



Acest auxiliar didactic este aprobat pentru utilizarea în unitățile de învățământ preuniversitar prin O.M.E.C. nr. 5318/21.11.2019.

Redactare: Ramona Rossall, Daniel Mitran
Corectură: Andreea Roșca
Tehnoredactare: Carmen Rădulescu, Iuliana Ene
Pregătire de tipar: Marius Badea
Design copertă: Mirona Pintilie

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României
ZAHARIA, MARIA

Caiet de vacanță - matematică : clasa a V-a : suport teoretic, exerciții și probleme aplicative / Maria Zaharia. - Ed. a 2-a, reviz.. - Pitești : Paralela 45, 2020
ISBN 978-973-47-3185-5

51

COMENZI – CARTEA PRIN POȘTĂ

EDITURA PARALELA 45
Bulevardul Republicii, Nr. 148, Clădirea C1, etaj 4, Pitești,
jud. Argeș, cod 110177
Tel.: 0248 633 130; 0753 040 444; 0721 247 918
Tel./fax: 0248 214 533; 0248 631 439; 0248 631 492
E-mail: comenzi@edituraparelela45.ro

www.edituraparelela45.ro

Tiparul executat la tipografia *Editurii Paralela 45*
E-mail: tipografie@edituraparelela45.ro

Copyright © Editura Paralela 45, 2020
Prezenta lucrare folosește denumiri ce constituie mărci înregistrate,
iar conținutul este protejat de legislația privind dreptul de proprietate intelectuală.

Maria Zaharia

Caiet de vacanță Matematică

Clasa a V-a

Suport teoretic, exerciții
și probleme aplicative

Ediția a II-a, revizuită

Editura Paralela 45



1.1 Scrierea și citirea numerelor naturale

1. a) Pentru scrierea numerelor naturale în sistemul de numerație zecimal se folosesc **simbolurile**, numite

b) Acest sistem de numerație este unul; locul ocupat de fiecare cifră reprezintă un anumit ordin.

c) **O clasă este formată dintr-un grup de 3 ordine consecutive:**, și

d) Deosebim:

- **clasa**, care conține cele 3 ordine consecutive: **unități, zeci și sute**;

- **clasa miilor**, care conține cele 3 ordine consecutive:

- **clasa**, care conține cele 3 ordine consecutive: **unități de milioane, zeci de milioane și sute de milioane**;

- **clasa miliardelor**, care conține cele 3 ordine consecutive:

- **clasa trilioanelor**, care conține cele 3 ordine consecutive:

2. a) Pentru scrierea numerelor naturale, romanii foloseau **simbolurile**: I, V, X, L, C, D, M, numite

b) **Semnificația cifrelor romane:**

- I reprezintă numărul
- V reprezintă numărul
- X reprezintă numărul
- L reprezintă numărul
- C reprezintă numărul
- D reprezintă numărul
- M reprezintă numărul



3. Regulile de care trebuie să se țină cont la citirea și scrierea numerelor cu ajutorul cifrelor romane sunt:

a) *o cifră cu o valoare mai mică sau egală scrisă la dreapta uneia cu o valoare mai mare* indică

.....;

Exemple: XV =

XXI =

MDX =

b) *o cifră cu o valoare mai mică scrisă la stânga uneia cu o valoare mai mare* indică

.....;

Exemple: IV =

XC =

CM =

c) cifrele I, X, C, M pot fi scrise consecutiv de cel mult, iar cifrele nu se pot repeta consecutiv;

d) orice cifră (sau grup de cifre) cu o bară deasupra este multiplicată de de ori. \overline{X} reprezintă, \overline{L} reprezintă, \overline{XC} reprezintă

4. a) Numerele naturale scrise în ordinea: 0, 1, 2, 3, ..., n , ... formează

b) Dacă n este un număr natural oarecare, atunci $n - 1$ este, iar $n + 1$ este

c) Numerele naturale $n - 1$ și n , respectiv n și $n + 1$ se numesc numere

5. a) Scrierea \overline{ab} , unde a și b sunt cifre (nu neapărat diferite) și a este diferit de zero, reprezintă, adică $\overline{ab} = \dots$.

b) Un număr natural oarecare de trei cifre se reprezintă prin scrierea, adică

$$= a \cdot 100 + b \cdot 10 + c.$$

6. Numerele naturale:

a) mai mici sau egale cu 3 sunt:

b) mai mari decât 3 și mai mici decât 10 sunt:

c) mai mari sau egale cu 7 și mai mici sau egale cu 12 sunt:

d) mai mari decât 5 și mai mici sau egale cu 8 sunt:

7. Numărul natural:

a) \overline{aaa} descompus în baza 10 este:

b) $\overline{a0bb}$ descompus în baza 10 este:

c) $\overline{aa0a}$ descompus în baza 10 este:

8. a) Dacă $7035 = a \cdot 1000 + b \cdot 100 + c \cdot 10 + d$, atunci $a = \dots$, $b = \dots$, $c = \dots$, $d = \dots$ și $a + b + c + d = \dots$

b) Dacă $2169 = m \cdot 1000 + n \cdot 100 + p \cdot 10 + q$, atunci $m = \dots$, $n = \dots$, $p = \dots$, $q = \dots$ și $m + n + p + q = \dots$

c) Dacă $4820 = r \cdot 1000 + s \cdot 100 + t \cdot 10 + u$, atunci $r = \dots$, $s = \dots$, $t = \dots$, $u = \dots$ și $r + s - t + u = \dots$

9. a) Trei numere impare consecutive mai mari decât 101 sunt:

b) Trei numere pare consecutive mai mici decât 404 sunt:

10. Se consideră numărul 12 375.

a) Cifra zecilor este

b) Cifra miilor este

c) Cifra sutelor este

d) Cifra zecilor de mii este

11. a) Numerele de două cifre diferite care se pot forma cu cifrele 0, 2 și 3 sunt:

b) Suma numerelor obținute la punctul precedent este:

12. Numerele de patru cifre consecutive care conțin cifra 4 sunt:

13. Se consideră șirul de numere: 3, 6, 9, 12,

a) Următorii trei termeni ai șirului sunt:

b) Al zecelea termen al șirului este:

c) Al cincizecelea termen al șirului este:

14. a) Cel mai mic număr impar format din trei cifre diferite este

b) Cel mai mare număr par format din trei cifre diferite este

c) Cu cifra 3 încep numere naturale formate din două cifre.



15. Numerele naturale:

- a) 1650; b) 2015; c) 1443; d) 40 000

scrise cu cifre romane sunt:

- a); b); c); d)

16. a) Numerele naturale de două cifre care au cifra unităților triplul cifrei zecilor sunt:

b) Numerele naturale de trei cifre distincte care se pot forma cu ajutorul cifrelor 0, 1 și 7 sunt:

c) Numerele naturale de trei cifre în care cifra zecilor este triplul cifrei sutelor, iar cifra unităților este dublul cifrei sutelor sunt:

17. Numerele:

- a) CVI; b) CDLXV; c) MCMIV; d) \overline{XC}

scrise cu cifre arabe sunt:

- a); b); c); d)

18. Numerele impare de forma $\overline{6x9y}$ și cu suma cifrelor egală cu 26 sunt:

19. Numerele naturale de forma \overline{abcd} cu cifre distincte pentru care $a + d = b + c = 5$ sunt:

20. a) Predecesorul celui mai mic număr natural de trei cifre distincte este

b) Succesorul celui mai mare număr natural de trei cifre distincte este



1.1 Punct, dreaptă, plan, semiplan, semidreaptă, segment

1. a) Notați punctele din figura 1a.

Punctele se notează cu

b) Notați dreptele din figura 1b.

Dreptele se notează cu

c) Notați planele din figura 1c.

Planele se notează cu



Fig. 1a



Fig. 1b



Fig. 1c

2. a) Se numește *figură geometrică*

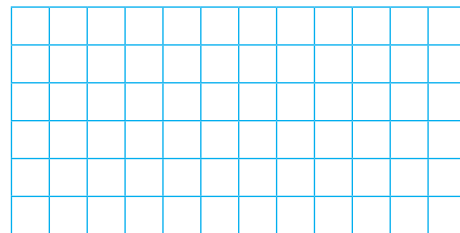
b) Instrumentele necesare realizării unei figuri geometrice sunt

3. Un punct determină pe o dreaptă două cu aceeași origine.

a) Desenați o dreaptă MN pe care luați un punct O situat între M și N .

b) Cele două figuri geometrice determinate de punctul O sunt

c) Punctul O reprezintă celor două semidrepte.

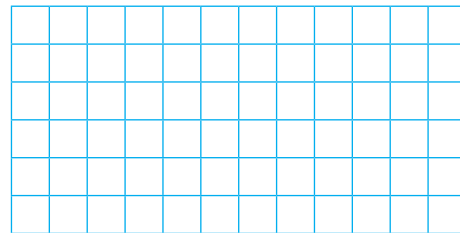


4. Două puncte distincte determină pe o dreaptă un

a) Desenați o dreaptă d pe care fixați două puncte distincte A și B .

b) Mulțimea punctelor dreptei d situate între A și B este

c) Punctele A și B reprezintă

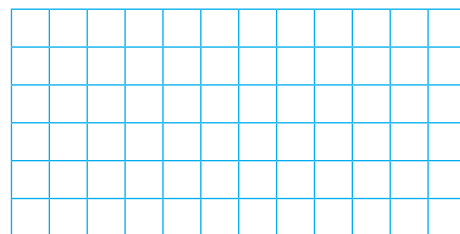


5. O dreaptă determină într-un plan două care au ca frontieră dreapta d .

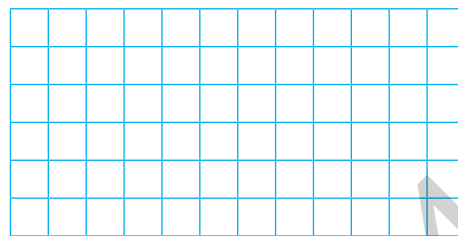
a) Desenați un plan α și o dreaptă d conținută în planul α .

b) Cele două figuri geometrice determinate de dreapta d în planul α sunt

c) Dreapta d reprezintă celor două semiplane.



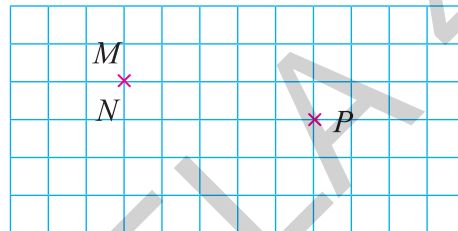
6. Determinați cel mai mic număr de puncte din plan care determină exact trei drepte. Realizați desenul corespunzător.



7. Observați cu atenție figura alăturată și completați spațiile punctate pentru a obține propoziții adevărate.

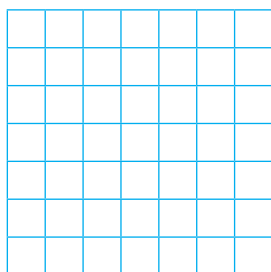
a) Punctele M și N sunt

b) Punctele M și P sunt

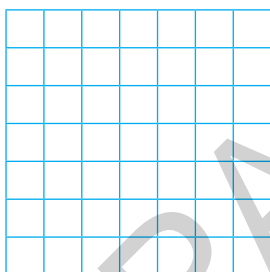


8. Desenați:

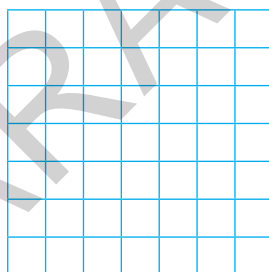
- a) o dreaptă d , un punct A exterior dreptei și două puncte C și D care să aparțină dreptei d ;
- b) o dreaptă d , un punct M care să aparțină dreptei și colorați două semidrepte;
- c) trei semidrepte cu aceeași origine O ;
- d) un plan în care să fie evidențiate două semiplane, colorând unul dintre ele.



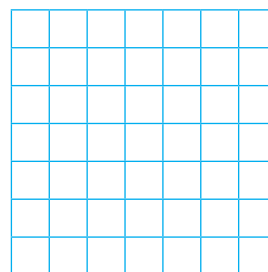
a)



b)



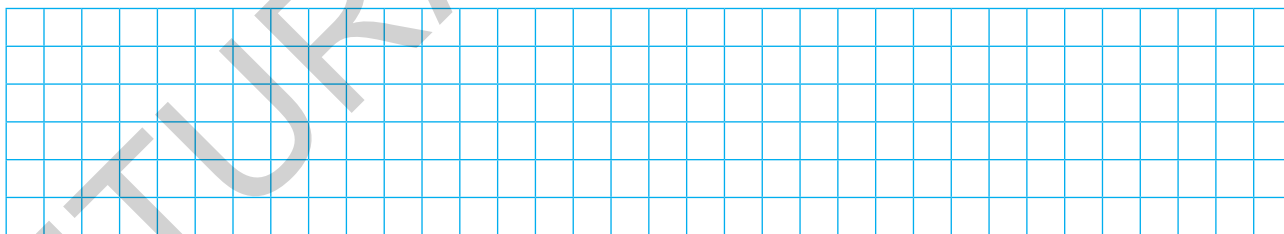
c)



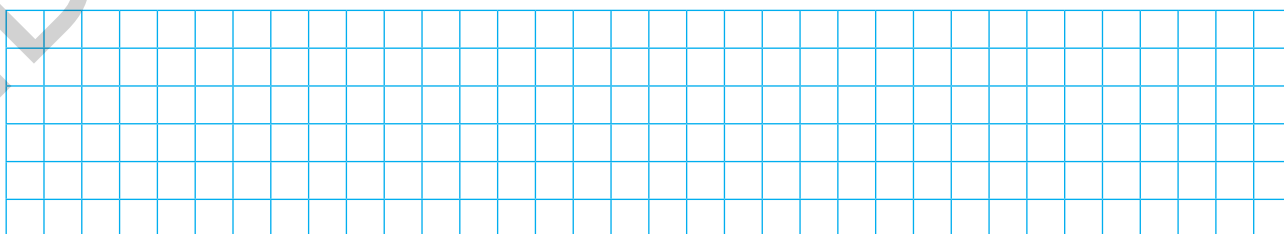
d)

9. a) Desenați un segment AB și apoi luați două puncte M și N , astfel încât M să fie între A și N , iar N să fie între M și B .

b) Scrieți toate segmentele determinate de cele patru puncte.



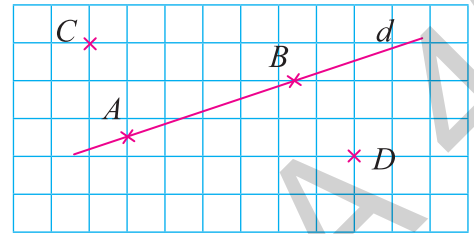
10. Realizați un desen și stabiliți poziția punctelor A și B față de o dreaptă d , știind că punctele A și C , respectiv B și C , sunt situate în semiplane diferite determinate de dreapta d .





Pozițiile unui punct față de o dreaptă. Pozițiile relative a două drepte

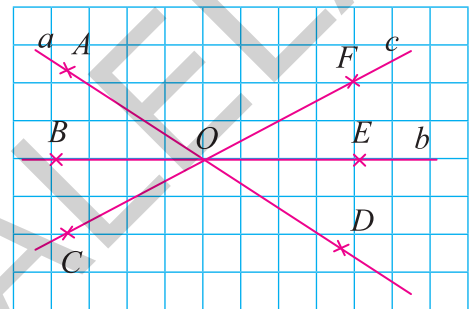
- Dacă punctele A și B se află pe dreapta d , se spune că punctele aparțin dreptei d și se notează $A \in d$ și $B \in d$.
 - Dacă punctele C și D nu se află pe dreapta d , se spune că punctele nu aparțin dreptei d și se notează $C \notin d$ și $D \notin d$.



- Pentru fiecare punct din figura alăturată scrieți cărei drepte îi aparține și cărei drepte nu îi aparține.

Exemple: $A \in a, A \notin b, A \notin c$;

- B
- C
- D
- E
- F
- O



- „Prin două puncte distincte trece o dreaptă și numai una” (axioma dreptei). Altfel spus, două puncte distincte A și B determină dreapta AB .

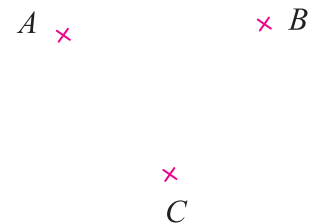
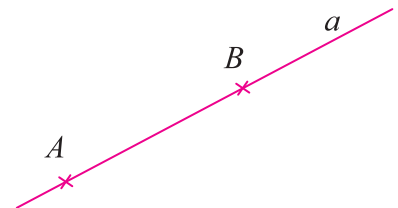
- Dacă două puncte distincte A și B sunt situate pe dreapta a , se notează $A \dots a, B \dots a$, dreapta a coincide cu dreapta AB și se notează $a \dots AB$.

- Se spune despre dreptele a și AB că sunt

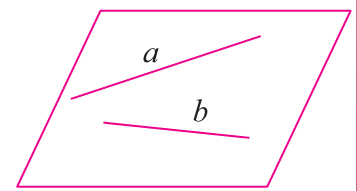
- Trei sau mai multe puncte se numesc **coliniare** dacă și **necoliniare** dacă

- Fie A, B, C trei puncte necoliniare. Desenați toate dreptele determinate de perechile de puncte ce se pot forma în figura alăturată.

Rezolvare: Dreptele sunt:



- Două drepte a și b care se află în același plan α se numesc drepte și se notează $a \subset \alpha$ și $b \subset \alpha$ (se citește: dreapta a este inclusă sau conținută în planul α și dreapta b este inclusă sau conținută în planul α).



b) Dacă două drepte nu se află în același plan, atunci ele se numesc drepte

6. Dreptele coplanare pot avea:

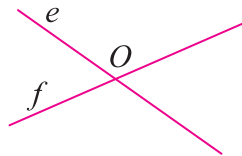
a) toate punctele comune și în acest caz cele două drepte sunt sau și se notează

b) un singur punct comun și în acest caz cele două drepte sunt sau și se notează

c) niciun punct comun și în acest caz cele două drepte sunt și se notează



a)



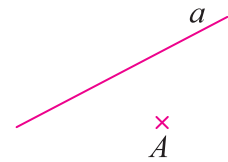
b)



c)

7. „Printr-un punct exterior unei drepte se poate trasa o singură paralelă la dreapta respectivă” (axioma paralelelor).

Trasați paralela prin punctul A la dreapta a , notați-o cu b și notați faptul că cele două drepte sunt paralele: $a \dots b$.

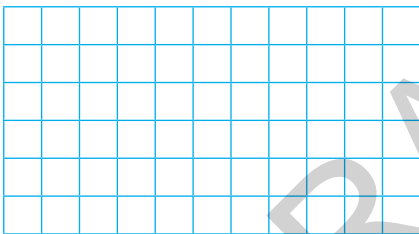


8. Desenați și notați corespunzător:

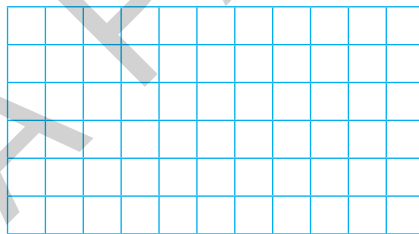
a) două drepte concurente;

b) două drepte paralele;

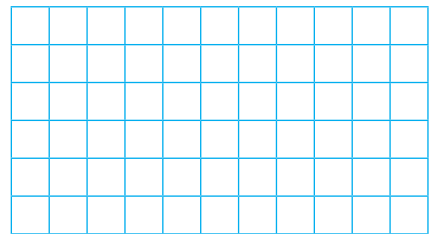
c) patru puncte, dintre care exact trei coliniare.



a)



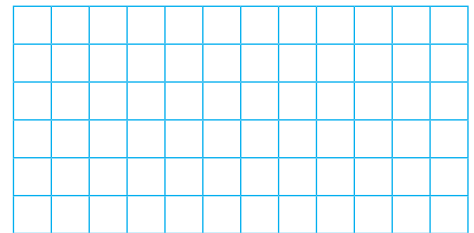
b)



c)

9. Se consideră punctele A, B, C și D , astfel încât punctele A, B, C sunt coliniare, dar și punctele B, C, D sunt coliniare. Demonstrați că punctele A, B, C, D sunt coliniare.

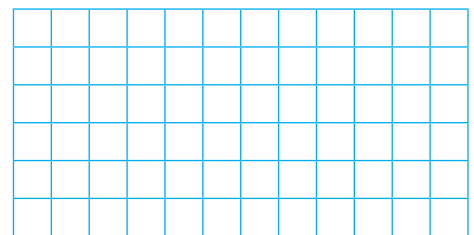
Soluție:



10. Se consideră dreptele a și b paralele și punctele M și N pe dreapta b .

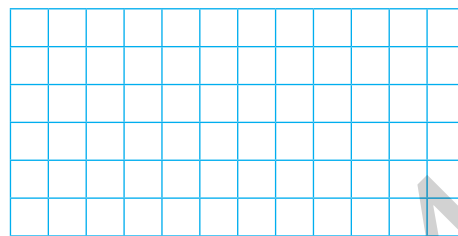
a) Realizați un desen care să illustreze datele problemei.

b) Stabiliți poziția dreptei MN față de dreapta a și față de dreapta b .



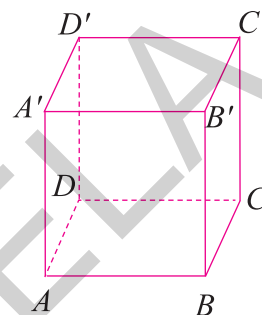
11. Se consideră o dreaptă a și punctele M și N astfel încât M să aparțină dreptei a și N să nu aparțină dreptei a .

- Realizați un desen care să illustreze datele problemei.
- Dreptele MN și a sunt
- Reformulați enunțul astfel încât dreptele a și MN să fie paralele.



12. Studiați cu atenție paralelipipedul din figura alăturată și dați câte trei exemple de drepte:

- necoplanare:
- coplanare paralele:
– coplanare concurente (secante):

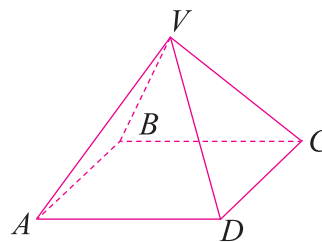


13. Citiți cu atenție propozițiile care urmează și specificați care este adevărată și care este falsă:

- Două drepte necoplanare au puncte comune.
- Două drepte coplanare nu pot avea puncte comune.
- Orice două drepte coplanare sunt secante.
- Orice două drepte paralele nu au puncte comune.

14. Fie piramida cu baza pătrat din figura următoare. Fiecare față a piramidei determină un plan și fiecare muchie determină o dreaptă.

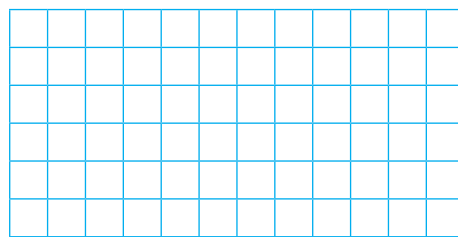
- Scrieți planele reprezentate în figură.
- Scrieți dreptele reprezentate în figură.
- Scrieți toate perechile de drepte paralele.
- Scrieți toate perechile de drepte secante.
- Scrieți toate perechile de drepte necoplanare.
- Scrieți trei drepte concurente.



Soluție: a)
b)
c)
d)
e)
f)

15. Desenați cinci puncte A, B, C, D, E , astfel încât oricare trei dintre ele să fie necoliniare. Desenați dreptele determinate de aceste puncte și numiți-le.

Soluție: Dreptele sunt:
.....



1.3

Distanța dintre două puncte. Segmente congruente

1. Fiind date două puncte distincte A și B , se numește **segment determinat de punctele A și B** mulțimea tuturor punctelor dreptei AB situate „între” A și B . Punctele A și B se numesc sau (fig. 1).



Fig. 1

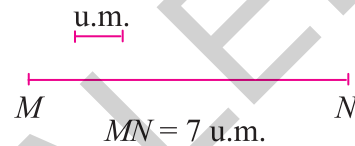
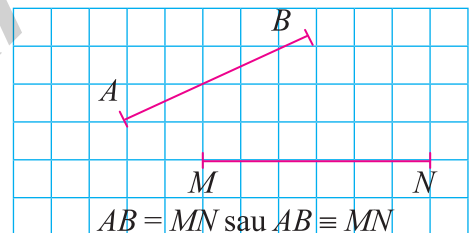


Fig. 2

2. a) Un segment ales ca unitate de măsură se numește
 b) Măsurând un segment MN cu ajutorul segmentului unitate se află
 c) Prin **distanța dintre două puncte M și N** se înțelege (fig. 2).

3. a) Două segmente care au aceeași lungime se numesc

b) Segmentele AB și MN au aceeași lungime; înseamnă că segmentele AB și MN sunt și se notează



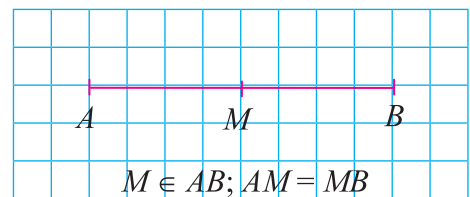
4. a) A măsura un segment AB înseamnă

b) Instrumentele folosite pentru măsurarea unui segment sunt:

5. În figura alăturată, punctul M se află pe segmentul AB și împarte segmentul AB în două segmente congruente. Se spune că:

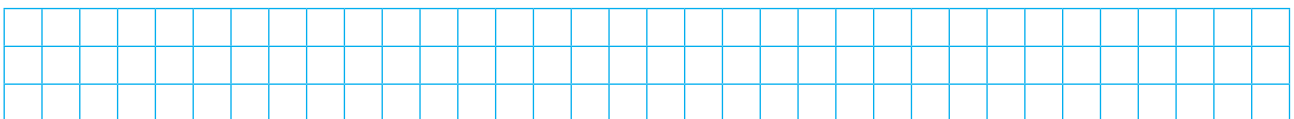
a) punctul M este

b) punctele A și B sunt



6. În general, două puncte distincte A și B sunt **simetrice față de un punct O** , dacă punctul O este

7. Desenați două drepte a și b concurente în punctul O . Alegeți două puncte M și N pe dreapta a și alte două puncte P și Q pe dreapta b , astfel încât $MN = 3$ cm, iar punctul O să fie mijlocul segmentelor congruente MN și PQ .



Cuprins

ALGEBRĂ

CAPITOLUL I. NUMERE NATURALE

I.1.	Scrierea și citirea numerelor naturale	5
I.2.	Reprezentarea numerelor naturale pe axa numerelor. Compararea și ordonarea numerelor naturale; estimări, aproximări.....	9
I.3.	Operații cu numere naturale. Adunarea și scăderea numerelor naturale	12
I.4.	Operații cu numere naturale. Înmulțirea și împărțirea numerelor naturale	15
I.5.	Operații cu numere naturale. Puterea cu exponent natural a unui număr natural	23
I.6.	Scrierea în baza 10. Scrierea în baza 2	28
I.7.	Metode aritmetice de rezolvare a problemelor	32
	I.7.1. Metoda reducerii la unitate.....	32
	I.7.2. Metoda comparației.....	33
	I.7.3. Metoda figurativă	33
	I.7.4. Metoda mersului invers.....	33
	I.7.5. Metoda falsei ipoteze	34
I.8.	Divizibilitatea numerelor naturale	39

CAPITOLUL II. FRAȚII ORDINARE. FRAȚII ZECIMALE

II.1.	Frații ordinare	44
	II.1.1. Frații ordinare. Frații subunitare, echiunitare, supraunitare. Procente. Frații echivalente	44
	II.1.2. Compararea fracțiilor cu același numitor și a celor cu același numărător. Reprezentarea pe axa numerelor a unei fracții ordinare.....	51
	II.1.3. Introducerea întregilor în fracție. Scoaterea întregilor din fracție	54
	II.1.4. Cel mai mare divizor comun a două numere naturale. Amplificarea și simplificarea fracțiilor. Frații ireductibile	56
	II.1.5. Cel mai mic multiplu comun a două numere naturale. Aducerea fracțiilor la un numitor comun	60
	II.1.6. Operații cu fracții ordinare.....	63
	II.1.7. Frații. Procente dintr-un număr natural sau dintr-o fracție ordinară.....	72
II.2.	Frații zecimale	76
	II.2.1. Scrierea fracțiilor ordinare cu numitori puteri ale lui 10 sub formă de fracții zecimale. Transformarea unei fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule într-o fracție ordinară.....	76
	II.2.2. Aproximări. Compararea, ordonarea și reprezentarea pe axa numerelor a unor fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule.....	79
	II.2.3. Operații cu fracții zecimale. Adunarea, scăderea și înmulțirea fracțiilor zecimale	83
	II.2.4. Operații cu fracții zecimale. Împărțirea a două numere naturale cu rezultat fracție zecimală. Periodicitate. Media aritmetică a două sau mai multor numere naturale	89

II.2.5. Operații cu fracții zecimale. Împărțirea unei fracții zecimale cu un număr finit de zecimale la un număr natural nenul. Împărțirea a două fracții zecimale cu un număr finit de zecimale nenule. Transformarea unei fracții zecimale periodice în fracție ordinară.....	93
II.2.6. Număr rațional pozitiv. Ordinea efectuării operațiilor cu numere raționale pozitive	98
II.2.7. Metode aritmetice pentru rezolvarea problemelor cu fracții în care intervin și unități de măsură pentru lungime, arie, volum, capacitate, masă, timp și unități monetare.....	101
II.2.8. Probleme de organizare a datelor. Frecvență. Date statistice organizate în tabele. Grafice cu bare și cu linii. Media unui set de date statistice.....	105

GEOMETRIE

CAPITOLUL I. ELEMENTE DE GEOMETRIE ȘI UNITĂȚI DE MĂSURĂ

I.1. Punct, dreaptă, plan, semiplan, semidreaptă, segment	113
I.2. Pozițiile unui punct față de o dreaptă. Pozițiile relative a două drepte	115
I.3. Distanța dintre două puncte. Segmente congruente	118
I.4. Unghi: definiție, notații, elemente	121
I.5. Măsurarea unghiurilor. Unghiuri congruente. Clasificarea unghiurilor	123
I.6. Calcule cu măsuri de unghiuri exprimate în grade și minute sexagesimale.....	126
I.7. Figuri geometrice. Axa de simetrie	130
I.8. Unități de măsură.....	133
I.8.1. Unități de măsură pentru lungime. Perimetrul	133
I.8.2. Unități de măsură pentru arie. Aria pătratului. Aria dreptunghiului	137
I.8.3. Unități de măsură pentru volum. Volumul cubului. Volumul paralelipipedului dreptunghic	141

TESTE RECAPITULATIVE	147
-----------------------------------	-----

SOLUȚII	160
----------------------	-----