

Gheorghe IUREA
Adrian ZANOSCHI
Gabriel POPA
Gabriela ZANOSCHI
Ioana ANTON

matematică

aritmetică

geometrie

clasa a V-a

ediția a IV-a

mate 2000 – standard

Editura Paralela 45

Acest auxiliar didactic este aprobat pentru utilizarea în unitățile de învățământ preuniversitar prin O.M.E. nr. 5358/01.09.2022.

Lucrarea este elaborată în conformitate cu Programă școlară în vigoare pentru clasa a V-a, aprobată prin O.M.E.N. nr. 3393/28.02.2017.

Redactare: Andreea Roșca
Tehnoredactare: Carmen Rădulescu
Pregătire de tipar: Marius Badea
Design copertă: Mirona Pintilie

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României

Matematică : aritmetică, geometrie : clasa a V-a / Gheorghe Iurea, Adrian Zanoschi, Gabriel Popa, – Ed. a 4-a. – Pitești : Paralela 45, 2024
ISBN 978-973-47-4104-5

I. Iurea, Gheorghe
II. Zanoschi, Adrian
III. Popa, Gabriel

51

COMENZI – CARTEA PRIN POȘTĂ

EDITURA PARALELA 45

Bulevardul Republicii, nr. 148, Clădirea C1, etaj 4, Pitești,
jud. Argeș, cod 110177

Tel.: 0248 633 130; 0753 040 444; 0721 247 918

Tel./fax: 0248 214 533; 0248 631 439; 0248 631 492

E-mail: comenzi@edituraparelela45.ro

www.edituraparelela45.ro

Tiparul executat la tipografia Editurii Paralela 45

E-mail: tipografie@edituraparelela45.ro

Copyright © Editura Paralela 45, 2024

Prezenta lucrare folosește denumiri ce constituie mărci înregistrate,
iar conținutul este protejat de legislația privind dreptul de proprietate intelectuală.
www.edituraparelela45.ro

Stimate cadre didactice/dragi elevi,

Vă mulțumim că și în acest an școlar ați ales să utilizați auxiliarele din colecția **Mate 2000+**!

Mate 2000+ este cea mai longevivă colecție din domeniul educațional la nivel național și, pentru multe generații de elevi, astăzi părinți, reprezintă sinonimul reușitei în carieră și de ce nu, în viață. Concepută și gândită de un colectiv de specialiști în domeniul educației ca un produs unic pe piața editorială din România, **MATE 2000+** a reușit să se impună, fiind în acest moment lider pe piața auxiliarelor școlare dedicate matematicii.

Tehnologia a evoluat, vremurile s-au schimbat, iar toate acestea ne fac să credem că și modul de abordare a predării se va schimba treptat. Fideli dezideratului de a oferi elevilor informații de un real folos, avem deosebita plăcere de a vă prezenta **Aplicația MATE 2000+**. Creată într-un mod intuitiv, disponibilă atât în Apple Store, cât și în Play Store, cu secțiuni dedicate elevilor și profesorilor, aplicația îmbogățește partea teoretică din auxiliarele noastre.

Rolul **aplicației MATE 2000+** este de a oferi elevilor posibilitatea de a urmări într-un mod sistematizat conținuturile esențiale din programă, iar pentru profesori reprezintă un sprijin important pentru organizarea eficientă a lecțiilor, atât la clasă, cât și în sistem online.

Vă dorim o experiență de utilizare excelentă!
Echipa Editurii Paralela 45

CUVÂNT-ÎNAINTE

Seria „Mate 2000⁺ Standard”, adresată elevilor de gimnaziu, a apărut din necesitatea sistematizării și a interpretării creative și aplicative a noțiunilor din programa în vigoare, având drept scop armonizarea practicii școlare cu setul de competențe impuse de această programă, dar și cu specificul subiectelor examenului de Evaluare Națională. Astfel, această serie însoțește elevii în trecerea de la înțelegerea noțiunilor și formarea deprinderilor elementare de operare cu acestea la dezvoltarea raționamentului matematic riguros.

Autorii au modelat conceptele și noțiunile abstracte firește din domeniul, astfel încât elevul să vadă și să exerseze aplicațiile practice ale matematicii, fiind pus permanent în situația de a adapta aparatul teoretic la necesitățile și provocările vieții de zi cu zi. Învățarea devine, prin această deschidere către realitatea concretă, plăcută și necesară.

Prezentul volum începe cu trei teste corespunzătoare evaluării inițiale. Capitolele sunt împărțite în lecții conform programei școlare și se încheie, fiecare, cu câte două teste sumative; la capitolele cu un număr mare de lecții au fost intercalate și teste de evaluare intermediară. Fiecare lecție debutează cu un set de aspecte teoretice (definiții, formule, concepte utilizate), fiind urmat de câteva probleme rezolvate detaliat și de un număr de probleme reprezentative pentru tematica atinsă. Problemele propuse sunt organizate gradual, atât ca dificultate, cât și din punct de vedere metodic. Acestea respectă standardele de formă și conținut, precum și gradele de dificultate specifice Evaluării Naționale, iar cele care depășesc acest grad – puține la număr – sunt marcate prin asterisc. Toate problemele au, la finalul culegerii, indicații de rezolvare, răspunsuri sau soluții complete. Culegerea se încheie cu un capitol destinat recapitulării finale, urmat de trei teste finale.

Sperăm că această carte va aduce bucuria cunoașterii și a înțelegerii conceptelor matematice pentru elevii cărora le este adresată, iar colegii noștri profesori o vor primi ca pe un instrument util în demersul lor didactic.

Succes tuturor!

Autorii

TESTE ÎNȚIALE

Se acordă 1 punct din oficiu. Timp de lucru: 50 de minute.

TESTUL 1

- (2p) 1. Calculați: $100 + 36 : 9 \cdot 4 - 108$.
- (2p) 2. Zece caiete de același fel costă 40 de lei. Aflați câți lei costă cinci dintre aceste caiete.
- (1p) 3. Calculați perimetrul unui dreptunghi, știind că lățimea sa este de 10 cm, iar lungimea sa este de două ori mai mare decât lățimea.
- (1p) 4. Calculați suma tuturor numerelor naturale de două cifre care au cifra zecilor cu 7 mai mică decât cifra unităților.
- (1p) 5. În fiecare zi dintr-o săptămână, temperatura medie a crescut cu 2°C față de ziua precedentă, iar luni temperatura medie a fost de 6°C . Aflați temperatura medie în ziua de duminică a respectivei săptămâni.
- (1p) 6. Ioana are două cutii, fiecare cu câte 12 biscuiți. Ea împarte, în mod egal, toți biscuiții cu cele două surori ale sale. Cu câți biscuiți rămâne ea?
- (1p) 7. Un vas plin cu zahăr cântărește 450 de grame. Dacă se scoate jumătate din cantitatea de zahăr, vasul și zahărul rămas cântăresc 250 de grame. Aflați câte grame cântărește vasul gol.

TESTUL 2

- (2p) 1. Calculați: $250 - 20 : (13 \cdot 9 + 3 - 118)$.
- (2p) 2. Sfertul jumătății unui număr natural este 74. Aflați numărul.
- (1p) 3. Găsiți cel mai mic număr natural cu suma cifrelor egală cu 10.
- (1p) 4. Bunica lui Mihai a început un tratament în care trebuie să ia, în total, 18 pastile, câte una la fiecare 8 ore. Mihai a socotit că tratamentul va dura exact 6 zile. A calculat el corect durata tratamentului?
- (1p) 5. Andrei avea, la un moment dat, 100 de timbre în colecția lui. Aflați câte timbre va avea el, după ce primește de la mama sa 25 de timbre și de la tatăl său triplul numărului de timbre pe care i le-a dat mama.
- (1p) 6. Aflați câți lei costă 1 kilogram de pere, știind că 2 kilograme de mere și 1 kilogram de pere costă împreună 15 lei, iar 3 kilograme de mere și 2 kilograme de pere costă, în total, 26 de lei.

NUMERE NATURALE

CAPITOLUL I OPERAȚII CU NUMERE NATURALE

I.1. SCRIEREA ȘI CITIREA NUMERELOR NATURALE



• Numerele naturale **se scriu** ca o succesiune de unul sau mai multe simboluri numite **cifre arabe**: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

O cifră se poate repeta în scrierea unui număr natural, iar prima cifră a oricărui număr natural de cel puțin două cifre este întotdeauna nenulă.

• Acest mod de scriere a unui număr natural se numește **sistem zecimal** (sau **scriere în baza zece**), deoarece sunt folosite 10 cifre, iar 10 unități de un anumit ordin formează o unitate de ordin imediat superior.

• Scrierea numerelor naturale în baza zece este una pozițională, întrucât valoarea unei cifre depinde de poziția ocupată de aceasta.

• Pentru un număr de două cifre folosim notația $\overline{ab}$, unde a și b reprezintă cifre în sistem zecimal, cu $a \neq 0$. Descompunerea numărului $\overline{ab}$ în baza 10 este:

$$\overline{ab} = 10 \cdot a + b.$$

• Pentru un număr de trei cifre folosim notația $\overline{abc}$, unde a , b și c reprezintă cifre în sistem zecimal, cu $a \neq 0$. Descompunerea numărului $\overline{abc}$ în baza 10 este:

$$\overline{abc} = 100 \cdot a + 10 \cdot b + c.$$

Similar se procedează cu numere de patru sau mai multe cifre.

• Pentru a **citi** un număr natural scris în baza zece, grupăm cifrele numărului respectiv câte trei, de la dreapta la stânga; grupele formate se numesc **clase**. Fiecare clasă este compusă din unități, zeci și sute (de la dreapta la stânga). Denumirile claselor, de la dreapta la stânga, sunt: clasa unităților, clasa miilor, clasa milioanei, clasa miliardelor etc. De exemplu, numărul 257 340 198 se citește „două sute cincizeci și șapte de milioane trei sute patruzeci de mii o sută nouăzeci și opt”, iar tabelul de mai jos evidențiază poziția și denumirea fiecărei cifre.

clasa milioanei			clasa miilor			clasa unităților		
sute	zeci	unități	sute	zeci	unități	sute	zeci	unități
2	5	7	3	4	0	1	9	8

PROBLEME REZOLVATE

1. Răsturnatul numărului natural $\overline{abcd}$, cu $d \neq 0$, este numărul natural $\overline{dcba}$. Aflați toate numerele naturale de patru cifre, știind că fiecare număr este egal cu răsturnatul său și suma cifrelor sale este egală cu 6.

Soluție: Căutăm numerele naturale $\overline{abcd}$ cu $\overline{abcd} = \overline{dcba}$, de unde $a = d$ și $b = c$. În plus, numerele $\overline{abba}$ au proprietatea că $a + b + b + a = 6$, deci $a + b = 3$. Soluțiile problemei sunt: 1221, 2112 și 3003.

2. Aflați toate numerele naturale de cinci cifre, scrise în baza zece, care au:

- cifra unităților cu 3 mai mare decât cifra zecilor;
- cifra miilor egală cu cea mai mare cifră pară;
- cifra sutelor cu 2 mai mică decât cifra unităților;
- produsul cifrelor egal cu 0;
- toate cifrele diferite între ele.

Soluție: Căutăm numerele naturale de forma $\overline{a8bcd}$, cu $d = c + 3$, $b = d - 2$, și $a \cdot 8 \cdot b \cdot c \cdot d = 0$. Cum $b = c + 1$ și $d = c + 3$, deducem că $b \neq 0$ și $d \neq 0$. De asemenea, $a \neq 0$ (cifra de pe prima poziție), deci este necesar ca $c = 0$, de unde $b = 1$, $d = 3$, iar a poate lua oricare dintre valorile 2, 4, 5, 6, 7, 9. Numerele căutate sunt: 28103, 48103, 58103, 68103, 78103 și 98103.

PROBLEME PROPUSE

1. Scrieți, în baza zece, numerele următoare:

- | | |
|--------------------------------|--|
| a) douăzeci și patru; | b) nouăsprezece; |
| c) patru sute cinci; | d) opt sute șaisprezece; |
| e) trei sute treizeci și trei; | f) o mie patru; |
| g) cinci mii opt sute zece; | h) șapte mii trei sute patruzeci și opt. |

2. Scrieți, în baza zece, numerele următoare:

- a) treizeci de mii patru sute treisprezece;
- b) cincisprezece mii două sute patruzeci și trei;
- c) șase sute opt mii opt sute șase;
- d) patru milioane șase sute șapte mii;
- e) treisprezece milioane nouă sute șase mii o sută doi;
- f) nouă sute de milioane nouă sute nouă.

3. Citiți numerele naturale de mai jos:

- | | | | | | |
|-------|--------|--------|---------|---------|---------|
| a) 7; | b) 19; | c) 43; | d) 109; | e) 310; | f) 925. |
|-------|--------|--------|---------|---------|---------|

4. Citiți următoarele numere naturale:

- | | | | | | |
|----------|------------|------------|-------------|---------------|----------------|
| a) 1307; | b) 93 002; | c) 27 413; | d) 123 321; | e) 4 309 005; | f) 28 008 200. |
|----------|------------|------------|-------------|---------------|----------------|

5. Aflați toate numerele naturale de două cifre, având cifra unităților egală cu dublul cifrei zecilor.

RECAPITULARE ȘI SISTEMATIZARE PRIN TESTE

Se acordă 1 punct din oficiu. Timp de lucru: 50 de minute.

TESTUL 1

- (3p) 1. Calculați:
a) $14 : 2 + 3 \cdot 21 - 10 \cdot 7$; b) $70 : (11 + 8 \cdot 3)$;
c) $31 \cdot 5 + 31 \cdot 7 + 31 \cdot 49 - 31 \cdot 60$; d) $4343 : 43 \cdot 2$.
- (1p) 2. Aflați numărul natural nenul x cu proprietatea că $13 \cdot 12 + 432 : x = 183$.
- (1p) 3. Dacă $a + b = 12$ și $b + c = 20$, calculați $3a + 7b + 4c$.
- (1p) 4. Rotunjiți la sute cel mai mic număr natural cu suma cifrelor egală cu 22.
- (1p) 5. Pentru scrierea numerelor folosite la paginarea unei cărți s-au folosit 714 cifre. Aflați câte pagini are cartea.
- (1p) 6. Determinați numărul natural n , dacă $2 + 4 + 6 + \dots + 88 + 7 \cdot n = 2057$.
- (1p) 7. Determinați numărul natural $\overline{abc}$ care împărțit la 5 dă câtul $\overline{bc}$ și restul a .

TESTUL 2

- (2p) 1. a) Scrieți cel mai mic număr natural format din patru cifre distincte, cu cifra zecilor 1.
b) Scrieți cel mai mare număr de patru cifre, cu cifra sutelor 3.
c) Scrieți cel mai mic număr natural de cinci cifre diferite, având produsul cifrelor egal cu 0.
- (1p) 2. Calculați:
a) $(22 \cdot 21 - 21 \cdot 20) : 6$; b) $25 \cdot 9 + 13 \cdot 14 - 150$.
- (2p) 3. Comparați numerele naturale:
a) $a = 2021 - (2020 - 1)$ și $b = 2021 - 2020 - 1$;
b) $x = 7 + 9 + 11 + \dots + 209$ și $y = \underbrace{102 + 102 + \dots + 102}_{108 \text{ termeni}}$.
- (1p) 4. Suma dintre un număr natural și răsturnatul său este egală cu 323. Aflați aproximarea la zeci prin lipsă a diferenței dintre numărul dat și răsturnatul său.
- (1p) 5. Calculați $\overline{abcabc} : \overline{abc} - \overline{abab} : \overline{ab} + 9 \cdot \overline{aa} : a$.
- (1p) 6. Diferența a două numere naturale este egală cu 147. Împărțind numărul mai mare la numărul mai mic obținem câtul 15 și restul 7. Aflați cele două numere.
- (1p) 7. Aflați restul împărțirii numărului natural $a = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 37 + 200$ la 45.

CAPITOLUL III

DIVIZIBILITATEA NUMERELOR NATURALE

III.1. DIVIZOR. MULTIPLU. DIVIZORI COMUNI. MULTIPLI COMUNI



1. Fie a și b două numere naturale. Spunem că a este divizibil cu b sau că b îl divide pe a dacă există un număr natural c , astfel încât $a = b \cdot c$. În acest caz, notăm $b \mid a$ (b divide pe a) sau $a : b$ (a este divizibil cu b).

Dacă a este divizibil cu b , spunem că a este un **multiplu** al lui b , iar b este un **divizor** al lui a .

Dacă b este diferit de 0, atunci a este divizibil cu b dacă și numai dacă restul împărțirii lui a la b este 0 (a se împarte exact la b).

Dacă a nu este divizibil cu b , notăm $b \nmid a$ sau $a \nmid b$.

Exemple: $2 \mid 12$, $3 \mid 63$, $13 \mid 39$, $29 \mid 0$, $0 \nmid 14$, $15 \nmid 35$.

2. Singurul număr natural care are o infinitate de divizori este 0 și singurul număr natural care are un singur divizor este 1.

3. Orice număr natural diferit de 1 are cel puțin doi divizori: 1 și numărul însuși. Aceștia se numesc **divizorii improprii** ai numărului, iar ceilalți divizori, dacă există, se numesc **divizori proprii**.

Exemple: 1 și 18 sunt divizorii improprii, iar 2, 3, 6 și 9 sunt divizorii proprii ai numărului 18.

4. Considerăm numerele naturale 12 și 18.

Divizorii lui 12 sunt: 1, 2, 3, 4, 6 și 12, iar divizorii lui 18 sunt: 1, 2, 3, 6, 9 și 18.

Divizorii comuni ai numerelor 12 și 18 sunt: 1, 2, 3 și 6. Observăm că toți acești divizori comuni sunt divizorii celui mai mare dintre ei, adică ai lui 6.

Multiplii lui 12 sunt: 0, 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, ..., iar multiplii lui 18 sunt: 0, 18, 36, 54, 72, 90, ...

Multiplii comuni ai numerelor 12 și 18 sunt: 0, 36, 72, 108, 144, ... Există o infinitate de multipli comuni, dar toți sunt multiplii celui mai mic dintre ei care este diferit de 0, adică ai lui 36.



PROBLEME REZOLVATE

1. Arătați că, pentru orice număr natural n , $n \geq 3$, numărul $a = 2 \cdot 5^{n+1} + 3 \cdot 5^{n+5} + 5^{n-3} \cdot 5^4$ este divizibil cu 313.

Soluție: Deoarece $a = 2 \cdot 5^{n+1} + 3 \cdot 5^{n+5} + 5^{n+1} = 5^{n+1}(2 + 3 \cdot 5^4 + 1) = 5^{n+1} \cdot 1878 = 5^{n+1} \cdot 313 \cdot 6$, rezultă că a este divizibil cu 313.

2. Trei autobuze pleacă la ora 7 din garaj și se întorc astfel: primul peste 2 ore și 10 minute și pleacă din nou pe traseu peste 20 de minute, al doilea se întoarce după 1 oră și 48 de minute și pleacă din nou peste 12 minute, iar al treilea vine peste 1 oră și 36 de minute și pleacă din nou peste 4 minute. Care este următoarea oră la care cele trei autobuze vor pleca din nou în același timp din garaj?

Soluție: Cele trei autobuze pleacă din garaj astfel: primul din 150 în 150 de minute, al doilea din 120 în 120 de minute, iar al treilea din 100 în 100 de minute. Dacă cele trei autobuze pleacă din nou împreună din garaj după x minute (de la ora 7), atunci x este un multiplu comun al numerelor 150, 120 și 100, deci x poate fi 600, 1200 etc. Deci, următoarea oră la care cele trei autobuze vor pleca din nou în același timp este ora 17 (7 + 10).

PROBLEME PROPUSE

- Arătați că:
 - 46 se divide cu 2;
 - 5151 se divide cu 17;
 - 95 nu se divide cu 3;
 - 1659 se divide cu 7;
 - 1991 se divide cu 11;
 - 2297 nu se divide cu 28.
- Arătați că:
 - 54 este un divizor al numărului 1566;
 - 1692 este un multiplu al numărului 47;
 - 31 nu este un divizor al numărului 962;
 - 245 nu este un multiplu al numărului 15.
- Arătați că:
 - $18 \mid 3060$;
 - 35 divide pe 630;
 - 97 este un divizor al numărului 4656;
 - $308 : 77$;
 - 2285 se divide cu 457;
 - 140 este un multiplu al numărului 28.
- Scrieți toți divizorii următoarelor numere naturale:
 - 13;
 - 18;
 - 24;
 - 36.
- Scrieți toate numerele naturale nenule mai mici decât 100 care îndeplinesc proprietatea:
 - se divid cu 12;
 - se divid cu 18, dar nu se divid cu 12;
 - se divid cu 12 sau se divid cu 18;
 - se divid cu 18;
 - se divid cu 12 și cu 18;
 - se divid cu 12;
 - se divid cu 12, dar nu se divid cu 18;
- Determinați toate numerele naturale divizibile cu 53, cuprinse între 300 și 500.
- Câte numere de două cifre sunt divizibile cu 12? Calculați suma acestor numere.
- Scrieți toți multiplii numărului 13 care sunt mai mici decât 65.
 - Scrieți toți multiplii numărului 17 care sunt cel puțin egali cu 85 și cel mult egali cu 170.

FRACȚII ORDINARE. FRACȚII ZECIMALE

CAPITOLUL IV FRACȚII ORDINARE

IV.1. FRACȚII ORDINARE. FRACȚII SUBUNITARE, ECHIUNITARE, SUPRAUNITARE. PROCENTE



- Se numește **unitate fracționară** o parte dintr-un întreg care a fost împărțit în părți de mărimi egale.

- Se numește **fracție** sau **raport** una sau mai multe unități fracționare.

- Notăm fracția:

$\frac{a}{b}$ → **numărător** (indică numărul de unități fracționare)
→ **linie de fracție**
→ **numitor** (indică în câte părți de mărimi egale a fost divizat întregul)

- Se numește **raport procentual** sau **procent** fracția $\frac{p}{100}$, care se scrie și sub forma $p\%$ (p la sută).

- Clasificarea fracțiilor:

- fracție subunitară (numărător < numitor); exemple: $\frac{2}{3}, \frac{7}{9}$;

- fracție echiunitară (numărător = numitor); exemple: $\frac{4}{4}, \frac{8}{8}$;

- fracție supraunitară (numărător > numitor); exemple: $\frac{11}{5}, \frac{29}{6}$.



PROBLEME REZOLVATE

1. Scrieți fracțiile de forma $\frac{\overline{a1}}{b7}$, unde $\overline{a1}$ este un număr natural pătrat perfect, iar $\overline{b7}$ este un număr prim de două cifre.

Soluție: $\overline{a1} = 81$, $\overline{b7}$ poate lua valorile 17, 37, 47, 67, 97.

Sunt cinci fracții: $\frac{81}{17}, \frac{81}{37}, \frac{81}{47}, \frac{81}{67}, \frac{81}{97}$.

2. Fie șirul de fracții $\frac{1}{999}, \frac{2}{998}, \frac{3}{997}, \dots, \frac{999}{1}$.

a) Câte fracții sunt în șir?

b) Care este numărul fracțiilor subunitare?

c) Conține acest șir fracții echiunitare?

d) Câte fracții supraunitare sunt?

Soluție: a) 999 de fracții (regula este ca suma dintre numărător și numitor să fie 1000).

b) Sunt 499 de fracții subunitare: $\frac{1}{999}, \frac{2}{998}, \dots, \frac{499}{501}$.

c) Da, $\frac{500}{500}$.

d) $499 = 999 - (499 + 1)$ fracții supraunitare.

PROBLEME PROPUSE

1. Se consideră fracțiile $\frac{1}{8}, \frac{2}{15}, \frac{6}{14}, \frac{12}{8}, \frac{9}{7}, \frac{5}{3}, \frac{3}{5}, \frac{14}{14}, \frac{11}{15}$.

a) Scrieți fracțiile cu numitorul 8.

b) Scrieți fracțiile care au numărătorul un multiplu al lui 3.

c) Scrieți fracțiile care au numărătorul și numitorul prime între ele.

2. Considerăm fracțiile $\frac{2}{3}, \frac{3}{2}, \frac{5}{4}, \frac{6}{6}$.

a) Precizați numărătorul și numitorul fiecărei fracții.

b) Reprezentați fracțiile, considerând întregul un segment cu lungimea de 6 cm.

3. Considerăm un pătrat cu latura de 4 cm. Colorați cu albastru $\frac{5}{16}$ din el și cu gri $\frac{4}{16}$ din el. Ce fracție reprezintă suprafața necolorată?

4. a) Scrieți trei fracții care au numărătorul egal cu 5.

b) Scrieți trei fracții care au numitorul egal cu 8.

c) Scrieți trei fracții care au numărătorul un divizor al lui 18, iar numitorul un multiplu de 5.

5. Câte doimi au:

a) un întreg;

b) doi întregi;

c) o sută de întregi?

6. a) Câte optimi au 8 întregi?

b) Câte treimi au 5 întregi?

c) Câte cincimi au 3 întregi?

7. Câți întregi sunt în:

a) 50 doimi;

b) 35 șeptimi;

c) 40 cincimi;

d) 100 zecimi;

e) 12 treimi;

f) 1000 sferturi?

8. Scrieți ca procente următoarele fracții:

a) $\frac{8}{100}$;

b) $\frac{23}{100}$;

c) $\frac{11}{100}$;

d) $\frac{143}{100}$;

e) $\frac{180}{100}$;

f) $\frac{200}{100}$.

9. Scrieți ca fracții următoarele procente:

a) 2%;

b) 50%;

c) 10%;

d) 20%;

e) 100%;

f) 150%.

IV.8. FRAȚII SAU PROCENTE DINTR-UN NUMĂR NATURAL SAU DINTR-O FRAȚIE ORDINARĂ



- Calculăm o fracție dintr-un număr natural înmulțind fracția cu numărul natural.

$$\frac{a}{b} \text{ din } n = \frac{a}{b} \cdot n = \frac{a \cdot n}{b}, b \neq 0.$$

Exemplu: $\frac{5}{6}$ din 120 = $\frac{5}{6} \cdot \overset{20}{\cancel{120}} = 100$.

- Calculăm o fracție dintr-o fracție înmulțind cele două fracții.

$$\frac{x}{y} \text{ din } \frac{a}{b} = \frac{x}{y} \cdot \frac{a}{b} = \frac{x \cdot a}{y \cdot b}, y \neq 0, b \neq 0.$$

Exemplu: $\frac{2}{3}$ din $\frac{600}{8} = \frac{\overset{50}{\cancel{200}}}{\cancel{3} \cdot \cancel{8}} = 50$.

- Calculăm un procent dintr-un număr natural sau dintr-o fracție înmulțind procentul (scris sub forma $\frac{p}{100}$) cu numărul natural respectiv sau cu fracția dată.

$$p\% \text{ din } n = \frac{p}{100} \cdot n = \frac{p \cdot n}{100} \text{ și } p\% \text{ din } \frac{x}{y} = \frac{p}{100} \cdot \frac{x}{y} = \frac{p \cdot x}{100 \cdot y}, y \neq 0.$$

Exemplu: 20% din $\frac{9}{500} = \frac{\overset{4}{\cancel{20}}}{100} \cdot \frac{\overset{100}{\cancel{9}}}{\cancel{500}} = \frac{36}{10000}$.

PROBLEME REZOLVATE

- Într-o clasă sunt 21 de băieți. Determinați numărul elevilor din clasă, știind că fetele reprezintă $\frac{1}{4}$ din numărul tuturor elevilor.

Soluție: Dacă dintre elevi un sfert sunt fete, deducem că $\frac{3}{4}$ sunt băieți, respectiv 21.

Deci numărul elevilor din clasă este 28.

- În tabelul de mai jos sunt înregistrate vânzările unui aprozar în ziua de luni:

	Roșii	Ardei	Banane	Mere
Cantitatea inițială	400 kg	100 kg	50 kg	800 kg
Procentul de vânzare	70%	80%	50%	40%

Cea mai mare cantitate vândută a fost de:

- a) roșii; b) ardei; c) banane; d) mere.

Soluție: d) mere; $320 \text{ kg} = 40\% \cdot 800 \text{ kg}$.

3. Suma a două numere este 320, iar 70% din unul dintre numere este egal cu 90% din cel de-al doilea număr. Determinați cele două numere.

Soluție: $x + y = 320$; $\frac{70}{100} \cdot x = \frac{90}{100} y$, de unde deducem $7x = 9y$, dar $9x + 9y = 2880$, deci

$$x = \frac{2880}{16} = 180, \text{ iar } y = 140.$$

PROBLEME PROPUSE

1. Calculați:

a) $\frac{5}{6}$ din 300;

b) $\frac{2}{3}$ din 600;

c) $\frac{4}{7}$ din 1400;

d) $\frac{3}{8}$ din 120;

e) $\frac{3}{4}$ din 100;

f) $\frac{11}{20}$ din 1000.

2. Determinați:

a) $\frac{3}{4}$ din $\frac{200}{81}$;

b) $\frac{5}{9}$ din $\frac{243}{600}$;

c) $\frac{11}{7}$ din $\frac{343}{121}$;

d) $\frac{3}{2}$ din $\frac{14}{81}$;

e) $\frac{9}{5}$ din $\frac{800}{81}$;

f) $\frac{5}{4}$ din $\frac{100}{15}$.

3. Determinați 5% din:

a) 4800 kg;

b) 2000 m;

c) 500 lei;

d) 720 km;

e) 80 ha;

f) 9000 l.

4. Micșorați 20 km cu:

a) $\frac{1}{5}$ din el;

b) 30% din el;

c) 25% din el;

d) $\frac{2}{3}$ din el;

e) 40% din el;

f) 80% din el.

5. Măriți:

a) suma de 300 lei cu 20% din sumă;

b) cantitatea de 120 kg cu 80% din cantitate;

c) distanța de 340 km cu 10% din distanță;

d) cantitatea de 180 l cu 20% din cantitate;

e) durata de timp de 5 ore cu 20% din durata de timp.

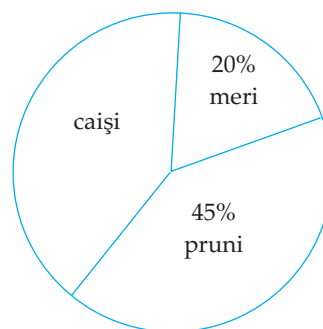
6. În diagrama alăturată este reprezentată distribuția a 300 de pomi fructiferi: meri, pruni și caiși dintr-o livadă. Conform diagramei, numărul caișilor din livadă este egal cu:

a) 60;

b) 135;

c) 105;

d) 195.



CAPITOLUL V

Fracții zecimale

V.1. Fracții zecimale finite



I. Pentru fracțiile ordinare de forma $\frac{1}{10^n}$, $n \geq 1$, se folosește în mod uzual **scrierea pozițională cu virgulă**. Astfel:

- $\frac{1}{10}$, o zecime, se scrie sub forma 0,1;
- $\frac{1}{100}$, o sutime, se scrie sub forma 0,01;
- $\frac{1}{1000}$, o miime, se scrie sub forma 0,001 etc.

În general, $\frac{1}{10^n} = 0, \underbrace{000 \dots 0}_{n-1 \text{ zerouri}} 1$.

II. Orice fracție ordinară care are drept numitor o putere a lui 10 se poate scrie ca **fracție zecimală (număr zecimal)** folosind scrierea pozițională cu virgulă:

$$\frac{321}{100} = \frac{300}{100} + \frac{20}{100} + \frac{1}{100} = 3 + \frac{2}{10} + \frac{1}{100} = 3,21$$

cifra unităților
cifra zecimilor
cifra sutimilor

$$\frac{101}{1000} = \frac{100}{1000} + \frac{1}{1000} = \frac{1}{10} + \frac{1}{1000} = 0,101$$

cifra zecimilor
cifra sutimilor
cifra miimilor

III. Dacă $\overline{n,abc}$ este o fracție zecimală, unde n este un număr natural, iar a, b, c sunt cifre, atunci n se numește **partea întreagă**, iar $\overline{0,abc}$ se numește **partea zecimală**.

Vom lua în considerare, deocamdată, doar **fracțiile zecimale finite**, adică cele care au un număr finit de zecimale nenule. Zecimalele, începând de după virgulă și până la ultima nenulă, se numesc **zecimale semnificative**. După acestea, fracției i se pot adăuga oricâte zerouri ne semnificative.

IV. Orice fracție ordinară care, în formă ireductibilă, are numitorul divizibil doar cu 2 sau cu 5 (și nedivizibil cu alt număr prim) se poate scrie sub formă de fracție zecimală finită:

$$\frac{3}{40} \stackrel{5^2)}{=} \frac{3}{2^3 \cdot 5} = \frac{3 \cdot 5^2}{2^3 \cdot 5^3} = \frac{75}{1000} = 0,075;$$

$$\frac{7}{175} \stackrel{7}{=} \frac{1}{25} \stackrel{2^2)}{=} \frac{1}{5^2 \cdot 2^2} = \frac{4}{100} = 0,04.$$

PROBLEME REZOLVATE

1. Scrieți următoarele fracții zecimale sub formă de fracții ordinare ireductibile:

a) 0,16;

b) 1,75;

c) 20,002.

Soluție: a) $0,16 = \frac{16}{100} = \frac{4}{25}$;

b) $1,75 = 1\frac{75}{100} = 1\frac{3}{4} = \frac{7}{4}$;

c) $20,002 = 20\frac{2}{1000} = 20\frac{1}{500} = \frac{10001}{500}$.

2. Determinați numărul natural n , știind că:

a) $\frac{n}{35} = 2,8$;

b) $\frac{34}{n} = 0,85$.

Soluție: a) Cum $2,8 = 2\frac{8}{10} = 2\frac{4}{5} = \frac{14}{5} = \frac{98}{35}$, rezultă că $n = 98$.

b) Deoarece $0,85 = \frac{85}{100} = \frac{17}{20} = \frac{34}{40}$, deducem că $n = 40$.

3. Determinați ultima zecimală semnificativă a fracției zecimale care se obține din fracția ordinară $\frac{1}{5^{55}}$.

Soluție: Avem $\frac{1}{5^{55}} = \frac{2^{55}}{2^{55} \cdot 5^{55}} = \frac{2^{55}}{10^{55}}$. Ultima zecimală semnificativă (ultima zecimală nenulă) din scrierea zecimală a acestei fracții este ultima cifră a lui 2^{55} . Ne amintim că ultima cifră a puterilor lui 2 se repetă din patru în patru, în succesiunea 2, 4, 8, 6, 2, 4, 8, 6 etc. Cum 55 dă restul 3 la împărțirea prin 4, rezultă că $u(2^{55}) = u(2^3) = 8$.

PROBLEME PROPUSE

1. Scrieți ca fracții zecimale următoarele fracții ordinare:

a) $\frac{3}{10}$; $\frac{7}{10}$; $\frac{17}{10}$; $\frac{117}{10}$; $5\frac{3}{10}$;

b) $\frac{7}{100}$; $\frac{17}{100}$; $\frac{117}{100}$; $\frac{2117}{100}$; $5\frac{3}{100}$; $25\frac{29}{100}$;

c) $\frac{3}{1000}$; $\frac{23}{1000}$; $\frac{123}{1000}$; $\frac{3123}{1000}$; $\frac{10023}{1000}$; $3\frac{33}{1000}$.

2. Citiți următoarele fracții zecimale:

a) 0,7; 1,3; 21,5; 2,1;

b) 0,13; 0,03; 2,51; 21,02;

c) 0,121; 0,017; 0,007; 2,012;

d) 0,2157; 2,0123; 3,10125.

V.3. ADUNAREA ȘI SCĂDEREA FRAȚIILOR ZECIMALE FINITE

I. Algoritmul de **adunare** a două fracții zecimale finite este, în esență, același cu cel de adunare a două numere naturale. Să urmărim exemplul de mai jos:

$$2,17 + 1,835 = 2,170 + 1,835 = \frac{2170}{1000} + \frac{1835}{1000} = \frac{4005}{1000} = 4,005$$

2170 +	2,170 +
1835	$\Rightarrow$ 1,835
4005	4,005

Pentru a aduna două fracții zecimale finite, le vom așeza una sub alta, virgulă sub virgulă; în cazul în care unul dintre termeni are mai puține zecimale, se recomandă completarea părții sale zecimale cu zerouri nesemnificative, până la egalizarea „lungimii” părții zecimale a termenilor. Apoi, adunarea se face în mod obișnuit, dinspre sfârșit către început, cu atenție la eventualele treceri peste ordin. Virgula se coboară la sumă sub virgulele termenilor.

Proprietăți:

- asociativitate: $(a + b) + c = a + (b + c)$;
- comutativitate: $a + b = b + a$;
- 0 este element neutru: $a + 0 = a$.



II. Algoritmul de **scădere** a două fracții zecimale finite este, în esență, același cu cel de scădere a două numere naturale, cu aceleași adaptări din cazul adunării: descăzutul și scăzătorul se scriu virgulă sub virgulă, o eventuală fracție cu partea zecimală mai „scurtă” se completează cu zerouri nesemnificative, virgula diferenței se coboară sub virgulele descăzutului și scăzătorului.

Proprietăți:

- $a - (b + c) = a - b - c$;
- $a - (b - c) = a - b + c$.

Aflarea termenului necunoscut:

- $a + x = b \Rightarrow x = b - a$;
- $a - x = b \Rightarrow x = a - b$;
- $x - a = b \Rightarrow x = a + b$.



PROBLEME REZOLVATE

1. Calculați, grupând convenabil termenii:

a) $2,72 + 0,426 + 3,28 + 1,674$;

b) $2,72 - 1,3 - 0,42$.

Soluție: a) Observăm că $2,72 + 3,28 = 6$, iar $0,426 + 1,674 = 2,1$. Ținând cont de comutativitatea și de asociativitatea adunării, suma din enunț este egală cu $6 + 2,1 = 8,1$.

b) Avem: $2,72 - 1,3 - 0,42 = 2,72 - (1,3 + 0,42) = 2,72 - 1,72 = 1$.

2. Mărim descăzutul unei scăderi cu 2,31, iar scăzătorul îl micșorăm cu 1,37. Cum se modifică diferența?

Soluție: Fie $a - b = d$ scăderea inițială. După modificarea termenilor, trebuie să calculăm $(a + 2,31) - (b - 1,37) = a + 2,31 - b + 1,37 = (a - b) + (2,31 + 1,37) = d + 3,68$. Prin urmare, diferența se mărește cu 3,68.

3. Determinați cifrele a și b , știind că $\overline{a,bb} + \overline{b,aa} = 18,87$.

Soluție: Avem $\left(a + \frac{b}{10} + \frac{b}{100}\right) + \left(b + \frac{a}{10} + \frac{a}{100}\right) = \frac{1887}{100}$, deci $\frac{111(a+b)}{100} = \frac{1887}{100}$. Deducem că $a + b = 1887 : 111$, adică $a + b = 17$, de unde $a = 8, b = 9$ sau $a = 9, b = 8$.

PROBLEME PROPUSE

1. Calculați:

- a) $2,5 + 3,4$; b) $0,7 + 5,5$; c) $0,73 + 0,26$;
d) $2,47 + 3,85$; e) $0,39 + 12,74$; f) $2,427 + 0,883$.

2. Calculați:

- a) $8,3 + 1,7$; b) $2,41 + 3,39$; c) $8,53 + 1,47$;
d) $22,77 + 0,73$; e) $3,21 + 103,79$; f) $7,453 + 2,547$.

3. Calculați:

- a) $21,7 + 0,43$; b) $1,479 + 21,5$; c) $2,987 + 31,37$;
d) $17,03 + 2,707$; e) $1,1 + 0,011$; f) $27,35 + 95,803$.

4. Calculați, grupând convenabil termenii:

- a) $2,7 + 3,3 + 5,6 + 4,4$; b) $2,73 + 3,08 + 0,27 + 5,92$;
c) $21,3 + 3,15 + 0,85 + 2,8$; d) $0,375 + 2,74 + 3,76 + 1,625$.

5. Diana trebuie să calculeze suma $S = 2,432 + 5,748 + 1,39$ și să aproximeze rezultatul prin rotunjire la cifra zecimilor. Alex o sfătuiește să rotunjească întâi la zecimi fiecare termen și abia apoi să facă adunarea, pentru a munci mai puțin. E bine ca Diana să țină cont de sfatul lui Alex?

6. Patru copii trebuie să efectueze scăderea $22,17 - 1,251$. Calculele lor sunt cele de mai jos. Explicați ce e bine și ce e rău în fiecare rezolvare.

Luiza					Andrei					Ioana					Matei							
2	2	1	7	-	2	2	1	7	-	2	2	1	7	-	2	2	1	7	0	-		
1	2	5	1			1	2	5	1		1	2	5	1		1	2	5	1			
0	9	6	6			2	0	9	2	1		2	0	9	1	9		2	1	9	2	9

7. Calculați:

- a) $2,9 - 1,3$; b) $3,5 - 2,7$; c) $0,24 - 0,13$;
d) $3,27 - 2,17$; e) $5,05 - 3,77$; f) $2,342 - 1,589$.

8. Calculați:

- a) $11,7 - 3,52$; b) $3 - 1,25$; c) $3,1 - 2,79$;
d) $20 - 18,888$; e) $7,2 - 3,245$; f) $5,24 - 0,777$.

ELEMENTE DE GEOMETRIE ȘI UNITĂȚI DE MĂSURĂ

CAPITOLUL VI PUNCTE. DREPTE. PLANE

VI.1. PUNCT. DREAPTĂ. PLAN



I. Punctul ni-l imaginăm ca fiind urma lăsată pe o foaie de hârtie de un creion bine ascuțit. Punctul nu are dimensiuni.

În figura 1 sunt reprezentate punctele A și B ; nu vom confunda punctul B cu bulina prin care este reprezentat. De obicei, notăm punctele folosind litere mari.

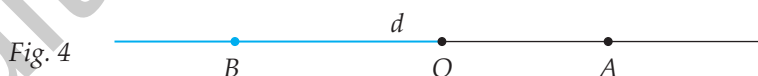
În figura 2, punctele M și N sunt situate în același loc; scriem $M = N$ și spunem că cele două puncte sunt **identice/confundate/coincide**. Punctele M și P nu sunt în același loc; scriem $M \neq P$ și spunem că cele două puncte sunt **distincte/diferite**. De cele mai multe ori, când spunem „punctele M și P ”, subînțelegem că ele sunt distincte.

II. Dreapta este comparabilă cu un fir de ață bine întins, nesfârșit de lung și fără grosime. Dreapta este formată din puncte.

În figura 3 sunt reprezentate două drepte: dreapta d (notată folosind o literă mică) și dreapta AB (notată folosind două litere mari care desemnează două puncte distincte ale sale).

Instrumentul geometric care ajută la trasarea dreptelor este rigla. Date fiind două puncte distincte A și B , constatăm că există o dreaptă și numai una care să treacă prin aceste două puncte; spunem că o dreaptă este determinată de (oricare) două puncte distincte ale sale.

Semidreapta este o parte a unei drepte formată din toate punctele acesteia aflate de aceeași parte față de un punct fixat de pe dreaptă. Punctul „de start” al unei semidrepte este numit **originea semidreptei**.



În figura 4 este desenată o dreaptă d , pe care s-a fixat un punct O . Am reprezentat cu negru punctele dreptei care se află de aceeași parte a lui O ca punctul A și cu albastru punctele dreptei care se află de aceeași parte a lui O ca punctul B . Partea cu negru este semidreapta OA , iar cea cu albastru semidreapta OB .

Când vorbim despre „semidreapta MN ”, înțelegem că originea sa este în primul punct numit, adică în M . Semidreptele MN și NM sunt distincte (în timp ce dreptele MN și NM sunt una și aceeași).



Fig. 1

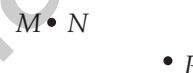


Fig. 2

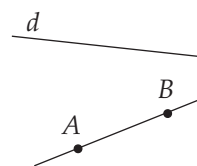


Fig. 3

Segmentul este acea parte a unei drepte formată din toate punctele sale situate între două puncte fixate de pe dreaptă. Punctele „frontieră” ale unui segment se numesc **capetele** (**extremitățile**) **segmentului**.

În figura 5, partea drepte d colorată cu albastru reprezintă segmentul AB .



Fig. 5

III. Planul este comparabil cu suprafața unei mese nemărginită în toate direcțiile. Planul nu are grosime, conține drepte și este format din puncte.

Deși este nemărginit, vom reprezenta planul printr-o porțiune dreptunghiulară a sa, care, în perspectivă, va apărea ca un paralelogram (figura 6). Pentru a nota planele, folosim litere mici din alfabetul grec sau trei litere mari care desemnează trei puncte ale sale.

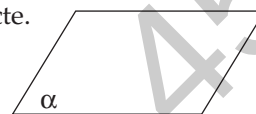


Fig. 6

Semiplanul este o parte a unui plan formată din toate punctele acestuia aflate de aceeași parte față de o dreaptă fixată.

În figura 7, dreapta d separă planul α în două semiplane, unul colorat cu albastru, al doilea cu gri. Dreapta d se numește **frontieră** a celor două semiplane.



Fig. 7

PROBLEME REZOLVATE

1. În figura 8 este reprezentată piramida $ABCD$. Identificați în figură cât mai multe:

- a) puncte; b) drepte; c) plane.

Soluție: a) În figură sunt reprezentate și numite 4 puncte: A , B , C și D . (Putem, însă, identifica în figură multe alte puncte (o infinitate): de exemplu, oricare dintre segmentele AB sau CD conține oricât de multe puncte.)

b) În figură sunt reprezentate 6 segmente: AB , BC , AC , AD , BD și CD . (Unind, însă, un punct oarecare al lui AB cu un punct oarecare al lui CD (de exemplu), putem obține noi segmente.)

c) În figură sunt reprezentate 4 plane: (ABC) , (ABD) , (ACD) și (BCD) .

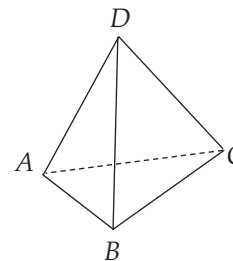


Fig. 8

2. Pe dreapta d_1 considerăm punctele A , B și C , iar pe dreapta d_2 considerăm punctele M și N (figura 9).

a) Câte segmente au drept capete două dintre cele cinci puncte?

b) Câte drepte determină aceste puncte, luate două câte două?

Soluție: a) 10 segmente: AB , AC , BC , MN , AM , AN , BM , BN , CM și CN .

b) 8 drepte: d_1 , d_2 , AM , AN , BM , BN , CM și CN .

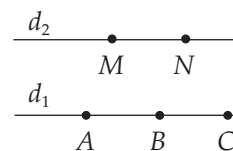


Fig. 9

CAPITOLUL VII UNGHURI

VII.1. UNGHI: DEFINIȚIE, NOTAȚII, ELEMENTE



- Se numește **unghi** figura geometrică formată din două semidrepte cu aceeași origine (figura 1).
- Elementele unghiului sunt:
 - laturile unghiului (cele două semidrepte cu aceeași origine);
 - vârful unghiului (originea semidreptelor).

Notație: $\widehat{AOB}$ sau $\sphericalangle AOB$ sau $\hat{O}$ sau $\sphericalangle O$ (figura 2).

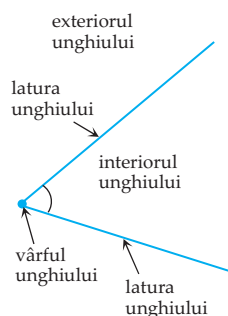


Fig. 1

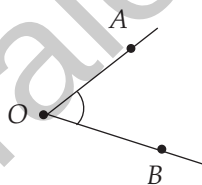


Fig. 2

PROBLEME REZOLVATE

1. În figura 3 este desenat un unghi $\sphericalangle XOY$ și punctele A, B, C, D, E, F .

- Cum mai poate fi denumit unghiul $\sphericalangle XOY$?
- Care sunt laturile unghiului?
- Care este vârful unghiului?
- Care puncte sunt în interiorul unghiului?
- Care puncte sunt în exteriorul unghiului?
- Care puncte sunt pe laturile unghiului?

Soluție: a) $\sphericalangle XOF$ sau $\sphericalangle EOY$ sau $\sphericalangle EOF$.

b) Laturile unghiului sunt semidreptele $[OX$ și $[OY$.

c) Vârful unghiului este O .

d) A, B sunt în $\text{Int}(\sphericalangle XOY)$.

e) C, D sunt în $\text{Ext}(\sphericalangle XOY)$.

f) Punctele E și F se află pe laturile OX , respectiv OY .

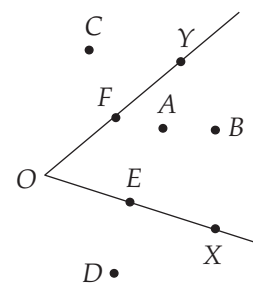
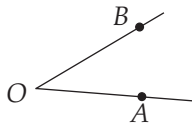
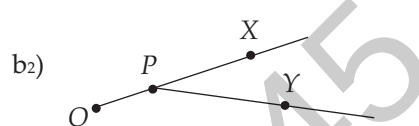
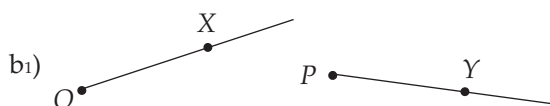


Fig. 3

2. a) Desenați o pereche de semidrepte care să formeze un unghi. Notați-l.
 b) Desenați o pereche de semidrepte care să nu determine un unghi. Observați diferențele dintre cele două figuri.

Soluție: a)  $\angle AOB$ este format din semidreptele OA și OB .



PROBLEME PROPUSE

1. Observați figura 4 și precizați vârful și laturile unghiurilor ABC , BAC și CAB .

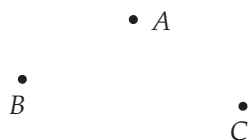


Fig. 4

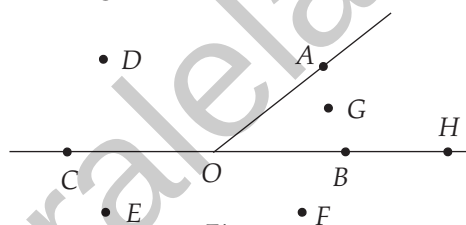


Fig. 5

2. Studiați figura 5 și stabiliți valoarea de adevăr a fiecărei propoziții.

- G este interior unghiului AOB .
- Punctele D, E, F sunt exterioare unghiului AOB .
- Punctul H este pe latura OB a unghiului AOB .
- Punctul C este pe latura OB a unghiului AOB .

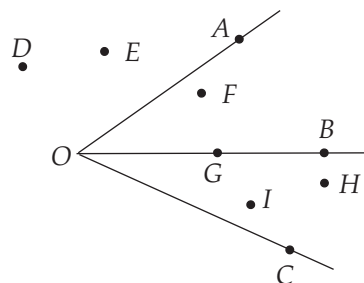


Fig. 6

3. Observați figura 6. Precizați care dintre punctele $A, B, C, D, E, F, G, H, I$ sunt:

- interioare unghiului AOB ;
- interioare unghiului AOC ;
- exterioare unghiului BOC .

4. În figura 7 sunt desenate mai multe unghiuri.
- Numiți patru dintre unghiurile din figură.
 - Desenați punctele M și N care să fie în interiorul unghiului AOD , dar în exteriorul unghiului BOC .
 - Desenați punctul P care să fie în exteriorul unghiului AOD .

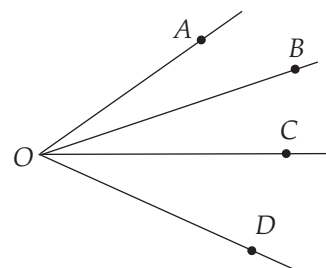


Fig. 7

CAPITOLUL VIII

UNITĂȚI DE MĂSURĂ

VIII.1. UNITĂȚI DE MĂSURĂ PENTRU LUNGIME. PERIMETRE



1. Metrul este o unitate de măsură pentru lungime, una dintre cele șapte unități fundamentale ale Sistemului Internațional.

Prin adăugarea de prefixe, se obțin alte unități de măsură, multipli și submultipli metrului, necesare în diferite domenii de activitate.

2. Kilometrul (km), hectometrul (hm), decimetrul (dam) sunt multipli ai metrului, iar decimetrul (dm), centimetrul (cm), milimetrul (mm) sunt submultipli ai metrului.

$$1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$$

$$1 \text{ hm} = 100 \text{ m}$$

$$1 \text{ dam} = 10 \text{ m}$$

$$1 \text{ dm} = 0,1 \text{ m}$$

$$1 \text{ cm} = 0,01 \text{ m}$$

$$1 \text{ mm} = 0,001 \text{ m}$$

3. Perimetrul unui triunghi având lungimile laturilor a, b, c este egal cu $a + b + c$.

Perimetrul unui pătrat cu lungimea laturii l este egal cu $4l$.

Perimetrul unui dreptunghi cu lățimea l și lungimea L este egal cu $2(l + L)$. (Presupunem toate laturile și perimetrul măsurate cu aceeași unitate de lungime.)

PROBLEME REZOLVATE

1. Un teren are forma unui dreptunghi cu lățimea de 0,1 km și lungimea de 2,3 hm. Calculați câți metri de sârmă sunt necesari pentru a construi un gard în jurul terenului, știind că lungimea totală a sârmei folosite trebuie să fie de cinci ori mai mare decât perimetrul dreptunghiului.

Soluție: Deoarece $0,1 \text{ km} = 100 \text{ m}$ și $2,3 \text{ hm} = 230 \text{ m}$, perimetrul terenului este egal cu $2(100 \text{ m} + 230 \text{ m}) = 660 \text{ m}$. Prin urmare, pentru construirea gardului sunt necesari $5 \cdot 660 \text{ m} = 3300 \text{ m}$ de sârmă.

2. Pe fiecare dintre laturile unui triunghi ABC cu $AB = BC = CA = 9 \text{ cm}$ se construiește câte un triunghi echilateral (toate laturile egale) cu latura de 3 cm. Apoi, pe fiecare dintre cele douăsprezece laturi ale figurii obținute se construiește din nou câte un triunghi echilateral, dar, de data aceasta, cu latură de 1 cm (figura 1). Calculați perimetrul figurii finale.

Soluție: Perimetrul triunghiului ABC este egal cu 27 cm. După construirea celor trei triunghiuri echilaterale cu latura de 3 cm, perimetrul crește cu $3 \cdot 3 \text{ cm} = 9 \text{ cm}$, devenind

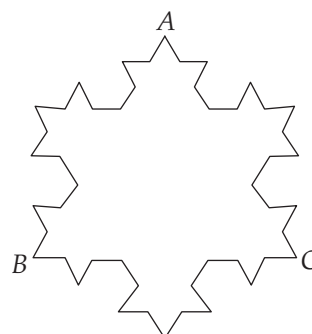


Fig. 1

astfel egal cu $27 \text{ cm} + 9 \text{ cm} = 36 \text{ cm}$. Perimetrul figurii finalei este cu $12 \cdot 1 \text{ cm} = 12 \text{ cm}$ mai mare decât perimetrul figurii anterioare, adică este egal cu 48 cm .

PROBLEME PROPUSE

- Transformați în metri:

a) 3 dam;	b) 0,4 hm;	c) 0,1 km;
d) 25 dm;	e) 300 cm;	f) $1,2 \cdot 10^3 \text{ mm}$.
- Transformați în centimetri:

a) 250 mm;	b) 7 dm;	c) 0,02 m;
d) 10^3 mm ;	e) 5 dam;	f) 0,0003 hm.
- Comparați lungimile următoarelor segmente:

a) $AB = 32 \text{ dam}$, $CD = 3,2 \text{ hm}$;	b) $AB = 7,3 \text{ km}$, $CD = 690 \text{ dam}$;
c) $AB = 14990 \text{ m}$, $CD = 15 \text{ km}$;	d) $AB = 10^3 \text{ cm}$, $CD = 10 \text{ m}$;
e) $AB = 0,1 \text{ m}$, $CD = 200 \text{ mm}$;	f) $AB = 131 \text{ dm}$, $CD = 1,28 \text{ dam}$.
- Determinați numărul x în fiecare dintre următoarele cazuri:

a) $0,1 \text{ dam} + 2 \text{ m} = x \text{ m}$;	b) $2 \text{ hm} + 3 \text{ dam} = x \text{ m}$;
c) $2 \cdot 10^3 \text{ mm} + 5 \cdot 10^2 \text{ cm} = x \text{ m}$;	d) $0,4 \text{ dam} + 30 \text{ dm} = x \text{ m}$;
e) $0,12 \text{ hm} + 5600 \text{ cm} = x \text{ m}$;	f) $0,25 \text{ dam} + 1500 \text{ mm} = x \text{ m}$.
- Determinați numărul x în fiecare dintre următoarele cazuri:

a) $0,2 \text{ km} + 340 \text{ dam} = x \text{ hm}$;	b) $0,08 \text{ km} + 240 \text{ dm} = x \text{ m}$;
c) $6,25 \text{ hm} - 0,2 \text{ km} + 45 \text{ m} = x \text{ dam}$;	d) $400 \text{ mm} + 0,1 \text{ m} - 20 \text{ cm} = x \text{ dm}$;
e) $2 \cdot 10^5 \text{ mm} + 0,3 \cdot 10^5 \text{ cm} + 4 \cdot 10^2 \text{ dm} = x \text{ dam}$;	
f) $0,005 \text{ km} + 0,7 \text{ hm} - 120 \text{ dm} = x \text{ m}$.	
- Calculați diferența dintre perimetrele a două pătrate, știind că latura primului pătrat este cu 4 cm mai mare decât latura celui de-al doilea pătrat.
- Un dreptunghi, cu perimetrul de 120 m, are lățimea egală cu un sfert din lungime. Determinați lățimea și lungimea dreptunghiului.
- Perimetrul unui triunghi este egal cu 42 cm, iar lungimile laturilor sale, măsurate tot în centimetri, sunt trei numere naturale consecutive. Aflați lungimile laturilor triunghiului considerat.
- O curte în formă de dreptunghi, cu lungimea de 80 m și lățimea de 30 m, este împrejmuită cu un gard format din patru rânduri de sârmă (figura 2). Calculați câți metri de sârmă sunt necesari pentru construirea gardului.

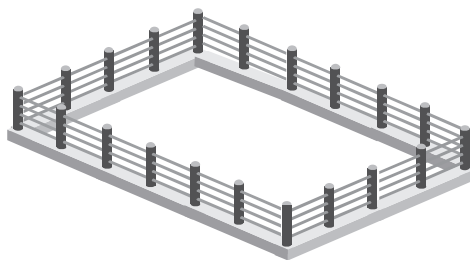


Fig. 2

RECAPITULARE FINALĂ

TESTE DE EVALUARE

TESTUL 1

Se acordă 1 punct din oficiu.

Timp de lucru: 50 de minute.

Subiectul I. Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect.

- (1p) 1. Dintre numerele 1, 2, 4 și 15, numărul prim este:
a) 1; b) 2; c) 4; d) 15.
- (1p) 2. Câtul împărțirii numărului 62 la 12 este egal cu:
a) 4; b) 6; c) 2; d) 5.
- (1p) 3. Rezultatul calculului $44 - 4 \cdot 4$ este egal cu:
a) 28; b) 38; c) 40; d) 160.
- (1p) 4. Patru elevi au efectuat calculul $(2^{10} + 2^{10} + 2^{11})^2 : 2^{24}$ și au obținut rezultatele din tabelul de mai jos:

Irina	Florian	Emilia	Ecaterina
2	4	8	1

Răspunsul corect este dat de:

- a) Irina; b) Florian; c) Emilia; d) Ecaterina.
- (1p) 5. Media aritmetică a două numere este 64. Dacă unul dintre numere este de 3 ori mai mare decât celălalt, produsul numerelor este:
a) 3072; b) 512; c) 128; d) 486.

Subiectul al II-lea. Scrieți rezolvările complete.

1. Se consideră numărul natural $A = \overline{ab} + \overline{ba}$, unde a și b sunt cifre diferite.
- (1p) a) Este posibil ca numărul A să fie egal cu 198? Justificați răspunsul.
- (1p) b) Determinați $\overline{ab}$, știind că A este pătrat perfect, iar $\overline{ab}$ este divizibil cu 8.
2. Un test are 20 de întrebări. Pentru fiecare răspuns corect se acordă 4 puncte, iar pentru fiecare răspuns greșit se scade câte 1 punct.
- (1p) a) Este posibil ca Dana, care a răspuns la toate întrebările, să aibă 76 de puncte? Justificați răspunsul.
- (1p) b) Darius a răspuns la toate întrebările și are punctajul final 50. La câte întrebări a răspuns corect Darius?

1. Calculati:

a) $120 - 40 : 8;$

b) $7 \cdot 11 \cdot 13 - 1$;

c) $28 \cdot 73 + 27 \cdot 28$;

d) $31 + 144 : (39 - 9 : 3)$.

2. a) Scrieti patru numere naturale pare cu suma cifrelor 3.

b) Scrieti toate numerele naturale de trei cifre cu produsul cifrelor 8.

3. Care este cel mai mic număr natural par format din patru cifre distincte? Dar cel mai mare?

4. Câte numere de două cifre se pot forma cu cifrele 0, 1, 2, 3, 4? Câte dintre aceste numere sunt impare?

5. Care este al treisprezecelea termen al șirului 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ...?

6. Calculati $A = (2 + 4 + 6 + \dots + 20) - (1 + 3 + 5 + \dots + 19)$.

7. Produsul a două numere naturale este 420. Dacă un factor se mărește cu 5, produsul devine 480. Aflați cele două numere.

8. Determinați numerele naturale $\overline{ab}$ cu proprietatea că $a + \overline{ab} = b + \overline{ba} + 20$.

9. Determinați numerele naturale care, împărțite la un număr de forma $\overline{abc}$, dau câtul 10 și restul 997.

10. Câte numere naturale de trei cifre, împărțite la 17, dau câtul egal cu restul?

11. Calculați suma numerelor naturale de două cifre care, prin împărțire la 5, dau restul 3.

12. a) Împărțind numărul natural n la 10, obținem restul 1. Ce rest se obține când împărțim numărul n la 5?

b) Împărțind numărul natural n la 5, obținem restul 1. Ce rest se obține când împărțim numărul n la 10?

13. Fie a, b și c trei numere naturale, astfel încât $ab - ac + 7a = 80$ și $b - c = 3$. Calculați $a - b + c$.

14. Fie a , b și c trei numere naturale, astfel încât $a + b + c = 31$ și $2a + 3b + 4c = 105$. Calculați $(2a + b)(b + 2c)(c - a)$.

15* Notăm cu S suma primilor 100 de termeni ai șirului $1, 2 \cdot 3, 4 \cdot 5 \cdot 6, 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10, \dots$.

a) Care este ultima cifră a numărului S ?

b) Determinati restul împărțirii lui S la 8.

16. Calculati:

a) $3^0 + 0^3 + 2^3$;

b) $3^5 \cdot 3^8 : 3^{11}$;

c) $36 : (2^2 \cdot 3) + 72 : (2 \cdot 3^2);$

d) $(2^{18} + 4^8) : 8^5$.

TESTE RECAPITULATIVE

Se acordă 1 punct din oficiu. Timp de lucru: 50 de minute.

TESTUL 1

Subiectul I. Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect.

- (1p) 1. Soluția ecuației $x + 3 = 4$ este numărul natural:
a) 1; b) 2; c) 0; d) 4.
- (1p) 2. Suma primelor patru cele mai mici numere prime este egală cu:
a) 11; b) 16; c) 17; d) 24.
- (1p) 3. Calculând $\frac{2}{7}$ din 42 kg, rezultatul este:
a) 14 kg; b) 16 kg; c) 24 kg; d) 12 kg.
- (1p) 4. Scrierea sub formă zecimală a fracției $\frac{5981}{1000}$ este:
a) 59,81; b) 5,981; c) 598,1; d) 5981.
- (1p) 5. Lungimea segmentului AB este 8 cm, iar M este mijlocul segmentului. Lungimea segmentului BM este:
a) 6 cm; b) 2 cm; c) 4 cm; d) 8 cm.

Subiectul al II-lea. Scrieți rezolvările complete.

1. Fie numerele naturale $a = (3^3 \cdot 81^2 \cdot 3 \cdot 3^3) : 3^{15}$ și $b = [(2^6 \cdot 2^2)^4 : 2^2 : 2^{15}]^3$.
- (1p) a) Demonstrați că $a = 3^{30}$.
- (1p) b) Comparați numerele a și b .
2. Maia a cumpărat o carte ale cărei pagini au fost numerotate în mod ciudat: 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 13, 14, 16, 17, 18, 19, ..., 484, 486, 487.
- (1p) a) Are această carte o pagină numerotată cu 100?
- (1p) b) Câte file are cartea cumpărată de Maia?

INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI

TESTE INIȚIALE

Testul 1. 1. 8. 2. 20 lei. 3. 60 cm. 4. $18 + 29 = 47$. 5. 18°C . 6. 8 biscuiți. 7. 50 g.

Testul 2. 1. 240. 2. 592. 3. 19. 4. Da, Mihai a calculat corect durata tratamentului. 5. 200 de timbre. 6. 7 lei. 7. 20 de lalele, 18 garoafe și 15 trandafiri.

Testul 3. 1. $x = 5$. 2. 30. 3. 72 m. 4. 41. 5. $114 + 141 + 411 + 122 + 212 + 221 = 1221$. 6. 30 caise. 7. 13 nuci și 21 de nuci.

NUMERE NATURALE

CAPITOLUL I. OPERAȚII CU NUMERE NATURALE

I.1. Scrierea și citirea numerelor naturale

1. a) 24; b) 19; c) 405; d) 816; e) 333; f) 1004; g) 5810; h) 7348. 2. a) 30413; b) 15243; c) 608806; d) 4607000; e) 13906102; f) 900000909. 3. a) șapte; b) nouăsprezece; c) patruzeci și trei; d) o sută nouă; e) trei sute zece; f) nouă sute douăzeci și cinci. 4. a) o mie trei sute șapte; b) nouăzeci și trei de mii doi; c) douăzeci și șapte de mii patru sute treisprezece; d) o sută douăzeci și trei de mii trei sute douăzeci și unu; e) patru milioane trei sute nouă mii cinci; f) douăzeci și opt de milioane opt mii două sute. 5. Numerele căutate sunt de forma $\overline{ab}$ cu $b = 2 \cdot a$, iar soluțiile problemei sunt 12, 24, 36 și 48. 6. De exemplu, 11, 20, 200, 1001, 10001. 7. De exemplu, 111, 201, 1011, 1101, 2001. 8. a) $27 = 2 \cdot 10 + 7$; b) $135 = 1 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 5$; c) $9148 = 9 \cdot 1000 + 1 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 8$; d) $12043 = 1 \cdot 10000 + 2 \cdot 1000 + 4 \cdot 10 + 3$. 9. a) $\overline{aa} = 10 \cdot a + a = 11a$; b) $\overline{abab} = a \cdot 1000 + b \cdot 100 + a \cdot 10 + b = 1010 \cdot a + 101 \cdot b$; c) $\overline{x0yx} = x \cdot 1000 + y \cdot 10 + x = 1001 \cdot x + 10 \cdot y$; d) $\overline{xyyx} = x \cdot 1000 + y \cdot 100 + y \cdot 10 + x = 1001 \cdot x + 110 \cdot y$; e) $\overline{2a3a1} = 2 \cdot 10000 + a \cdot 1000 + 3 \cdot 100 + a \cdot 10 + 1 = 20301 + 1010 \cdot a$; f) $\overline{1bb20} = 1 \cdot 10000 + b \cdot 1000 + b \cdot 100 + 2 \cdot 10 = 10020 + 1100 \cdot b$. 10. a) 35; b) 407; c) 930; d) 50701; e) 45323; f) 17709. 11. 20, 24, 26, 28, 40, 42, 46, 48, 60, 62, 64, 68, 80, 82, 84 și 86. 12. a) 11, 12, 13, 21, 22, 23, 31, 32, 33; b) 78, 79, 87, 89, 97 și 98. 13. 100, 101, 110, 112, 121, 122, 200, 202, 211, 212, 220, 221. 14. Numerele căutate sunt de forma $\overline{8x0}$ cu $x \neq 0$ și $x \neq 8$ sau $\overline{9y1}$ cu $y \neq 1$ și $y \neq 9$. Astfel, am obținut soluțiile: 810, 820, 830, 840, 850, 860, 870, 890, 901, 921, 931, 941, 951, 961, 971 și 981. 15. Numerele căutate sunt de forma $\overline{a0c9}$ cu $c = 2 \cdot a$. Obținem soluțiile: 1029, 2049, 3069 și 4089. 16. Numerele sunt de forma $\overline{6abc}$ cu $a = b + c$ și $b > 6$. Dacă $b = 7$, atunci c este cel mult 2, deoarece $b + c \leq 9$. Dacă $b = 8$, atunci $c = 0$ sau $c = 1$, iar dacă $b = 9$, atunci $c = 0$. Numerele obținute sunt: 6770, 6871, 6972, 6880, 6981, 6990. 17. 21, 173, 8321, 40102, 333111, 710017. 18. Numerele căutate sunt de forma $\overline{aba}$ cu $a + b + a = 4$ și $a \neq 0$, de unde $2a + b = 4$. Este necesar ca b să fie cifră pară; atunci $b = 0$, $a = 2$ sau $b = 2$, $a = 1$, iar soluțiile problemei sunt numerele 202 și 121. 19. 1B, 2E, 3A, 4F, 5D, 6C. 20. Numerele naturale cuprinse între 432 și 531 au cifra sutelor 4 sau 5, deci cifra 3 nu se va regăsi pe poziția

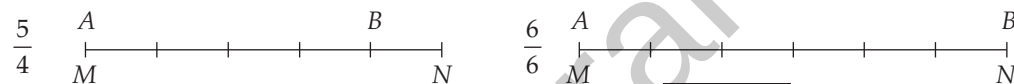
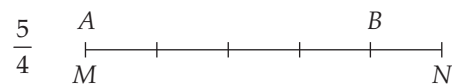
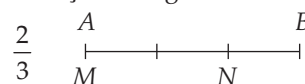
Testul 2. 1. a) 18 și 36; b) 18, 36, 45, 51 și 75; c) 45 și 75; d) 18, 36 și 45. 2. a) 1; b) 0, 13, 26 și 39; c) 1, 2, 3, 4, 6 și 12; d) 72, 81 și 90. 3. $a = 3^5(3^2 + 5) = 3^5 \cdot 2 \cdot 7$; trei numere prime diferite care divid pe a sunt 2, 3 și 7. 4. $x = 1$ sau $x = 7$. 5. $n = 270$ sau $n = 225$. 6. 120, 122, 124, 126, 128 sunt compuse, pentru că îl au ca divizor propriu pe 2; $121 : 11$, $123 : 3$, $125 : 5$ și $129 : 3$. 7. Dacă n este numărul elevilor din clasă, atunci n este multiplu comun al numerelor 4, 6 și 8. Multiplii lui 4 sunt: 0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, ..., multiplii lui 6 sunt: 0, 6, 12, 18, 24, ..., iar multiplii lui 8 sunt: 0, 8, 16, 24, Deci, numărul minim de elevi din clasă este 24.

FRACȚII ORDINARE. FRACȚII ZECIMALE

CAPITOLUL IV. FRACȚII ORDINARE

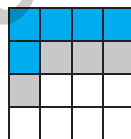
IV.1. Frații ordinare. Frații subunitare, echiunitare, supraunitare. Procente

1. a) $\frac{1}{8}, \frac{12}{8}$; b) $\frac{6}{14}, \frac{12}{8}, \frac{9}{7}, \frac{3}{5}$; c) $\frac{1}{8}, \frac{2}{15}, \frac{9}{7}, \frac{5}{3}, \frac{3}{5}, \frac{11}{15}$. 2. b) Notăm AB segmentul de lungime 6 cm și MN segmentul care reprezintă fracția indicată.



3. Împărțim pătratul în 16 pătrate cu latura de 1 cm.

Rămâne necolorată $\frac{7}{16}$ din suprafața pătratului.



4. a) De exemplu: $\frac{5}{7}, \frac{5}{15}, \frac{5}{3}$; b) De exemplu: $\frac{3}{8}, \frac{11}{8}, \frac{17}{8}$; c) De exemplu: $\frac{6}{5}, \frac{18}{15}, \frac{9}{25}$. 5. a) 2;

b) 4; c) 200. 6. a) 64; b) 15; c) 15. 7. a) 25; b) 5; c) 8; d) 10; e) 4; f) 250. 8. a) 8%; b) 23%; c) 11%;

d) 143%; e) 180%; f) 200%. 9. a) $\frac{2}{100}$; b) $\frac{50}{100}$; c) $\frac{10}{100}$; d) $\frac{20}{100}$; e) $\frac{100}{100}$; f) $\frac{150}{100}$. 10. a) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}$,

$\frac{3}{5}, \frac{6}{7}$; b) $\frac{3}{3}$; c) Sunt două fracții supraunitare. 11. d). 12. a) $\frac{2}{3}, \frac{2}{5}, \frac{2}{7}, \frac{2}{9}, \frac{4}{5}, \frac{4}{7}, \frac{4}{9}, \frac{6}{7}, \frac{6}{9}, \frac{8}{9}$;

b) $\frac{1}{1}, \frac{3}{3}, \frac{5}{5}, \frac{7}{7}, \frac{9}{9}$; c) $\frac{4}{2}, \frac{6}{2}, \frac{6}{4}, \frac{8}{2}, \frac{8}{4}, \frac{8}{6}$. 13. a) 5; b) 17; c) 1; d) 2; e) 5; f) 5. 14. a) 0, 1, 2; b) 0,

1, 2, 3; c) 0, 1, 2; d) 1, 2, 3; e) 5, 6, 7, ...; f) 6, 7, 8, 15. a) 1, 2; b) 1, 2; c) 1; d) 4, 5, 6, ...; e) 5,

6, 7, ...; f) 251, 252, 16. $\frac{16}{13}, \frac{36}{13}, \frac{16}{23}, \frac{36}{23}, \frac{16}{43}, \frac{36}{43}, \frac{16}{53}, \frac{36}{53}, \frac{16}{73}, \frac{36}{73}, \frac{16}{83}, \frac{36}{83}$. 17. Frația

$\frac{4}{x+y}$ este supraunitară dacă $x + y = 1$, $x + y = 2$ sau $x + y = 3$; $\overline{xy}$ poate fi 10, 20, 11, 30, 21,

12. 18. a) $\frac{1}{14}, \frac{2}{13}, \frac{3}{12}, \frac{4}{11}, \frac{5}{10}, \frac{6}{9}, \frac{7}{8}$; b) $\frac{36}{1}, \frac{18}{2}, \frac{12}{3}, \frac{9}{4}$. 19. a) Divizorii numărului 18 sunt:

1, 2, 3, 6, 9 și 18, iar divizorii numărului 35 sunt: 1, 5, 7 și 35. Frațiile căutate sunt:

ELEMENTE DE GEOMETRIE ȘI UNITĂȚI DE MĂSURĂ

CAPITOLUL VI. PUNCTE. DREPTE. PLANE

VI.1. Punct. Dreaptă. Plan

1. a) A; b) A; c) F. 2. Prin punctul A trec o infinitate de drepte. 4. AB, AC, AD, BC, BD, CD . 5. a) F; b) A; c) A. 6. a) A; b) F. 7. În total, există 10 drepte. 8. Există 12 semidrepte. 9. Există 6 semidrepte: AB, BA, BC, CB, CD și DA . 10. a) o infinitate; b) o infinitate. 11. AB, BC, CD și DA sunt laturi; AC și BD sunt diagonale. 12. Primele cinci „cifre” sunt linii frânte deschise, iar ultima este linie frântă închisă. 13. a) dreptele AB, BC, AC ; b) semidreptele AB, BA, BC, CB, AC, CA ; c) segmentele AB, BC, AC . 14. a) segmentele BC, AC, BD și AD ; b) semidreptele AB, BC, CB și DC . 15. a) 4 drepte; b) 6 segmente. 16. a) Există $99 + 98 + \dots + 2 + 1 = 4950$ segmente; b) Există cel mult 4950 de drepte determinate de cele 100 de puncte. 17. a) A și B, A și E, B și E, C și D; b) A și C, A și D, B și C, B și D, E și C, E și D. 18. a) OD și OF ; dacă vom considera dreapta-frontieră ca făcând parte din semiplan, se adaugă OA și OB ; b) OB și OE ; dacă vom considera dreapta-frontieră ca făcând parte din semiplan, se adaugă OC și OD . 19. În figură sunt reprezentate 8 puncte, 12 segmente și 6 plane. Evident, putem identifica și alte puncte, segmente sau plane: de exemplu, segmentul AC nu este reprezentat în figură, dar el are capetele în două dintre punctele care apar în figură. 20. În figură sunt reprezentate 5 puncte, 8 segmente și 5 plane.

VI.2. Pozițiile relative ale unui punct față de o dreaptă. Pozițiile relative a două drepte

1. a) A, B și E; b) B, D și E; c) A, B, E, respectiv B, C, D. 3. a) E este punctul comun al dreptelor AC și BD ; problema are soluție unică; b) F poate fi oricare punct al dreptei AC , diferit de punctul E; problema are o infinitate de soluții. 4. a) $a \parallel b$ și $c \parallel d$; b) a și c sunt concurente în M; b și c sunt concurente în N; b și d sunt concurente în P; a și d sunt concurente în Q. 5. a) De exemplu, CD și EF , respectiv AE și BF ; b) De exemplu, AE, AD și BC , respectiv AD, CD și GH . 8. a) A; b) F. 9. Numărul minim de drepte se obține când nouă dintre puncte sunt coliniare (să presupunem că acestea sunt B, C, ..., J), iar al zecelea (A) nu se află pe dreapta BC. În acest caz, cele zece puncte determină zece drepte: $AB, AC, \dots, AJ$ și BC . 10. Numărul maxim de drepte determinate de cele zece puncte se obține atunci când ele sunt, oricare trei, necoliniare și este egal cu $9 + 8 + \dots + 2 + 1 = 45$. Dacă înlocuim trei puncte necoliniare (care determină trei drepte) cu trei puncte coliniare, numărul dreptelor scade cu $3 - 1 = 2$ și, de aici, rezultă concluzia problemei.

VI.3. Lungimea unui segment. Mijlocul unui segment. Simetricul unui punct față de alt punct

1. $AC < BC < AB$. 3. $AB > AD, CD < AC, DO = OC, AD = BC, AC = BD$. 5. Putem găsi o infinitate de puncte, care formează un cerc. 6. Două puncte O (pe care le vom determina folosind compasul), un singur punct M și niciun punct N. 7. Instrumentul potrivit pentru realizarea acestor desene este compasul. Observăm că: a) A, B, C sunt vârfuri ale unui triunghi; b) A, B, C sunt coliniare, cu C între A și B; c) A, B, C sunt coliniare, cu A între B și C; d) nu există puncte A, B, C cu proprietățile date. 8. Cele două triunghiuri pot fi suprapuse perfect (sunt congruente). 9. Cele patru puncte sunt situate ca în figura 1. Lungimea segmentului AC este aproximativ egală cu 8,7 cm. 10. Cum $AB + BD = AD$ și $BD + DC = BC$, înseamnă că cele patru puncte sunt coliniare, în ordinea

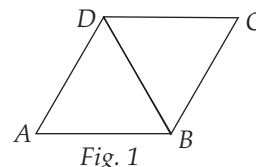


Fig. 1

Recapitulare și sistematizare prin teste

Testul 1. 1. a) 73; b) 3; c) 1,2; d) 200. 2. a) 200; b) 0,15; c) 500; d) 2. 3. 144 m^2 . 4. 40 cm^2 . 5. $64 - 48 = 16 \text{ cm}^2$. 6. 1280 lei. 7. 30 litri.

Testul 2. 1. a) 150; b) 2,5; c) 30; d) 50. 2. a) 2,2; b) 2; c) 144; d) 44. 3. 24 dm. 4. 10 cm, 12 cm. 5. De 4 ori. 6. 64 cm, 240 cm^2 . 7. 150 cm^2 .

RECAPITULARE FINALĂ

Teste de evaluare

Testul 1. I. 1. b). 2. d). 3. b). 4. d). 5. a). **II.** 1. a) Presupunem $A = 198$. Cum $A = 11(a + b)$, obținem $a + b = 18$, ceea ce contrazice ipoteza. Nu este posibil; b) Cum $A = 11(a + b)$ este pătrat perfect înseamnă $a + b = 11$, iar numărul căutat este $\overline{ab} = 56$. 2. a) Nu este posibil; b) 14 răspunsuri corecte.

Testul 2. I. 1. c). 2. b). 3. d). 4. c). 5. d). **II.** 1. a) Dacă $q = 11$, atunci $p = 9$, care nu este prim; așadar numărul q nu poate fi egal cu 11; b) Cum $3q$ și 42 sunt divizibile cu 3, trebuie ca p să fie divizibil cu 3 și prim, deci $p = 3$; atunci $q = 13$. 2. a) Numărul de fotografii trebuie să fie de forma $M_3 + 2$, dar $100 = 3 \cdot 33 + 1$, deci nu e posibil ca numărul total de fotografii să fie egal cu 100; b) Corina are 41 de fotografii și albumul are 13 pagini.

Testul 3. I. 1. b). 2. c). 3. a). 4. d). 5. a). **II.** 1. Folosim metoda mersului invers; a) 90 km; b) 300 km. 2. a) De exemplu, numerele 4, 9 și 25 au exact câte trei divizori; b) Fie n un număr natural care are exact trei divizori: 1, p și n . Evident, p trebuie să fie număr prim. Cum $p \mid n$, rezultă că $n = p \cdot q$, unde q este un număr natural, $1 < q < n$. Dacă $q \neq p$, atunci n ar avea măcar patru divizori. Rezultă că $q = p$, iar $n = p^2$.

Testul 4. I. 1. d). 2. c). 3. c). 4. d). 5. c). **II.** 1. a) 128 lei; b) 45 lei. 2. b) $2^\circ 30'$.

Testul 5. I. 1. d). 2. b). 3. c). 4. a). 5. b). **II.** 1. a) Dacă a este prețul inițial, atunci după prima reducere prețul este egal cu $\frac{4a}{5}$; din $\frac{4a}{5} - \frac{15}{100} \cdot \frac{4a}{5} = 81,6$ obținem $a = 120$ lei; b) 68,5.

2. a) Cum $5,76 = 2,4^2$, înseamnă că latura pătratului este de 2,4 hm = 240 m; b) Folosim mersului invers; 14,4 ha.

Testul 6. I. 1. a). 2. b). 3. b). 4. a). 5. d). **II.** 1. b) $b = \frac{5}{3}$; $m_a = \frac{41}{24} = 1,708(3)$; valoarea aproximativă cerută este 1,7. 2. a) 20 cm; b) În situația de la a) avem $OM = 50$ cm. În caz contrar, avem $OM = 10$ cm.

Probleme recapitulative

1. a) 115; b) 1000; c) 2800; d) 35. 2. a) De exemplu: 12, 102, 300, 3000; b) 118, 181, 811, 222, 124, 142, 241, 214, 412, 421. 3. 1024, respectiv 9876. 4. 20 de numere, dintre care 8 sunt impare. 5. 233 (observăm că $2 = 1 + 1$, $3 = 2 + 1$, $5 = 3 + 2$, $8 = 5 + 3$ etc.). 6. $A = (2 - 1) + (4 - 3) + (6 - 5) + \dots + (20 - 19) = 1 + 1 + 1 + \dots + 1 = 10$. 7. Din $ab = 420$ și $(a + 5) \cdot b = 480$ obținem $5b = 60$, de unde $b = 12$, iar $a = 35$. 8. Avem $11a + b = 11b + a + 20 \Rightarrow a = b + 2$. Numerele căutate sunt 31, 42, 53, 64, 75, 86 și 97. 9. Împărțitorul poate fi 998 sau 999. Găsim numerele 10977 și 10987. 10. Numerele căutate au forma $17c + c = 18c$, unde $6 \leq c \leq 16$. Există 11 astfel

CUPRINS

<i>Cuvânt-înainte</i>	5
TESTE ÎNIȚIALE	7
NUMERE NATURALE	
CAPITOLUL I. OPERAȚII CU NUMERE NATURALE	
I.1. Scrierea și citirea numerelor naturale.....	9
I.2. Reprezentarea pe axă a numerelor naturale. Compararea și ordonarea numerelor naturale. Aproximări. Estimări.....	12
I.3. Adunarea numerelor naturale. Proprietăți	15
I.4. Scăderea numerelor naturale	17
I.5. Înmulțirea numerelor naturale. Proprietățile înmulțirii. Factor comun	19
I.6. Împărțirea cu rest zero a numerelor naturale.....	21
I.7. Împărțirea cu rest a numerelor naturale	23
Recapitulare și sistematizare prin teste.....	27
I.8. Puterea cu exponent natural a unui număr natural. Pătratul unui număr natural.....	28
I.9. Reguli de calcul cu puteri.....	30
I.10. Compararea puterilor	35
I.11. Scrierea în baza 10. Scrierea în baza 2.....	38
I.12. Ordinea efectuării operațiilor cu numere naturale. Utilizarea parantezelor rotunde, pătrate, acolade.....	41
Recapitulare și sistematizare prin teste.....	44
CAPITOLUL II. METODE ARITMETICE DE REZOLVARE A PROBLEMELOR	
II.1. Metoda reducerii la unitate.....	46
II.2. Metoda comparației	48
II.3. Metoda figurativă.....	51
II.4. Metoda mersului invers.....	54
II.5. Metoda falsei ipoteze	56
Recapitulare și sistematizare prin teste.....	58
CAPITOLUL III. DIVIZIBILITATEA NUMERELOR NATURALE	
III.1. Divizor. Multiplu. Divizori comuni. Multipli comuni.....	60
III.2. Criteriul de divizibilitate cu 2. Criteriul de divizibilitate cu 5. Criteriul de divizibilitate cu 10^n	64
III.3. Criteriul de divizibilitate cu 3. Criteriul de divizibilitate cu 9	66
III.4. Numere prime. Numere compuse	68
III.5. Aplicații ale divizibilității numerelor naturale.....	71
Recapitulare și sistematizare prin teste.....	74

FRACȚII ORDINARE. FRACȚII ZECIMALE

CAPITOLUL IV. FRACȚII ORDINARE

IV.1. Frații ordinare. Frații subunitare, echiunitare, supraunitare. Procente.....	76
IV.2. Frații echivalente. Compararea fracțiilor cu același numitor sau același numărător. Reprezentarea pe axă a unei fracții ordinare. Introducerea și scoaterea întregilor dintr-o fracție	79
IV.3. Cel mai mare divizor comun a două numere naturale. Amplificarea și simplificarea fracțiilor. Frații ireductibile. Frații reductibile. Șir de fracții egale	84
IV.4. Cel mai mic multiplu comun a două numere naturale. Aducerea fracțiilor la un numitor comun.....	87
Recapitulare și sistematizare prin teste	90
IV.5. Adunarea și scăderea fracțiilor ordinare	92
IV.6. Înmulțirea fracțiilor ordinare. Puteri.....	95
IV.7. Împărțirea fracțiilor ordinare	97
IV.8. Frații sau procente dintr-un număr natural sau dintr-o fracție ordinară	100
IV.9. Ordinea efectuării operațiilor.....	104
IV.10. Probleme recapitulative	106
Recapitulare și sistematizare prin teste	110

CAPITOLUL V. FRACȚII ZECIMALE

V.1. Frații zecimale finite	113
V.2. Reprezentarea pe axă, compararea și ordonarea fracțiilor zecimale finite. Aproximări.....	116
V.3. Adunarea și scăderea fracțiilor zecimale finite	120
V.4. Înmulțirea fracțiilor zecimale finite	124
V.5. Împărțirea fracțiilor zecimale finite. Media aritmetică.....	127
Recapitulare și sistematizare prin teste	131
V.6. Frații zecimale periodice.....	132
V.7. Număr rațional pozitiv. Ordinea efectuării operațiilor cu numere raționale	137
V.8. Metode aritmetice pentru rezolvarea problemelor cu fracții	139
V.9. Elemente de organizare a datelor.....	144
Recapitulare și sistematizare prin teste.....	149

ELEMENTE DE GEOMETRIE ȘI UNITĂȚI DE MĂSURĂ

CAPITOLUL VI. PUNCTE. DREPTE. PLANE

VI.1. Punct. Dreaptă. Plan	151
VI.2. Pozițiile relative ale unui punct față de o dreaptă. Pozițiile relative a două drepte	155
VI.3. Lungimea unui segment. Mijlocul unui segment. Simetricul unui punct față de alt punct	158
Recapitulare și sistematizare prin teste	163

CAPITOLUL VII. UNGHIURI

VII.1. Unghi: definiție, notații, elemente	165
VII.2. Măsura unui unghi. Unghiuri congruente. Clasificarea unghiurilor	168
VII.3. Calcule cu măsuri de unghiuri exprimate în grade și minute sexagesimale	171
VII.4. Figuri congruente. Axă de simetrie.....	172
Recapitulare și sistematizare prin teste	174

CAPITOLUL VIII. UNITĂȚI DE MĂSURĂ

VIII.1. Unități de măsură pentru lungime. Perimetre	177
VIII.2. Unități de măsură pentru arie. Aria pătratului și aria dreptunghiului.....	180
VIII.3. Unități de măsură pentru volum. Volumul cubului și volumul paralelipipedului dreptunghic.....	183
Recapitulare și sistematizare prin teste	185

RECAPITULARE FINALĂ

TESTE DE EVALUARE.....	187
PROBLEME RECAPITULATIVE.....	193
TESTE RECAPITULATIVE.....	201

INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI.....	204
------------------------------	-----