

MATE[®]
2000+
Consolidare

Nume:

Prenume:

Clasă:

Școală:

.....

EDITURA PARALELA 45



EDITURA PARALELA45
EDUCAȚIONAL

Acest auxiliar didactic este aprobat pentru utilizarea în unitățile de învățământ preuniversitar prin O.M.E.N. nr. 4696/02.08.2019.

Lucrarea este elaborată în conformitate cu Programul școlar în vigoare pentru clasa a VII-a, aprobată prin O.M.E.N. nr. 3393/28.02.2017.

Referință științifică: Lucrarea a fost definitivată prin contribuția și recomandările Comisiei științifice și metodice a publicațiilor Societății de Științe Matematice din România. Aceasta și-a dat avizul favorabil în ceea ce privește alcătuirea și conținutul matematic.

Redactare: Andreea Roșca, Daniel Mitran

Tehnoredactare: Iuliana Ene

Pregătire de tipar: Marius Badea

Design copertă: Mirona Pintilie

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României

NEGRILĂ, ANTON

Matematică : algebră, geometrie : clasa a VII-a / Anton Negrilă,

Maria Negrilă. - Ed. a 9-a, reviz.. - Pitești : Paralela 45, 2020

2 vol.

ISBN 978-973-47-3243-2

Partea 1. - 2020. - ISBN 978-973-47-3244-9

I. Negrilă, Maria

51

Copyright © Editura Paralela 45, 2020

Prezenta lucrare folosește denumiri ce constituie mărci înregistrate,

iar conținutul este protejat de legislația privind dreptul de proprietate intelectuală.

www.edituraparelela45.ro

Anton NEGRILĂ
Maria NEGRILĂ

Scanează codul QR pentru
a accesa aplicația MATE 2000+



matematică

algebră

geometrie

clasa a VII-a

partea I

ediția a IX-a, revizuită

mate 2000 – consolidare



Algebră

Capitolul I Mulțimea numerelor reale

PP Competențe specifice

- C1. Identificarea numerelor aparținând diferitelor submulțimi ale lui \mathbb{R}
- C2. Aplicarea regulilor de calcul pentru estimarea și aproximarea numerelor reale
- C3. Utilizarea unor algoritmi și a proprietăților operațiilor în efectuarea unor calcule cu numere reale
- C4. Folosirea terminologiei aferente noțiunii de număr real (semn, modul, opus, invers)
- C5. Elaborarea de strategii pentru rezolvarea unor probleme cu numere reale
- C6. Modelarea matematică a unor situații practice care implică operații cu numere reale

Rădăcina pătrată

PE-PP 1. Rădăcina pătrată a unui număr natural pătrat perfect



- Numărul natural x se numește **pătrat perfect** dacă există numărul întreg a cu proprietatea că $x = a^2$, unde $a \in \mathbb{Z}$.
- Numărul $|a|$ se numește **rădăcina pătrată** a numărului x și se notează cu \sqrt{x} .

Observații: Dacă x este un număr natural nenul, pătrat perfect, atunci există două numere distincte al căror pătrat este x , și anume \sqrt{x} și $-\sqrt{x}$. Evident că numai unul dintre ele este număr natural. De aceea, dacă $a \in \mathbb{Z}$, atunci $\sqrt{x^2} = |a|$.

a) $x = a^2$ implică $\sqrt{x} = \sqrt{a^2} = |a|$. b) Dacă $a \geq 0$, atunci $\sqrt{a^2} = a$.

Example: $\sqrt{100} = \sqrt{10^2} = |10| = 10$; $\sqrt{64} = \sqrt{(-8)^2} = |-8| = 8$;

$\sqrt{25x^2y^4} = \sqrt{(5xy^2)^2} = |5xy^2| = 5y^2|x|$.

● ● ● activități de învățare ● ● ●

PE Înțelegere *

1. Copiați și completați următorul tabel ($x \in \mathbb{Z}$):

x	-5	-3	-2	0			9	12
x^2					16	36		

2. a) Scrieți toate pătratele perfecte mai mici decât 90.
 b) Scrieți toate numerele pătrate perfecte cuprinse între 140 și 290.
 c) Scrieți pătratele perfecte de trei cifre, mai mari ca 300.
3. Determinați numerele raționale care au pătratul egal cu:
 a) 25; b) 64; c) 121; d) 729; e) 1296.
4. Descompuneți în factori primi numerele următoare și arătați că sunt pătrate perfecte:
 a) 36; b) 64; c) 1; d) 169; e) 324; f) 529;
 g) $2^8 \cdot 81$; h) $49 \cdot 64 \cdot 5^2$; i) $4^3 \cdot 5^6$; j) $16^3 \cdot (-5)^4$; k) $121 \cdot 169^3$.
5. Stabiliți care dintre următoarele numere sunt pătrate perfecte:
 a) 36; 4; 15; 56; 169; 190; 196; 225; 240; 256;
 b) 13^2 ; $(-9)^4$; 3^8 ; $(-7)^5$; 18^3 ; $(-12)^{18}$; $(-21)^7$; $(-28)^6$;
 c) 5^{8n} ; 7^{6n+4} ; 28^{n^2+1} ; 15^{n^2+n} ; 12^{n^2-n+6} , $n > 1$, $n \in \mathbb{N}$.
6. Fie $A = \{-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5\}$ și $B = \{y \mid y = x^2, x \in A\}$.
 a) Determinați elementele mulțimii B .
 b) Determinați elementele mulțimii $C = \{z \mid z = \sqrt{y}, y \in B\}$.
7. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:
 a) $\sqrt{64} = 8$; b) $\sqrt{(-5)^2} = -5$; c) $\sqrt{123^2} = 123$;
 d) $\sqrt{(-432)^2} = 432$; e) $\sqrt{49a^2} = 7a, a < 0$; f) $\sqrt{(-25a^2)^2} = 5a^2$;
 g) $\sqrt{(-64a)^4} = 8a^2$; h) $\sqrt{81a^8b^2} = 9a^4b, b < 0$.
8. Rezolvați ecuațiile:
 a) $x^2 = 36$; b) $x^2 = 1600$; c) $5x^2 = 245$;
 d) $-2x^2 = -72$; e) $x^2 + 9 = 265$; f) $x^2 - 14 = 155$;
 g) $-3x^2 + 175 = -257$; h) $-2x^2 + 27 = -101$; i) $(x-3)^2 = 4$;
 j) $(x+4)^2 = 9$; k) $25 - (x+3)^2 = 9$; l) $-144 - (x-5)^2 = -225$
 (i) în mulțimea numerelor naturale;
 (ii) în mulțimea numerelor întregi.
9. Folosind formula $1 + a + a^2 + a^3 + \dots + a^n = \frac{a^{n+1} - 1}{a - 1}$, unde $a \neq 1$ și $n \in \mathbb{N}^*$, calculați:
 a) $\sqrt{x+1}$, unde $x = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{201}$;
 b) $\sqrt{2x+1}$, unde $x = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{249}$;
 c) $\sqrt{4x+1}$, unde $x = 1 + 5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{359}$;
 d) $\sqrt{8x+1}$, unde $x = 1 + 3^2 + 3^4 + 3^6 + \dots + 3^{98}$;

e) $\sqrt{35x+1}$, unde $x = 1 + 6^2 + 6^4 + 6^6 + \dots + 6^{198}$;

f) $\sqrt{63x+1}$, unde $x = 1 + 8^2 + 8^4 + 8^6 + \dots + 8^{2018}$.

10. Arătați că x este un număr natural pătrat perfect.

a) $x = (1 + 2 + 3 + \dots + 98) + 49$;

b) $x = 1 + 3 + 5 + \dots + 225$;

c) $x = 1 + 3 + 5 + \dots + 2019$;

d) $x = 2 + 4 + 6 + \dots + 2018 + 1010$;

e) $x = 3 + 6 + 9 + 12 + \dots + 864 + 41616$;

f) $x = 3(1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 2017) - 1009 \cdot 2018$.

11. Calculați x și arătați că este pătratul unui număr natural, după care calculați \sqrt{x} :

a) $x = 2(1 + 2 + 3 + \dots + 98) + 99$;

b) $x = 8(1 + 2 + 3 + \dots + 49) + 1225$;

c) $x = 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 648 - 324^2$;

d) $x = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 224 + 16 \cdot 450$;

e) $x = 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 450 - 225^2$;

f) $x = 3(1 + 3 + 5 + \dots + 99) - 5000$;

g) $x = 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 100 - 25 \cdot 2$;

h) $x = 1 + 2 + 3 + \dots + 120 + 2 \cdot 242$.

12. Calculați numărul natural x și arătați că este pătratul unui număr natural, după care calculați \sqrt{x} :

a) $x - 9 = 8(9 + 9^2 + 9^3 + \dots + 9^{n-1})$, $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$;

b) $x - 25 = 24(25 + 25^2 + 25^3 + \dots + 25^{n-1})$, $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$;

c) $x - 16 = 15(16 + 16^2 + 16^3 + \dots + 16^{n+1})$, $n \in \mathbb{N}$;

d) $x - 4 = 3(4 + 4^2 + 4^3 + \dots + 4^{n+2})$, $n \in \mathbb{N}$.

13. Arătați că numărul x este pătrat perfect, pentru orice $n \in \mathbb{N}$, unde:

$$x = 3^{2n+3} \cdot 4^{2n+3} - 2^{2n+1} \cdot 6^{2n+3}.$$

14. Se dau numerele:

$$a = 2 + 2^3 + 2^5 + 2^7 + \dots + 2^{2017} + 2^{2019} \text{ și } b = 1 + 2^2 + 2^4 + 2^6 + \dots + 2^{2016} + 2^{2018}.$$

Arătați că numărul $x = a + b + 1$ este un pătrat perfect.

15. Arătați că următoarele numere sunt pătrate perfecte, după care calculați \sqrt{x} :

a) $x = 6 + 12 + 18 + \dots + 288$;

b) $x = 4 + 8 + 12 + \dots + 196$;

c) $x = 1 + 3 + 5 + \dots + 1001$;

d) $x = 1 + 3 + 5 + \dots + 2021$;

e) $x = 1203 + 2 + 4 + 6 + \dots + 2404$.

16. Arătați că numerele de mai jos nu pot fi pătrate perfecte:

a) $x = 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{2001}$;

b) $x = 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + \dots + 3^{2001}$.

17. a) Arătați că numărul $x = 1010 + 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 2018$ este pătrat perfect și calculați \sqrt{x} .

b) Arătați că numărul $a = 432 \cdot 289 + 1 + 2 + 3 + \dots + 288$ este pătrat perfect și calculați \sqrt{a} .

c) Arătați că numărul $n = 361^2 - 2(1 + 2 + 3 + \dots + 360)$ este pătrat perfect și calculați \sqrt{n} .

d) Arătați că numărul $n = 6^3 + 20 + 21 + 22 + \dots + 37$ este pătrat perfect și rezolvați ecuația $x^2 = n$.

e) Arătați că numărul $n = 243^2 - (240^2 + 3 \cdot 240)$ este pătrat perfect și calculați \sqrt{n} .

PE Aplicare și exersare **

18. Arătați că, pentru orice $n \in \mathbb{N}$, următoarele numere nu sunt pătrate perfecte:

- a) $x = 5n + 3$; b) $x = 15n + 8$; c) $x = 25n - 7$; d) $x = 10n + 2$;
e) $x = 6^n + 2$; f) $x = 10^n + 23$; g) $x = 31^n + 16$; h) $x = 25^n + 18$;
i) $x = 8 + 8^2 + 8^3 + 8^4 + \dots + 8^{2017}$; j) $x = 7 + 7^2 + 7^3 + 7^4 + \dots + 7^{2021}$.

19. Arătați că numărul $n = \sqrt{x9 \cdot x7 + 1}$ este număr natural, pentru orice cifră nenulă x .

20. Arătați că numărul $A = \sqrt{5^{4n+2} \cdot 9^{2n+2} + 25^{2n} \cdot 3^{4n+4} \cdot 24}$ este număr natural, oricare ar fi numărul natural n .

21. Fie numărul natural $a = 7^{2n} \cdot 576^{n+1} + 24^{2n} \cdot 49^{n+1}$, unde $n \in \mathbb{N}^*$. Arătați că numărul \sqrt{a} este natural par, $(\forall) n \in \mathbb{N}^*$.

22. Fie numărul natural $a = 5^{2n} \cdot 144^{n+1} + 12^{2n} \cdot 25^{n+1}$, unde $n \in \mathbb{N}^*$. Arătați că numărul \sqrt{a} este natural par, $(\forall) n \in \mathbb{N}^*$.

23. Efectuați:

- a) $\sqrt{14^2}$; $\sqrt{23^4}$; $\sqrt{(-35)^2}$; $\sqrt{3^6}$; $\sqrt{(-7)^4}$; $\sqrt{a^2}$; $\sqrt{a^4}$; $\sqrt{(-a)^8}$; $\sqrt{a^6}$, $a \in \mathbb{Z}$;
b) $\sqrt{2^4 \cdot 3^2}$; $\sqrt{16^2 \cdot 5^2}$; $\sqrt{2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2}$; $\sqrt{2^6 \cdot 5^2 \cdot 3^4}$; $\sqrt{18^2 \cdot 3^4 \cdot 2^6}$; $\sqrt{12^2 \cdot 3^4 \cdot 5^2}$.

24. Calculați:

- a) $\sqrt{(-2)^6 \cdot (-3)^2 \cdot (-5)^2}$; b) $\sqrt{(-2)^2 \cdot 7^2 \cdot 5^4}$; c) $\sqrt{(-2)^4 \cdot (-3)^2 \cdot (-7)^2}$;
d) $\sqrt{5^2 \cdot 3^6 \cdot 2^4}$; e) $\sqrt{(-2)^4 \cdot (-14)^2 \cdot (-15)^2}$; f) $\sqrt{(-3)^4 \cdot 7^2 \cdot (-2)^2}$;
g) $\sqrt{2^{10} \cdot 5^2}$; h) $\sqrt{(-2)^6 \cdot (-3)^4}$; i) $\sqrt{(-2)^8 \cdot (-3)^2 \cdot 5^2}$;
j) $\sqrt{5^2 \cdot 11^2 \cdot 3^4}$; k) $\sqrt{(-3)^6 \cdot (-2)^{10}}$; l) $\sqrt{(-7)^2 \cdot (-26)^2}$.

25. Calculați:

- a) $\sqrt{(-23)^2}$; b) $\sqrt{(-23)^4}$; c) $\sqrt{(-23)^6}$; d) $\sqrt{(-17)^8}$; e) $\sqrt{(-15)^2}$;
f) $\sqrt{(-36)^4}$; g) $\sqrt{(-48)^2}$; h) $\sqrt{(-12)^4}$; i) $\sqrt{(-2)^{24}}$; j) $\sqrt{2^{2018}}$;
k) $\sqrt{3^{2020}}$; l) $\sqrt{(-6)^{2018}}$; m) $\sqrt{(-7)^{2020}}$; n) $\sqrt{(-5)^{2016}}$.

26. Folosind descompunerea în produs de puteri de factori primi, calculați rădăcina pătrată:

- a) $\sqrt{576}$; $\sqrt{729}$; $\sqrt{625}$; $\sqrt{324}$; b) $\sqrt{400}$; $\sqrt{784}$; $\sqrt{441}$; $\sqrt{676}$;
c) $\sqrt{1600}$; $\sqrt{1296}$; $\sqrt{1764}$; $\sqrt{2025}$; d) $\sqrt{2500}$; $\sqrt{2304}$; $\sqrt{3136}$; $\sqrt{5184}$.

27. Folosind algoritmul de extragere a rădăcinii pătrate, calculați:

- a) $\sqrt{3721}$; $\sqrt{1936}$; $\sqrt{4624}$; $\sqrt{9216}$; b) $\sqrt{7225}$; $\sqrt{2209}$; $\sqrt{7056}$; $\sqrt{3969}$;
c) $\sqrt{2116}$; $\sqrt{3481}$; $\sqrt{3844}$; $\sqrt{2916}$; d) $\sqrt{12769}$; $\sqrt{45369}$; $\sqrt{15129}$; $\sqrt{15876}$.

28. Calculați:

- a) $\sqrt{20449} + \sqrt{285156} - \sqrt{54289}$; b) $\sqrt{2916} + \sqrt{41616} - \sqrt{11664}$;
c) $\sqrt{229441} + \sqrt{301401} - \sqrt{546121}$; d) $\sqrt{467856} + \sqrt{264196} - \sqrt{826281}$.

Geometrie

Capitolul I Patrulatere

PP Competențe specifice

- C1. Identificarea patruleterelor particulare în configurații geometrice date
- C2. Descrierea patruleterelor utilizând definiții și proprietăți ale acestora, în configurații geometrice date
- C3. Utilizarea proprietăților patruleterelor în rezolvarea unor probleme
- C4. Exprimarea în limbaj geometric a noțiunilor legate de patrulatere
- C5. Alegerea reprezentărilor geometrice adecvate în vederea optimizării calculării unor lungimi de segmente, a unor măsuri de unghiuri și a unor arii
- C6. Modelarea unor situații date prin reprezentări geometrice cu patrulatere

PE-PP 1. Patrulatere convexe



Definiție. Poligonul cu patru laturi se numește **patrulater**.

Definiție. Un patrulater se numește **convex** dacă dreapta suport a oricăreia dintre laturi nu separă celelalte vârfuri ale poligonului care nu se află pe latura dată.

Definiție. Un patrulater se numește **concav** dacă există o dreaptă suport a unei laturi care separă celelalte vârfuri ale poligonului care nu se află pe latura dată.

Teoremă. Suma măsurilor unghiurilor unui patrulater convex este egală cu 360° .

● ● ● activități de învățare ● ● ●

PE Înțelegere *

1. Măsurile unghiurilor A , B și C ale triunghiului ABC sunt proporționale cu numerele 4, 5 și 3. Perpendiculara în C pe BC intersectează paralela prin A la BC în punctul D . Calculați măsurile unghiurilor patrulaterului $ABCD$.
2. În patrulaterul convex $ABCD$ se știe că $m(\sphericalangle B) = 2 \cdot m(\sphericalangle A)$; $m(\sphericalangle C) = 3 \cdot m(\sphericalangle A)$ și $m(\sphericalangle D) = 2 \cdot m(\sphericalangle B)$.
 - a) Calculați măsurile unghiurilor patrulaterului.
 - b) Arătați că diagonala AC nu poate fi congruentă cu latura AB .

- 3.** Determinați măsurile unghiurilor unui patrulater convex, știind că acestea sunt proporționale cu 3, 4, 5 și, respectiv, 6.
- 4.** Suma măsurilor a două dintre unghiurile unui patrulater convex este 170° . Știind că patrulaterul are trei unghiuri congruente, calculați măsurile unghiurilor patrulaterului.
- 5.** Determinați măsurile unghiurilor unui patrulater convex $ABCD$ știind că suma măsurilor unghiurilor B și D este 150° , suma măsurilor unghiurilor A , B și C este 295° și diferența măsurilor unghiurilor A și C este 20° .
- 6.** Determinați măsurile unghiurilor unui patrulater convex, știind că acestea sunt direct proporționale cu 3, 5, 7 și 9.
- 7.** Determinați măsurile unghiurilor unui patrulater convex, știind că acestea sunt direct proporționale cu 1, 2, 3, 4.
- 8.** Calculați măsurile unghiurilor unui patrulater convex $ABCD$ ale cărui unghiuri verifică egalitățile: $m(\sphericalangle C) = \frac{2}{3} m(\sphericalangle B)$; $m(\sphericalangle D) = \frac{1}{6} m(\sphericalangle B)$; $m(\sphericalangle A) = 1\frac{1}{4} m(\sphericalangle C)$.
- 9.** Determinați măsurile unghiurilor unui patrulater convex, știind că sunt invers proporționale cu numerele $0,(3)$; $0,25$; $0,125$ și, respectiv, $0,(1)$.

PE Aplicare și exersare **

- 10.** Triunghiul ABC isoscel are $m(\sphericalangle A) = 36^\circ$ și $[AB] \equiv [AC]$. Știind că $[BD]$ este bisectoarea $\sphericalangle ABC$, $D \in (AC)$, și E este mijlocul laturii AB , calculați măsurile unghiurilor patrulaterului convex $BCDE$.
- 11.** În triunghiul ABC , $AD \perp BC$, $D \in (BC)$ și $m(\sphericalangle C) = 40^\circ$. Se știe că H este mijlocul segmentului $[AD]$ și că M este mijlocul segmentului $[DC]$, $BH \perp AM$. Calculați măsurile unghiurilor patrulaterului $ACMN$, unde $MH \cap AB = \{N\}$.
- 12.** În patrulaterul convex $ABCD$, $m(\sphericalangle A) = 40^\circ$, măsura unghiului B este de $2\frac{3}{5}$ ori mai mare decât măsura unghiului A , iar măsura unghiului C este egală cu media aritmetică a primelor două unghiuri. Aflați măsurile unghiurilor patrulaterului.
- 13.** Calculați măsurile unghiurilor unui patrulater convex $ABCD$, știind că măsura unghiului B este dublul măsurii unghiului A , măsura unghiului C este egală cu $\frac{3}{8}$ din măsura unghiului B , iar $\sphericalangle D \equiv \sphericalangle C$.
- 14.** Determinați măsurile unghiurilor unui patrulater convex $ABCD$, știind că măsurile unghiurilor A , B , C sunt proporționale cu 4, 5 și 6, iar măsurile lui C și D sunt invers proporționale cu 0,5 și $0,(3)$.
- 15.** Calculați măsurile unghiurilor unui patrulater convex care are toate unghiurile congruente.
- 16.** Aflați măsurile unghiurilor unui patrulater convex $ABCD$ în care măsura unghiului A este media aritmetică a celorlalte trei măsuri, măsura unghiului B este media aritmetică a măsurilor unghiurilor C și D , iar măsura unghiului C este jumătate din măsura unghiului D .

PE Aprofundare și performanță ***

- 17.** Calculați măsurile unghiurilor patrulaterului convex $ABCD$, știind că:
 $m(\sphericalangle A) = 1,25 \cdot m(\sphericalangle C)$; $m(\sphericalangle C) = 0,(6) \cdot m(\sphericalangle B)$ și $m(\sphericalangle D) = 0,1(6) \cdot m(\sphericalangle B)$.

18. Măsurile unghiurilor A , B și C ale triunghiului ABC sunt invers proporționale cu numerele $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{2}$ și $\frac{1}{4}$. Paralela prin A la latura BC intersectează perpendiculara în C pe BC în punctul M . Calculați măsurile unghiurilor patrulaterului convex $ABCM$.

19. În patrulaterul convex $ABCD$, $m(\sphericalangle A) = 75^\circ$, iar măsurile unghiurilor B , C și D sunt invers proporționale cu numerele: $0,1(6)$; $\frac{1}{4}$ și $0,1$. Calculați măsurile unghiurilor patrulaterului $ABCD$.

20. În patrulaterul convex $ABCD$ se dau: $m(\sphericalangle BAD) = 110^\circ$, $m(\sphericalangle ABC) = 110^\circ$, $m(\sphericalangle ADB) = 29^\circ$ și $m(\sphericalangle BDC) = 56^\circ$. Calculați măsurile unghiurilor DBC , ABD , ADC , C .

21. În patrulaterul convex $MNPQ$ se știe că $NP = 2MN$, triunghiul MQP este isoscel, triunghiul MNP este dreptunghic, $m(\sphericalangle MQP) = 100^\circ$ și $m(\sphericalangle PMN) = 90^\circ$. Calculați măsurile unghiurilor QMN ; MNP și, respectiv, QPN .

22. Fie $MNPQ$ un patrulater convex. Perimetrul triunghiului MNQ este egal cu 72 cm și perimetrul triunghiului QNP este egal cu 56 cm. Aflați lungimea diagonalei $[NQ]$, știind că perimetrul patrulaterului $MNPQ$ este de 64 cm.

23. Patrulaterul convex $MNPQ$ are perimetrul egal cu 120 cm. Triunghiul MNP are perimetrul egal cu 82 cm. Știind că diagonala $MP = 24$ cm, aflați perimetrul triunghiului MQP .

24. Aflați măsurile unghiurilor unui patrulater convex $MNPQ$ în care măsura unghiului N este media aritmetică a măsurilor unghiurilor M și P , măsura unghiului P este media aritmetică a unghiurilor N și Q , iar măsura unghiului N este egală cu patru cincimi din măsura unghiului P .

PE-PP Supermate ****

25. În patrulaterul convex $MNPQ$, unghiurile M și P sunt drepte. Pe laturile $[MQ]$ și $[PQ]$ se iau punctele T și R , astfel încât $[MT] \equiv [PR]$ și $\sphericalangle MTN \equiv \sphericalangle NRP$. Arătați că:

- a) $[MQ] \equiv [PQ]$; b) $[QN]$ este bisectoarea unghiului MQP .

26. În patrulaterul convex $MNPQ$ avem două perechi de laturi consecutive congruente: $[MN] \equiv [NP]$ și $[PQ] \equiv [QM]$. Demonstrați că:

- a) $[NQ]$ este bisectoarea unghiurilor MNP și MQP ; b) $\sphericalangle M \equiv \sphericalangle P$; c) $MP \perp NQ$.

Observație. Un patrulater $MNPQ$ ca cel din problema 26 se numește **zmeu**.

PE-PP 2. Paralelogramul



Definiție. Paralelogramul este patrulaterul convex cu laturile opuse **paralele** două câte două.

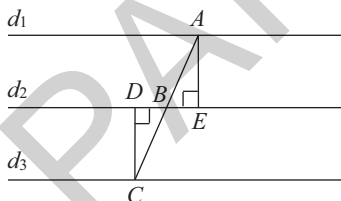
Un **patrulater** convex este **paralelogram** dacă și numai dacă îndeplinește una dintre condițiile următoare:

- are laturile opuse congruente două câte două;
- are două laturi opuse paralele și congruente;
- unghiurile opuse sunt congruente;
- oricare două unghiuri alăturate sunt suplementare;
- diagonalele sale se taie în segmente congruente.

● ● ● activități de învățare ● ● ●

PE **Înțelegere** *

- Construiți paralelogramul $ABCD$, știind că:
 - $m(\sphericalangle A) = 70^\circ$, $AB = 8$ cm, $AD = 5$ cm;
 - $m(\sphericalangle A) = 65^\circ$, $m(\sphericalangle D) = 115^\circ$, $AD = 5,5$ cm;
 - $AB = 10$ cm, $AD = 6$ cm, $BD = 8$ cm.
- Perimetrul unui paralelogram este 68 cm, iar una dintre laturile sale este 18 cm. Aflați lungimea celeilalte laturi.
- În triunghiul ABC , se consideră un punct $D \in \text{Int } \triangle ABC$ și M, N, P și Q mijloacele segmentelor $[AD]$, $[BD]$, $[BC]$ și, respectiv, $[AC]$.
 - Arătați că $MNPQ$ este paralelogram.
 - Știind că $AB = 19$ cm și $CD = 17$ cm, calculați perimetrul lui $MNPQ$.
- În patrulaterul convex $ABCD$ se notează cu M mijlocul lui AD , cu N mijlocul lui BC , cu P mijlocul lui BD și cu Q mijlocul lui AC .
 - Stabiliți natura patrulaterului $MPNQ$.
 - Calculați perimetrul lui $MPNQ$, știind că $AB = 12$ cm și $DC = 8$ cm.
- Perimetrul unui paralelogram este 86 cm, iar perimetrul unuia dintre triunghiurile în care diagonala împarte paralelogramul este 74 cm. Aflați lungimea diagonalei.
- În figura de mai jos se știe că $d_1 \parallel d_2 \parallel d_3$, $[AB] \equiv [BC]$ și $AE \perp d_2$, iar $CD \perp d_2$. Arătați că $ADCE$ este paralelogram.



- Mediana AD a triunghiului ABC intersectează paralela prin C la latura AB în punctul E . Arătați că $ABEC$ este paralelogram.
- Pe mediana MQ din triunghiul MNP se duc perpendicularele $NB \perp MQ$, $B \in [MQ]$ și $PA \perp MQ$, $A \in [MQ]$. Arătați că $BNAP$ este paralelogram.
- Fie MNP un triunghi echilateral și $Q \in (NP)$. Dacă $RQ \parallel MP$, $R \in (MN)$ și $QS \parallel MN$, $S \in (MP)$, iar perimetrul paralelogramului $MRQS$ este 36,8 cm, calculați perimetrul triunghiului MNP .
- Triunghiurile ABC și BCD au latura comună BC . Știind că M, N, P și Q sunt mijloacele laturilor $[AB]$, $[AC]$, $[BD]$ și, respectiv, $[DC]$, arătați că $MNPQ$ este paralelogram. Analizați toate cazurile posibile.
- Calculați perimetrul unui paralelogram $MNPQ$, știind că $MN = 4$ dm și $MQ = 32$ cm.
- Calculați perimetrul paralelogramului $ABCD$, dacă $AB = 20$ cm, $m(\sphericalangle A) = 60^\circ$ și $BD \perp AD$.
- În patrulaterul convex $ABCD$, măsurile unghiurilor A, B, C și D sunt proporționale cu numerele 2, 4, 6 și, respectiv, 8.
 - Calculați măsurile unghiurilor patrulaterului.
 - Știind că $[DE]$ este bisectoarea unghiului ADC , $E \in (AB)$, stabiliți natura triunghiului ADE .
 - Arătați că $BCDE$ este paralelogram.

Cuprins

RECAPITULARE ȘI EVALUARE INIȚIALĂ

Teste cu exerciții și probleme recapitulative pentru pregătirea testării inițiale 5

ALGEBRĂ

Capitolul I. MULȚIMEA NUMERELOR REALE

Rădăcina pătrată 12

1. Rădăcina pătrată a unui număr natural pătrat perfect 12

Test de autoevaluare 17

2. Rădăcina pătrată a unui număr rațional nenegativ 19

Test de autoevaluare 25

Mulțimea numerelor reale 27

1. Modulul unui număr real. Reprezentarea pe axă a numerelor reale.

Aproximări și rotunjiri. Ordonări 27

Recapitulare și sistematizare prin teste 32

2. Reguli de calcul cu radicali 32

2.1. Produsul radicalilor 32

2.2. Câtul radicalilor 33

2.3. Scoaterea factorilor de sub radical 34

2.4. Introducerea factorilor sub radical 34

3. Operații cu numere reale 37

Test de autoevaluare 43

4. Raționalizarea numitorului unei fracții 45

5. Formule de calcul prescurtat 54

6. Media geometrică a două numere reale nenegative 57

7. Probleme de matematică aplicată în viața cotidiană 61

Recapitulare și sistematizare prin teste 61

Test de autoevaluare 65

8. Ecuații de forma $x^2 = a$, $a \in \mathbb{R}$ 67

9. Probleme de matematică aplicată în viața cotidiană 71

Recapitulare și sistematizare prin teste 72

PROBLEME PENTRU PERFORMANȚĂ ȘCOLARĂ ȘI PREGĂTIREA

OLIMPIADELOR 75

GEOMETRIE

Capitolul I. PATRULATERE

1. Patrulater convexe 77

2. Paralelogramul 79

Test de autoevaluare 83

3. Linia mijlocie în triunghi 85

4. Dreptunghiul 88

Test de autoevaluare 91

5. Rombul.....	93
<i>Test de autoevaluare</i>	95
6. Pătratul	97
<i>Test de autoevaluare</i>	99
Recapitulare și sistematizare prin teste	101
7. Centrul de simetrie și axe de simetrie pentru poligoanele studiate.....	102
8. Trapezul	104
9. Linia mijlocie în trapez	107
<i>Test de autoevaluare</i>	109
10. Aria triunghiului și aria patrulaterului.....	111
<i>Test de autoevaluare</i>	115
11. Probleme de matematică aplicată în viața cotidiană.....	117
Recapitulare și sistematizare prin teste	118
Capitolul II. CERCUL	
Cercul	119
1. Pozițiile relative ale unei drepte față de un cerc.....	121
2. Triunghi și patrulater înscrise într-un cerc	125
3. Poligoane regulate înscrise într-un cerc	128
4. Lungimea cercului și aria discului	130
Recapitulare și sistematizare prin teste	131
<i>Test de autoevaluare</i>	133
Capitolul III. ASEMĂNAREA TRIUNGHILOR	
1. Raportul a două segmente. Teorema lui Thales	135
1.1. Raportul a două segmente.....	135
1.2. Teorema lui Thales	138
<i>Test de autoevaluare</i>	145
2. Teorema fundamentală a asemănării. Criterii de asemănare a două triunghiuri	147
2.1. Teorema fundamentală a asemănării	147
<i>Test de autoevaluare</i>	153
2.2. Criterii de asemănare a două triunghiuri.....	155
3. Probleme de matematică aplicată în viața cotidiană.....	159
Recapitulare și sistematizare prin teste	159
MODELE DE TESTE PENTRU EVALUAREA FINALĂ	162
MODELE DE TEZE SEMESTRIALE	164
PROBLEME PENTRU PERFORMANȚĂ ȘCOLARĂ ȘI PREGĂTIREA OLIMPIADELOR	167
INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI	169