

**MATE**<sup>®</sup>  
**2000+**  
Consolidare

Nume: .....

Prenume: .....

Clasă: .....

Școală: .....

.....

EDITURA PARALELA 45



EDITURA PARALELA45  
EDUCAȚIONAL

*Acest auxiliar didactic este aprobat pentru utilizarea în unitățile de învățământ preuniversitar prin O.M.E.C. nr. 5318/21.11.2019.*

*Lucrarea este elaborată în conformitate cu Programa școlară în vigoare pentru clasa a VIII-a, aprobată prin O.M.E.N. nr. 3393/28.02.2017.*

**Referință științifică:** Lucrarea a fost definitivată prin contribuția și recomandările Comisiei științifice și metodice a publicațiilor Societății de Științe Matematice din România. Aceasta și-a dat avizul favorabil în ceea ce privește alcătuirea și conținutul matematic.

Redactare: Andreea Roșca, Ramona Rossall

Tehnoredactare: Iuliana Ene

Pregătire de tipar: Marius Badea

Design copertă: Mirona Pintilie

**Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României**

**NEGRILĂ, ANTON**

**Matematică : algebră, geometrie : clasa a VIII-a /**  
Anton Negrilă, Maria Negrilă. - Ed. a 9-a, reviz. și adăug.. -  
Pitești : Paralela 45, 2020

2 vol.

ISBN 978-973-47-3245-6

**Partea 1.** - 2020. - ISBN 978-973-47-3246-3

I. Negrilă, Maria

51

Copyright © Editura Paralela 45, 2020

Prezenta lucrare folosește denumiri ce constituie mărci înregistrate,  
iar conținutul este protejat de legislația privind dreptul de proprietate intelectuală.  
[www.edituraparelela45.ro](http://www.edituraparelela45.ro)

Anton NEGRILĂ  
Maria NEGRILĂ

Scanează codul QR pentru  
a accesa aplicația MATE 2000+



**matematică**  
**algebră**  
**geometrie**  
**clasa a VIII-a**  
**partea I**

ediția a IX-a,  
revizuită și adăugită

**mate 2000 – consolidare**

ÎNVĂȚARE DE CONSOLIDARE<sup>®</sup>

*antrenament*



**Stimate cadre didactice/dragi elevi,**

Vă mulțumim că și în acest an școlar ați ales să utilizați auxiliarele din colecția **Mate 2000+**!

**Mate 2000+** este cea mai longevivă colecție din domeniul educațional la nivel național și, pentru multe generații de elevi, astăzi părinți, reprezintă sinonimul reușitei în carieră și de ce nu, în viață. Concepută și gândită de un colectiv de specialiști în domeniul educației ca un produs unic pe piața editorială din România, **MATE 2000+** a reușit să se impună, fiind în acest moment lider pe piața auxiliarelor școlare dedicate matematicii.

Tehnologia a evoluat, vremurile s-au schimbat, iar toate acestea ne fac să credem că și modul de abordare a predării se va schimba treptat. Fideli dezideratului de a oferi elevilor informații de un real folos, avem deosebită plăcere de a vă prezenta **Aplicația MATE 2000+**. Creată într-un mod intuitiv, disponibilă atât în Apple Store, cât și în Play Store, cu secțiuni dedicate elevilor și profesorilor, aplicația îmbogățește partea teoretică din auxiliarele noastre.

**Rolul aplicației MATE 2000+ este de a oferi elevilor posibilitatea de a urmări într-un mod sistematizat conținuturile esențiale din programă, iar pentru profesori reprezintă un sprijin important pentru organizarea eficientă a lecțiilor, atât la clasă, cât și în sistem online.**

Pentru a accesa aplicația urmați indicațiile din insertul auxiliarului pe care tocmai l-ați achiziționat.

Vă dorim o experiență de utilizare excelentă!  
Echipele Editurii Paralela 45

### Abrevieri:

- \* **Inițiere (înțelegere)**
- \*\* **Consolidare (aplicare și exersare)**
- \*\*\* **Excelență (aprofundare și performanță)**
- \*\*\*\* **Supermate**

#### Legendă

**PE** = portofoliul elevului

**PP** = portofoliul profesorului

**PE-PP** = portofoliul elevului - portofoliul profesorului

# Algebră

## Capitolul I Intervale de numere reale. Inecuații în $\mathbb{R}$

### PP Competențe specifice

- C<sub>1</sub>. Recunoașterea apartenenței unui număr real la o mulțime
- C<sub>2</sub>. Efectuarea unor operații cu intervale numerice reprezentate pe axa numerelor sau cu mulțimi definite printr-o proprietate a elementelor ei
- C<sub>3</sub>. Utilizarea unor procedee matematice pentru operații cu intervale și rezolvarea inecuațiilor în  $\mathbb{R}$
- C<sub>4</sub>. Folosirea terminologiei aferente noțiunilor de mulțime, de interval numeric și de inecuații
- C<sub>5</sub>. Interpretarea unei situații date utilizând intervale și inecuații
- C<sub>6</sub>. Rezolvarea unor situații date, utilizând intervale numerice sau inecuații

### PE-PP 1. Mulțimi de numere. Forme de scriere a unui număr



**Mulțimea numerelor naturale**, notată cu  $\mathbb{N}$ , este  $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$ .

#### Observații:

- a) Mulțimea notată cu  $\mathbb{N}^*$  este  $\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$  și  $\mathbb{N}^* \subset \mathbb{N}$ .
- b) Avem, pentru orice  $x, y \in \mathbb{N}$ :
  - i)  $x + y \in \mathbb{N}$ ,  $x \cdot y \in \mathbb{N}$  și **consecințele**:  $x + y = 0$  înseamnă  $x = y = 0$ , iar  $x \cdot y = 1$  înseamnă  $x = y = 1$ .
  - ii)  $x - y \in \mathbb{N}$  numai dacă  $x \geq y$ , iar  $x : y \in \mathbb{N}$  numai dacă **există**  $z \in \mathbb{N}$  astfel încât  $y \cdot z = x$ . Dacă acest lucru nu are loc, se folosește teorema **împărțirii cu rest**:  $x = yz + t$ , cu  $t \in \mathbb{N}$ ,  $0 \leq t < y$ ,  $y \neq 0$ .
  - iii)  $x^y \in \mathbb{N}$ , cu excepția cazului  $0^0$ .

**Mulțimea numerelor întregi**, notată cu  $\mathbb{Z}$ , este:

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -n, \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots, n, \dots\}.$$

### Observații:

a)  $\mathbb{Z}^* = \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ ; în plus, se definesc:  $\mathbb{Z}_- = \{\dots, -n, \dots, -3, -2, -1\}$  și  $\mathbb{Z}_+ = \{1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$ , cu  $n \in \mathbb{N}^*$ . Avem  $\mathbb{Z}^* \subset \mathbb{Z}, \mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$ .

$$\mathbb{Z} = \mathbb{Z}_- \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}_+$$

b) Pentru  $x, y, z, t \in \mathbb{Z}$ , avem:

- $x + y \in \mathbb{Z}, x - y \in \mathbb{Z}, x \cdot y \in \mathbb{Z}$ .
- Dacă  $x^2 + y^2 = 0$ , atunci  $x = y = 0$ .
- $x : y \in \mathbb{Z}, y \neq 0$  dacă și numai dacă există  $z \in \mathbb{Z}$ , cu  $x = yz$ . În caz contrar,  $x = yz + t$ , unde  $t \in \mathbb{Z}$  și  $0 \leq |t| < |y|$ .

**Mulțimea numerelor raționale**, notată cu  $\mathbb{Q}$ , este:

$$\mathbb{Q} = \left\{ x \mid \text{există } y, z \in \mathbb{Z}, z \neq 0, \text{ astfel încât } x = \frac{y}{z} \right\}.$$

### Observații:

a) Avem  $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$ , iar mulțimea  $\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$  se numește mulțimea numerelor raționale **neîntregi**. De asemenea,  $\mathbb{Q}^* = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$ .

b) Un **număr rațional** este reprezentat de o fracție de forma  $\frac{x}{y}$ , cu  $x \in \mathbb{Z}$  și  $y \in \mathbb{Z}^*$ .

Vom spune că două fracții  $\frac{x}{y}$  și  $\frac{z}{t}$ , cu  $x, z \in \mathbb{Z}$  și  $y, t \in \mathbb{Z}^*$ , se numesc **fracții echivalente** dacă  $xt = yz$ . Dată o fracție  $\frac{x}{y}$ , se obțin fracții echivalente cu ea prin:

i) **amplificare**:  $\frac{x}{y} = \frac{x \cdot t}{y \cdot t}$ , cu  $x \in \mathbb{Z}$  și  $y, t \in \mathbb{Z}^*$ ;

ii) **simplificare**:  $\frac{x}{y} = \frac{x:t}{y:t}$ , cu  $x \in \mathbb{Z}, y, t \in \mathbb{Z}^*$  și  $t \mid x, t \mid y$ .

c) O fracție  $\frac{x}{y}$ ,  $x, y \in \mathbb{Z}, y \neq 0$  este **ireductibilă** dacă  $(x, y) = 1$ .

Un **număr rațional** care este **reprezentat** de o fracție  $\frac{x}{y}$ ,  $x, y \in \mathbb{Z}, y \neq 0$ , se scrie sub formă **zecimală** împărțind numărătorul  $x$  la numitorul  $y$ .

În funcție de factorii în care se descompune numitorul fracției ireductibile  $\frac{x}{y}$ , fracția zecimală poate fi:

- fracție zecimală finită**, dacă în descompunerea numitorului apar **factori** de 2 sau de 5;
- fracție zecimală periodică simplă**, dacă descompunerea numitorului în produs de **factori** primi conține **alți** factori decât 2 și 5;
- fracție zecimală periodică mixtă**, dacă descompunerea numitorului în produs de factori primi conține atât factori de 2 sau/și numai factori de 5, cât și un alt factor prim.

**Reciproc:** Dacă un număr rațional este reprezentat printr-o **fracție zecimală**, el poate fi scris sub formă de **fracție ordinară** folosind **reguli de transformare** pentru fiecare tip de fracție zecimală:

i) **fracție zecimală finită:**  $\overline{a, b_1 b_2 b_3 \dots b_n} = \frac{ab_1 b_2 b_3 \dots b_n}{10^n}$ ;

ii) **fracție zecimală periodică simplă:**  $\overline{a, (b_1 b_2 b_3 \dots b_n)} = a \frac{\overline{b_1 b_2 b_3 \dots b_n}}{\underbrace{99 \dots 9}_{\text{de } n \text{ ori}}}$ ;

iii) **fracție zecimală periodică mixtă:**

$$\overline{a, b_1 b_2 \dots b_n (c_1 c_2 \dots c_m)} = \frac{\overline{ab_1 b_2 \dots b_n c_1 c_2 \dots c_m} - \overline{ab_1 b_2 \dots b_n}}{\underbrace{999 \dots 9}_{\text{de } m \text{ ori}} \underbrace{000 \dots 0}_{\text{de } n \text{ ori}}}$$

d) Pentru orice  $x, y \in \mathbb{Q}$ , avem  $x + y \in \mathbb{Q}$ ,  $x - y \in \mathbb{Q}$ ,  $x \cdot y \in \mathbb{Q}$ ,  $x : y \in \mathbb{Q}$ ,  $y \neq 0$ ,  $x^y \in \mathbb{Q}$ ,  $x \neq 0$ .

**Mulțimea numerelor iraționale**, notată cu  $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ , este mulțimea numerelor care se scriu zecimal cu o **infinitate** de zecimale care **nu se repetă** periodic.

**Mulțimea numerelor reale**, notată cu  $\mathbb{R}$ , este mulțimea formată din **reuniunea** mulțimii numerelor raționale cu mulțimea numerelor iraționale. În mod asemănător,  $\mathbb{R}^* = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ .

Avem **șirul incluziunilor**:  $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$ .

## ● ● ● activități de învățare ● ● ●

### PE Înțelegere \*

1. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

- a)  $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$ ;      b)  $\mathbb{N} \subset \mathbb{Q}$ ;      c)  $\mathbb{N} \subset \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ ;      d)  $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{N}$ ;      e)  $\mathbb{N} \subset \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}$ ;  
 f)  $\mathbb{Z} \not\subset \mathbb{N}$ ;      g)  $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Z} \setminus \mathbb{Q}$ ;      h)  $\mathbb{Q} \not\subset \mathbb{Z}$ ;      i)  $\mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ ;      j)  $\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}$ ;  
 k)  $\mathbb{R} \not\subset \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ ;      l)  $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}$ ;      m)  $\emptyset \subseteq \mathbb{Q}$ ;      n)  $\emptyset \not\subset \mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}^*$ ;      o)  $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{N}^*$ .

2. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

- a)  $8 \in \mathbb{N}$ ;      b)  $8 \in \mathbb{Z}$ ;      c)  $8 \in \mathbb{Q}$ ;      d)  $8 \in \mathbb{R}$ ;      e)  $-6 \in \mathbb{Z}$ ;  
 f)  $-6 \in \mathbb{N}$ ;      g)  $-\frac{7}{3} \in \mathbb{Q}$ ;      h)  $-8,3 \in \mathbb{R}$ ;      i)  $-\frac{9}{3} \in \mathbb{Z}$ ;      j)  $4,(5) \in \mathbb{Q}$ ;  
 k)  $\sqrt{8} \in \mathbb{R}$ ;      l)  $\sqrt{8} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ ;      m)  $\sqrt{25 - (-3) \cdot (-8)} \in \mathbb{N}$ ;      n)  $[ -(-3) + (-2) ]^2 \in \mathbb{Z}$ .

3. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

- a)  $\sqrt{2\frac{1}{4}} \in \mathbb{Q}$ ;      b)  $\sqrt{0,(2)} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ ;      c)  $\sqrt{2^2 \cdot 3^3} \in \mathbb{Z}$ ;  
 d)  $0,(3) + \sqrt{0,(4)} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ ;      e)  $\sqrt{1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3} \in \mathbb{N}$ ;      f)  $\sqrt{2^3 \cdot 3^2 + 3\sqrt{144}} \in \mathbb{Z}$ ;  
 g)  $\{0\} \in \mathbb{R}$ ;      h)  $0 \notin \mathbb{R}^*$ ;      i)  $\{0\} \subset \mathbb{R}$ ;      j)  $2 \in \mathbb{Q} \setminus \{-2, 2\}$ .

4. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

- Produsul a două numere iraționale este un număr irațional.
- Suma oricăror două numere iraționale este un număr irațional.
- Suma dintre un număr rațional și un număr irațional este un număr irațional.
- Produsul dintre orice număr irațional și orice număr rațional nenul este un număr irațional.
- Pătratul oricărui număr irațional este un număr rațional.
- Orice număr irațional ridicat la puterea zero este un număr natural.

5. Amplificați fracțiile:  $\frac{6}{10}, \frac{18}{25}, \frac{3}{5}, \frac{7}{4}$  astfel încât să aibă același numitor.

6. Se consideră fracțiile:  $\frac{a}{10}, \frac{a}{12}, \frac{a}{15}$  și  $\frac{a}{30}$ , unde  $a \neq 0$ . Determinați cea mai mică valoare naturală a numărului  $a$ , pentru care fracțiile reprezintă simultan numere naturale.

7. a) Care dintre fracțiile:  $\frac{1}{4}, \frac{6}{10}, \frac{9}{15}, \frac{12}{18}, \frac{12}{20}, \frac{7}{15}, \frac{30}{25}, \frac{30}{50}$  sunt echivalente cu fracția  $\frac{3}{5}$ ?

b) Amplificați cu 4 fracțiile:  $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{13}{99}, \frac{8}{13}, \frac{5}{11}$ .

c) Simplificați cu 5 fracțiile:  $\frac{5}{20}, \frac{15}{30}, \frac{10}{175}, \frac{20}{45}, \frac{25}{110}, \frac{30}{85}$ .

8. Determinați din șirul următor de fracții:

$$\frac{1}{2}, \frac{61}{37}, \frac{2}{6}, \frac{55}{1133}, \frac{4}{21}, \frac{3}{9}, \frac{8}{15}, \frac{14}{2 \cdot 7}, \frac{85}{15}, \frac{35}{56}, \frac{19}{72}, \frac{4 \cdot 3 \cdot 5}{60}$$

pe cele care sunt: (i) ireductibile; (ii) subunitare; (iii) supraunitare; (iv) echiunitare.

9. Determinați valorile lui  $x$ , număr natural, pentru care:

a) (i)  $\frac{8}{x-3} \in \mathbb{N}$ ; (ii)  $\frac{6}{x-2} \in \mathbb{Z}$ ; (iii)  $\frac{15}{2x-1} \in \mathbb{N}$ ; (iv)  $\frac{21}{2x+1} \in \mathbb{N}$ ;

b) mulțimile  $A = \{4x, 6x + 2\}$  și  $B = \{2x - 1, 2x + 1, 3x + 2\}$  au un singur element comun;

c) mulțimile  $A = \{2x - 3, 3x - 1\}$  și  $B = \{4x - 7, x + 3\}$  sunt egale.

10. Scrieți sub formă zecimală următoarele fracții:

$$\frac{4}{5}, \frac{64}{25}, \frac{5}{16}, \frac{17}{125}, \frac{13}{3}, \frac{8}{15}, \frac{28}{15}, \frac{17}{6}, \frac{35}{18}$$

11. Scrieți sub formă de fracție ordinară următoarele fracții zecimale: 4,15; 2,(18); 0,3(54); 2,534; 0,35(4); 1,8(6); 13,85; 5,02(7); 1,0025; 0,008; 2,00(3).

12. Determinați mulțimile:

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid 13 \leq x^2 \leq 50\};$$

$$B = \{x \in \mathbb{Z} \mid 24 \leq x^2 \leq 121\};$$

$$C = \{x \in \mathbb{Z} \mid 18 \leq 2x^2 \leq 98\};$$

$$D = \{x \in \mathbb{N} \mid 48 \leq 3x^2 \leq 192\};$$

$$E = \{x \in \mathbb{N} \mid 3 \leq \sqrt{x} \leq 7, \sqrt{x} \in \mathbb{N}\};$$

$$F = \{x \in \mathbb{N} \mid 4 \leq \sqrt{x} < 10, \sqrt{x} \in \mathbb{N}\}.$$

13. Fie mulțimea  $A = \{0; -4; 25; -64; 0,36; 0,4; 3,(27)\}$ . Determinați mulțimea  $B = \{x \in \mathbb{Q} \mid x^2 \in A\}$ .



# Geometrie

## Capitolul I Elemente ale geometriei în spațiu

### PP Competențe specifice

- C<sub>1</sub>. Identificarea unor figuri plane sau a unor elemente caracteristice acestora în configurații spațiale date
- C<sub>2</sub>. Reprezentarea, prin desen sau prin modele, a unor configurații spațiale date
- C<sub>3</sub>. Folosirea unor proprietăți de paralelism sau perpendicularitate pentru analiza pozițiilor relative ale dreptelor și planelor
- C<sub>4</sub>. Descrierea în limbaj matematic a elementelor unei configurații geometrice
- C<sub>5</sub>. Alegerea reprezentărilor geometrice adecvate în vederea descrierii unor configurații spațiale și a calculării unor elemente metrice
- C<sub>6</sub>. Modelarea unor situații practice în limbaj geometric, utilizând configurații spațiale

### PE-PP 1. Puncte, drepte, plane. Determinarea drepte



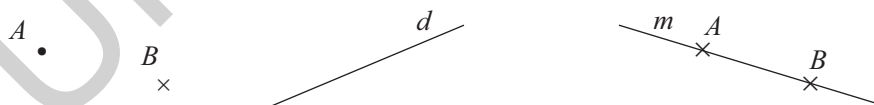
**Punctul, dreapta și planul** fac parte din noțiunile de bază ale geometriei în spațiu. Ele sunt noțiuni primare: nu se definesc, dar pot fi descrise.

**Punctul.** Se reprezintă prin atingerea vârfului unui creion bine ascuțit de foaia de scris:

- , ×. Se notează cu litere mari:  $A, B, C, \dots$

**Dreapta.** Este formată din puncte și se reprezintă printr-un fir de ață foarte subțire întins la nesfârșit în ambele sensuri. Se notează cu litere mici:  $a, b, d, \dots$

Dacă punctele  $A$  și  $B$  sunt pe o dreaptă, atunci se poate nota dreapta cu  $AB$ .



**Planul.** Poate fi asemănat cu suprafața liniștită a unei ape. De asemenea, planul este nesfârșit în toate direcțiile. Se notează cu litere din alfabetul grec:  $\alpha, \beta, \gamma, \pi, \dots$ . Un plan care conține trei puncte necoliniare  $A, B$  și  $C$  se notează prin  $(ABC)$ . Planul se reprezintă printr-un paralelogram.

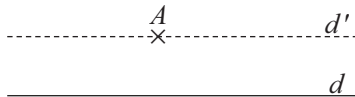


**Propoziții despre puncte, drepte și plane**

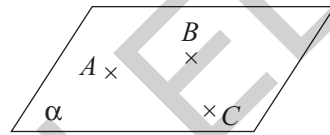
**P<sub>1</sub>.** (Axioma dreptei) Prin două puncte distincte trece o dreaptă și numai una. Orice dreaptă are cel puțin două puncte distincte.



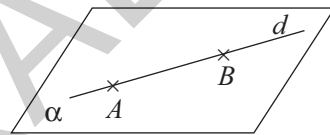
**P<sub>2</sub>.** (Axioma paralelelor sau postulatul lui Euclid) Într-un plan, printr-un punct exterior unei drepte se poate duce o paralelă și numai una la acea dreaptă.



**P<sub>3</sub>.** Fiind date trei puncte necoliniare, există un plan și numai unul care să le conțină. Orice plan conține cel puțin trei puncte necoliniare.

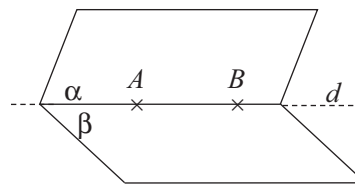


**P<sub>4</sub>.** Dacă două puncte distincte aparțin unui plan, atunci dreapta determinată de ele are toate punctele în acel plan.

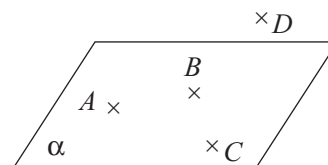


**P<sub>5</sub>.** Dacă două plane distincte au un punct comun, atunci ele mai au cel puțin încă un punct comun.

**Consecință:** Dacă două plane distincte au un punct comun, atunci ele au o dreaptă comună.



**P<sub>6</sub>.** Există patru puncte nesituate în același plan (acestea se numesc necoplanare).



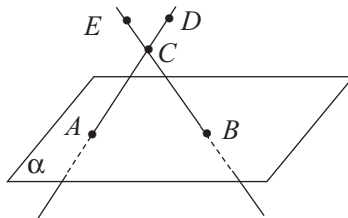
● ● ● **activități de învățare** ● ● ●

**PE Înțelegere \***

1. Completați spațiile punctate cu răspunsul corect:
  - a) Trei puncte necoliniare determină un .....
  - b) Prin două puncte distincte trece o ..... și numai una.
  - c) Dacă două plane distincte au un punct comun, atunci ele au o ..... comună.
  - d) Patru puncte necoplanare determină un număr de ..... drepte.
2. Stabiliți valoarea de adevăr a fiecăreia dintre următoarele propoziții:
  - a) Oricare trei puncte sunt coplanare.

- b) Patru puncte coliniare sunt coplanare.  
 c) Dacă două plane au două puncte comune, atunci ele au o dreaptă comună.  
 d) Patru puncte, dintre care oricare trei sunt coliniare, determină o dreaptă.

3. Scrieți toate dreptele determinate de punctele date în figura de mai jos.



**PE Aplicare și exersare \*\***

4. Fiind date patru puncte  $A, B, C$  și  $D$ , stabiliți câte drepte se pot obține unindu-le două câte două în fiecare dintre situațiile:

- a) oricare trei dintre puncte sunt necoliniare;  
 b) trei dintre puncte sunt coliniare;  
 c) punctele sunt necoplanare.

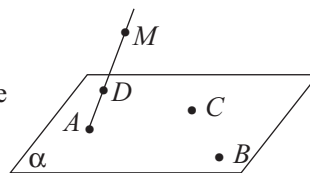
5. a) Câtor drepte poate să aparțină un punct dat?  
 b) Câtor plane pot să aparțină două puncte distincte date?

6. În figura alăturată, punctele  $A, B, C \in \alpha, D \notin \alpha, M \notin \alpha$ , iar  $D \in AM$ .

a) Stabiliți câte drepte distincte se pot obține unind punctele două câte două.

b) Stabiliți dreptele de intersecție a planelor  $(MAB), (DBC)$  și  $(MAC)$  cu planul  $\alpha$ .

c) Stabiliți dreapta de intersecție a planelor  $(BDC)$  și  $(MAC)$ .



**PE Aprofundare și performanță \*\*\***

7. Se consideră punctele necoplanare  $A, B, C$  și  $D$ , oricare trei dintre ele fiind necoliniare.

- a) Determinați câte drepte se pot obține unindu-le două câte două.  
 b) Dacă  $S_{\triangle ABC} = 84 \text{ cm}^2, d(A, BC) = 14 \text{ cm}$  și  $d(D, BC) = 15 \text{ cm}$ , calculați  $S_{\triangle BCD}$ .

8. Fie triunghiul echilateral  $ABC$  de latură  $24 \text{ cm}$  și  $M$  un punct ce nu aparține planului  $(ABC)$ , astfel încât  $MA = MB = MC = 12\sqrt{3} \text{ cm}$ .

- a) Dacă  $D \in (BC)$  astfel încât  $[BD] \equiv [DC]$ , calculați aria triunghiului  $MAD$ .  
 b) Dacă  $MN \perp AD, N \in (AD)$ , calculați lungimea segmentului  $MN$ .

9. Fie triunghiul echilateral  $ABC$  și  $M$  un punct exterior planului  $(ABC)$ , astfel încât  $MA = 6 \text{ cm}, MB = MC = 6\sqrt{3} \text{ cm}$  și  $MD = 6\sqrt{2} \text{ cm}$ , unde  $D \in (BC)$  și  $[BD] \equiv [DC]$ . Stabiliți natura triunghiului  $MAD$  și calculați aria sa.

10. Se consideră pătratul  $ABCD$  de latură  $AB = 12 \text{ cm}$  și  $M$  un punct nesituat în planul pătratului, astfel încât  $MA = 12 \text{ cm}, MB = MC = 6\sqrt{10} \text{ cm}$ . Știind că  $N \in (BC)$ , astfel încât  $[BN] \equiv [NC]$ , stabiliți natura triunghiului  $MAN$  și aflați aria acestuia.

**11.** Punctele  $M, A, B$  și  $C$  sunt patru puncte necoplanare,  $M \notin (ABC)$ . Se știe că  $AB = AC = 26$  cm,  $MB = MC = 8\sqrt{10}$  cm,  $MA = 6$  cm și  $BC = 48$  cm. Dacă  $D \in BC$  astfel încât  $[BD] \equiv [DC]$ , calculați aria triunghiului  $MAD$ .

**PE-PP Supermate \*\*\*\***

**12.** Într-un plan sunt date cinci puncte distincte  $A, B, C, D, E$ , iar în afara planului este situat un punct  $P$ .

a) Care este cel mai mic număr de drepte care să treacă prin cel puțin două dintre aceste puncte?

b) Dar cel mai mare număr?

**13.** Fie  $A, B, C$  trei puncte într-un plan  $\alpha$ , iar  $D$  și  $E$  două puncte distincte în afara planului.

a) Care este numărul minim de drepte determinate de câte două dintre aceste puncte?

b) Dar numărul maxim?

**14.** Cinci puncte distincte situate într-un plan și un punct exterior acestui plan pot determina nouă drepte?

**PE-PP 2. Determinarea planului**



**1.** Trei puncte necoliniare determină un plan (fig. 1).

**2.** O dreaptă și un punct care nu-i aparține determină un plan (fig. 2).

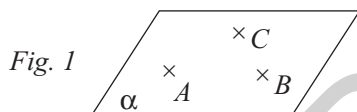


Fig. 1

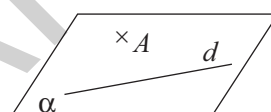


Fig. 2

**3.** Două drepte concurente determină un plan (fig. 3).

**4.** Două drepte paralele determină un plan (fig. 4).

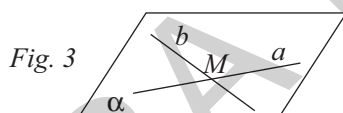


Fig. 3

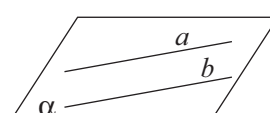


Fig. 4

● ● ● **activități de învățare** ● ● ●

**PE Înțelegere \***

**1.** Enumerați planele determinate de patru puncte necoplanare  $A, B, C$  și  $D$ .

**2.** Fie un triunghi oarecare  $ABC$  și  $D$  mijlocul laturii  $[BC]$ . Se consideră un punct  $E$ , nesituat în planul  $(ABC)$ . Precizați valoarea de adevăr a fiecăreia dintre propozițiile următoare:

a) Punctul  $D$  aparține planului  $(BCE)$ .

b) Planele  $(BCE)$  și  $(CED)$  coincid.

c) Punctul  $A$  aparține planului  $(BCE)$ .

**3.** În Piața San Marco din Veneția, trei porumbei ciugulesc de pe caldarâm grăunțele aruncate de un turist. Speriați de un zgomot, porumbeii își iau zborul în direcții diferite. După cât timp se vor regăsi situați într-un același plan?

## Cuprins

### RECAPITULARE ȘI EVALUARE INIȚIALĂ

Teste cu exerciții și probleme recapitulative pentru pregătirea testării inițiale .....5

### ALGEBRĂ

#### Capitolul I. INTERVALE DE NUMERE REALE. INECUAȚII ÎN $\mathbb{R}$

1. Mulțimi de numere. Forme de scriere a unui număr .....	13
<i>Test de autoevaluare</i> .....	19
2. Reprezentarea pe axă. Ordonarea numerelor reale. Valoarea absolută. Aproximarea numerelor reale.....	21
Recapitulare și sistematizare prin teste .....	26
<i>Test de autoevaluare</i> .....	27
3. Mulțimi definite printr-o proprietate comună a elementelor lor.....	29
4. Intervale în $\mathbb{R}$ . Definiție. Reprezentare pe axă .....	30
5. Operații cu intervale .....	35
<i>Test de autoevaluare</i> .....	41
Recapitulare și sistematizare prin teste .....	43
6. Inecuații de forma $ax + b \geq 0$ ( $\leq, >, <$ ), unde $a, b \in \mathbb{R}$ .....	44
<i>Test de autoevaluare</i> .....	47
Recapitulare și sistematizare prin teste .....	49

#### Capitolul II. CALCUL ALGEBRIC ÎN $\mathbb{R}$

<b>A. Operații cu numere reale reprezentate prin litere.....</b>	<b>50</b>
1. Adunarea și scăderea numerelor reale reprezentate prin litere.....	51
2. Înmulțirea și împărțirea numerelor reale reprezentate prin litere .....	54
3. Ridicarea la putere cu exponent număr natural a numerelor reale reprezentate prin litere.....	58
4. Ordinea efectuării operațiilor cu expresii algebrice .....	61
<i>Test de autoevaluare</i> .....	65
Recapitulare și sistematizare prin teste .....	67
5. Formule de calcul prescurtat .....	68
<i>Test de autoevaluare</i> .....	73
Recapitulare și sistematizare prin teste .....	75
6. Descompuneri în factori utilizând reguli de calcul în $\mathbb{R}$ .....	76
6.1. Metoda factorului comun .....	76
6.2. Utilizarea formulelor de calcul prescurtat .....	79
6.3. Gruparea termenilor.....	83
6.4. Metode combinate .....	85
6.5. Maxime și minime. Inegalități algebrice .....	90
<i>Test de autoevaluare</i> .....	93
Recapitulare și sistematizare prin teste .....	95
<b>B. Rapoarte de numere reale reprezentate prin litere .....</b>	<b>96</b>
7. Amplificarea. Simplificarea .....	96
<i>Test de autoevaluare</i> .....	103

## GEOMETRIE

### Capitolul I. ELEMENTE ALE GEOMETRIEI ÎN SPAȚIU

1. Puncte, drepte, plane. Determinarea dreptei .....	105
2. Determinarea planului .....	108
3. Corpuri geometrice.....	110
3.1. Piramida, piramida regulată, tetraedrul regulat .....	110
3.2. Prisma dreaptă. Paralelipipedul dreptunghic. Cubul .....	112
3.3. Cilindrul circular drept. Conul circular drept .....	116
<i>Test de autoevaluare</i> .....	119
4. Pozițiile relative a două drepte în spațiu; relația de paralelism în spațiu.....	121
5. Unghiuri cu laturile respectiv paralele; unghiul a două drepte în spațiu; drepte perpendiculare .....	123
6. Pozițiile relative ale unei drepte față de un plan.....	125
<i>Test de autoevaluare</i> .....	129
Recapitulare și sistematizare prin teste .....	131
7. Pozițiile relative a două plane. Plane paralele.....	132
8. Secțiuni paralele cu baza în corpurile geometrice studiate. Trunchiul de piramidă. Trunchiul de con circular drept .....	136
9. Probleme de matematică aplicată în viața cotidiană.....	139
10. Perpendicularitate.....	140
10.1. Dreaptă perpendiculară pe un plan. Distanța de la un punct la un plan.....	140
<i>Test de autoevaluare</i> .....	143
10.2. Înălțimea unei piramide. Înălțimea unui con circular drept.....	145
10.3. Distanța dintre două plane paralele. Înălțimea prisme. Înălțimea cilindrului circular drept. Înălțimea trunchiului de piramidă. Înălțimea trunchiului de con .....	146
<i>Test de autoevaluare</i> .....	149
Recapitulare și sistematizare prin teste.....	151
10.4. Plane perpendiculare .....	152
11. Proiecții de puncte, de segmente și de drepte pe un plan .....	154
12. Unghiul dintre o dreaptă și un plan. Lungimea proiecției unui segment.....	156
<i>Test de autoevaluare</i> .....	159
13. Unghi diedru. Unghi plan corespunzător diedrului. Unghiul dintre două plane.....	161
<i>Test de autoevaluare</i> .....	165
Recapitulare și sistematizare prin teste .....	167
14. Teorema celor trei perpendiculare. Calculul distanței de la un punct la o dreaptă. Calculul distanței de la un punct la un plan. Calculul distanței dintre două plane paralele .....	168
<i>Test de autoevaluare</i> .....	173
Recapitulare și sistematizare prin teste .....	175
15. Probleme de matematică aplicată în viața cotidiană.....	176
<b>MODELE DE TEZE SEMESTRIALE</b> .....	178
<b>PROBLEME PENTRU PREGĂTIREA OLIMPIADEI ȘI A CONCURSURILOR ȘCOLARE</b> .....	183
<b>INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI</b> .....	187