, $F \cap G$, $F \setminus G$, $G \setminus D$, $D \cup F$, $D \setminus F$.

7. Se consideră mulțimile $A = \{1, 2, 4, 5\}$ și $B = \{1, 4, 5, 6, 7\}$. Calculează mulțimile $A \cup B$ și $A \cap B$, apoi verifică relația $\text{card}A \cup B = \text{card}A + \text{card}B - \text{card}A \cap B$.

8. Cei 24 de elevi din clasa a VI-a B participă la concursul de alergări. 15 dintre ei participă la proba de 500 m, iar 18 dintre ei participă la proba de 1000 m. Câți elevi participă la ambele probe?

9. Se consideră M și N două mulțimi de numere naturale. În situația în care $\text{card}M \cup N = 10$, $\text{card}M \setminus N = 2$, $\text{card}N \setminus M = 4$, determină $\text{card}M \cap N$.
Formulează împreună cu colegul tău un exemplu concret pentru situația dată.

Problemă rezolvată: Determină mulțimile A și B care îndeplinesc simultan condițiile:
i) $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$;
ii) $A \cap B = \{0, 3\}$;
iii) $A \setminus B = \{1, 4\}$.
Rezolvare: Vom folosi următorul tabel:

	A	B
0	$\in$	$\in$
1		
2		
3	$\in$	$\in$
4		
5		

Din condiția ii) elementele 0 și 3 aparțin ambelor mulțimi

	A	B
0	$\in$	$\in$
1	$\in$	$\notin$
2		
3	$\in$	$\in$
4	$\in$	$\notin$
5		

Din condiția iii) elementele 1 și 4 aparțin lui A și nu aparțin lui B

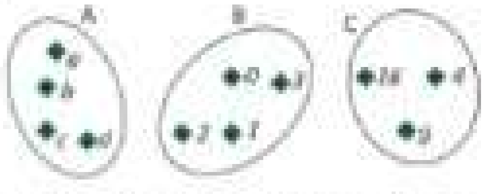
	A	B
0	$\in$	$\in$
1	$\in$	$\notin$
2	$\notin$	$\in$
3	$\in$	$\in$
4	$\in$	$\notin$
5	$\notin$	$\in$

Din condiția i) dar și din celelalte două elementele 2 și 5 nu aparțin lui A și aparțin lui B

În concluzie obținem $A = \{0, 1, 3, 4\}$ și $B = \{0, 2, 3, 5\}$.

10. Determină mulțimile C și D, știind că: a) $C \cap D = \{a, b, f\}$; b) $C \setminus D = \emptyset$; c) $D \setminus C = \{c, d\}$.

2.5. Recapitulare



1. În diagramele alăturate sunt reprezentate mulțimile A, B și C.
Scrie mulțimile A, B și C enumerând elementele.

2. Reprezintă, cu ajutorul diagramelor, mulțimile: $A = \{0, 2, 4, 6, 8\}$, B mulțimea cifrelor impare, C mulțimea literelor din cuvântul *matematica*.

3. Se consideră mulțimile: A mulțimea multiplilor lui 5 mai mici decât 30, B mulțimea orașelor lumii, C mulțimea divizorilor lui 12, D mulțimea multiplilor lui 7 și $\mathbb{N}^*$. Dacă mulțimea este finită scrie perechea (numele mulțimii, f), iar dacă este infinită scrie perechea (numele mulțimii, i).

Exemplu: M mulțimea numerelor de două cifre. Deoarece este mulțime finită scriem perechea (M, f).

4. Se consideră mulțimile $D = \{1, 3, 5\}$ și $E = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$. Care dintre afirmațiile următoare sunt adevărate?

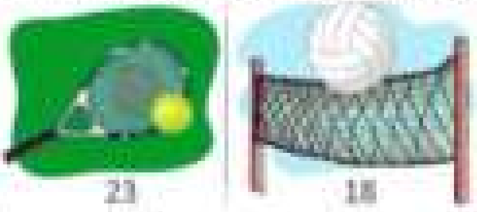
a) $3 \in D$ ☐; b) $4 \notin D$ ☐; c) $5 \in D$ și $5 \in E$ ☐; d) $0 \in D$ sau $0 \in E$ ☐; e) $E \subset D$ ☐; f) $\emptyset \subset D$ ☐

5. Se consideră mulțimile: $A = \{1, 2, 5, 6\}$, $B = \{3, 5, 6, 7\}$, și $C = \{2, 5, 6, 7\}$.

Determină: a) $A \cup B$; b) $A \cup C$; c) $B \cup C$; d) $A \cup B \cup C$; e) $A \cap B$; f) $A \cap C$; g) $B \cap C$; h) $A \cap B \cap C$; i) $A \setminus B$; j) $A \setminus C$; k) $B \setminus A$; l) $B \setminus C$; m) $C \setminus A$; n) $C \setminus B$.

6. Determină mulțimea de numere naturale care are cardinalul egal cu 5 și suma elementelor egală cu 10.

7. Toți elevii unei clase practică cel puțin un sport. 18 dintre ei joacă volei și 23 joacă tenis. Câți elevi sunt în clasă dacă 11 dintre ei practică și volei și tenis?



23 18

8. Determină mulțimile A și B care îndeplinesc simultan condițiile:

a) $A \cap B = \{a, b, d, f\}$; b) $A \setminus B = \{a\}$; c) $B \setminus A = \{b, d\}$.

9. Andrei și Maria sunt elevi în clasa a VI-a, la Școala nr. 3. Lui Andrei îi place să meargă cu bicicleta, iar Mariei, să asculte muzică. Dan este elev în clasa a V-a, la aceeași școală. El este pasionat și să meargă pe bicicletă și să asculte muzică.

Notăm cu S mulțimea elevilor din acea școală, B mulțimea copiilor cărora le place să meargă pe bicicletă și M mulțimea copiilor cărora le place să asculte muzică.

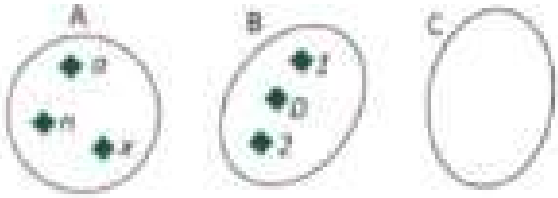
Scrie în căsuța alăturată A, dacă afirmația este adevărată și F, dacă afirmația este falsă:

a) Andrei $\in S$ ☐; b) Maria $\in B$ ☐; c) Maria $\in M \cap S$ ☐; d) Dan $\in B \cap M$ ☐; e) Andrei $\in B$ ☐; f) Dan $\notin M$ ☐

2.6. Evaluare

10p | Din oficiu

10p | **1.** Folosind diagramele alăturate scrie mulțimile A și B enumerând elementele lor și completează diagrama C.
$A = \{...\}$ $B = \{...\}$ $C = \{a, b, c, d, e\}$



10p | **2.** Se consideră mulțimile D_5 mulțimea divizorilor lui 5, $\mathbb{N}$ mulțimea numerelor naturale, $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ și M_3 mulțimea multiplilor lui 3. Dintre aceste mulțimi, mulțimile finite sunt .... și mulțimile infinite sunt ....

24p | **3.** Ana și Radu sunt elevi ai clasei a VI-a B. Ana este pasionată de lectură, iar Radu de jocurile pe calculator. Mihai este elev al clasei a VI-a A și este pasionat atât de lectură cât și de jocurile pe calculator.
Notăm cu A mulțimea elevilor din clasa a VI-a A, B mulțimea elevilor din clasa a VI-a B, L mulțimea elevilor pasionați de lectură, C mulțimea elevilor pasionați de jocurile pe calculator.
Scrie în căsuța alăturată A, dacă afirmația este adevărată și F, dacă afirmația este falsă:
a) Ana $\notin B$ ☐; b) Radu $\in A$ ☐; c) Mihai $\in L \cap C$ ☐;
d) Radu $\in C \cap B$ ☐; e) Ana $\in B \cap C$ ☐; f) Mihai $\in L \setminus C$ ☐.

16p | **4.** Scrie în căsuța alăturată A, dacă afirmația este adevărată și F, dacă afirmația este falsă:
a) $5 \in \{1, 3, 5, 7\}$ ☐; b) $3 \notin \{1, 3, 5, 7\}$ ☐; c) $\emptyset \subset \{1, 3, 5, 7\}$ ☐; d) $\{1, 3, 5, 7\} \subset \mathbb{N}^*$ ☐.

10p | **5.** Se consideră mulțimile $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{0, 2, 4\}$ și $C = \{0, 2, 4, 6, 8, 12\}$.
Determină: a) $A \cup B$; b) $A \cap B$; c) $A \setminus B$; d) $C \setminus (A \cup B)$.

10p | **6.** Stabilește o proprietate comună tuturor elementelor mulțimii $D = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$.

10p | **7.** Determină mulțimile D și E care îndeplinesc simultan condițiile:
a) $D \cup E = \{0, 2, 4, 6, 8\}$; b) $E \cap D = \{0, 4\}$; c) $E \setminus D = \{8\}$.

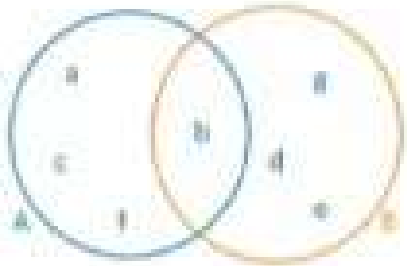
2.7. Exersezi și progresezi!

1. Scrie două exemple de mulțimi din lumea înconjurătoare. Pe prima definește-o folosind diagrame, iar pe a doua definește-o prin enumerarea elementelor.

Exemplu: O mulțime de animale care trăiesc în apă {pește, balenă, rechin, stea de mare}.

2. Completează cu A, dacă afirmația este adevărată și cu F, dacă afirmația este falsă:
a) ghiocelul aparține mulțimii florilor de primăvară; ☐
b) mărul aparține mulțimii fructelor; ☐
c) ploaia aparține mulțimii fenomenelor naturii. ☐

3. Urmărește figura alăturată și identifică:
a) Cardinalul mulțimii A;
b) Mulțimea B;
c) $A \cup B$;
d) Cardinalul mulțimii $A \setminus B$.



4. La testele din semestrul I, Andrei a obținut următoarele punctaje:

Data	29 septembrie	15 octombrie	2 noiembrie	29 noiembrie	11 decembrie
Punctajul	97 puncte	100 puncte	95 puncte	90 puncte	98 puncte

a) Scrie mulțimea A a punctajelor obținute de Andrei la matematică, conform tabelului.
b) $95 \in A$?
c) Scrie o submulțime cu trei elemente a mulțimii A.
d) Dacă mulțimea punctajelor obținute de Simona la matematică este $\{92, 93, 95, 99, 100\}$, scrie mulțimea punctajelor comune Simonei și lui Andrei.
e) Scrie mulțimea punctajelor obținute de Andrei pe care nu le-a obținut Simona.
f) Conform tabelului, câte teste a dat Andrei la matematică pe semestrul I?
g) Asociază fiecărui subpunct al exercițiului noțiunea matematică învățată în capitolul mulțimi.

5. Scrie mulțimea numerelor pare cuprinse între 17 și 28.

6. Precizează care este trăsătura comună a elementelor mulțimii $\{10, 11, 12, 13, 14, 15\}$.

7. Se consideră mulțimea $A = \{f, l, o, a, r, e\}$.
a) Scrie o submulțime a mulțimii A.
b) Scrie o submulțime a diferenței $\{f, l, o, a, r, e\} \setminus \{e, o, a\}$.

8. Dacă D_8 este mulțimea divizorilor lui 8, iar M_2 este mulțimea multiplilor lui 2 mai mici decât 10, calculează: a) $D_8 \cup M_2$; b) $M_2 \cap D_8$; c) $D_8 \setminus M_2$; d) $M_2 \setminus D_8$; e) $D_8 \cap \{1, 3, 5, 7, 9\}$.

9. Determină mulțimile E și F, știind că sunt îndeplinite în același timp condițiile: a) $E \cap F = \{3, 4\}$; b) $E \cup F = \{2, 3, 4, 5\}$; c) $\text{card}E = \text{card}F$.

10. Câte submulțimi are mulțimea numerelor naturale de două cifre egale?

11. Există mulțimi A, B, C care să verifice simultan condițiile: $A \subset B \subset C$ și $A \cap B \cap C = \emptyset$? Justifică răspunsul dat.

12. Se consideră mulțimile A și B. Știind că mulțimea A are 3 elemente, mulțimea B are 9 elemente, câte elemente poate avea mulțimea $A \setminus B$?

13. Avem card$A = 7$, card$B = 10$ și card$A \cap B = 4$. Cât este card$A \cup B$?

14. Se consideră mulțimile A și B pentru care card$A = 5$, card$B = 8$ și card$A \cup B = 10$. Cât este card$A \cap B$?

15. Determină mulțimile M și N care satisfac simultan condițiile: $M \cup N = \{a, b, c, d\}$, $d \in N \setminus M$, $N \cap M = \emptyset$, $\{a, b\} \subset M \setminus N$.

16. Fie mulțimea $A = \{3k + 1 \mid k \in \mathbb{N}, k < 100\}$.
a) Află suma elementelor mulțimii A.
b) Arată că suma oricăror trei elemente din A este divizibilă cu 3.
c) Câte elemente ale lui A se divid cu 5?

17. Determinați mulțimile A, B, C știind că satisfac simultan condițiile:
a) $A \cup B = B \cup C = C \cup A = \{a, b, c, d, e, f\}$;
b) $A \cap B \cap C = \emptyset$;
c) $B \cap C = \{a, b\}$;
d) $A \setminus C = \{e, f\}$.

18. Află cardinalul mulțimilor $A \setminus B$ și $B \setminus A$ știind că $A \cup B$ are cu 34 elemente mai mult decât $A \cap B$ și A are cu 13 elemente mai puțin decât B.

19. Elevii unei școli au avut de ales între două opționale: „Matematică distractivă" și „Matematică în cotidian". 120 de elevi au spus că preferă doar „Matematică distractivă", 40 preferă ambele opționale, 180 preferă doar „Matematică în cotidian" și 70 nu preferă niciunul din cele două opționale. Află:
a) Numărul de elevi din școală.
b) Câți elevi preferă doar „Matematică distractivă".
c) Câți elevi preferă doar „Matematică în cotidian".
d) Câți elevi preferă „Matematică distractivă" sau „Matematică în cotidian"?

20. Folosind eventual diagrame pentru a demonstra, alege cu care din următoarele mulțimi este egală mulțimea $B \setminus (A \cup C)$:
a) $(A \setminus B) \cap (A \setminus C)$;
b) $(B \setminus A) \cap (B \setminus C)$;
c) $(B \setminus A) \cap (A \setminus C)$;
d) $(A \setminus B) \cap (B \setminus C)$.