

MATE<sup>®</sup>  
2000+  
Consolidare

Nume: .....

Prenume: .....

Clasă: .....

Școală: .....

.....

EDITURA PARALELA 45



EDITURA PARALELA45  
EDUCAȚIONAL

*Acest auxiliar didactic este aprobat pentru utilizarea în unitățile de învățământ preuniversitar prin O.M.E.C. nr. 5318/21.11.2019.*

*Lucrarea este elaborată în conformitate cu Programul școlar în vigoare pentru clasa a VII-a, aprobată prin O.M.E.N. nr. 3393/28.02.2017.*

**Referință științifică:** Lucrarea a fost definitivată prin contribuția și recomandările Comisiei științifice și metodice a publicațiilor Societății de Științe Matematice din România. Aceasta și-a dat avizul favorabil în ceea ce privește alcătuirea și conținutul matematic.

Redactare: Andreea Roșca  
Tehnoredactare: Iuliana Ene  
Pregătire de tipar: Marius Badea  
Design copertă: Mirona Pintilie

**Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României**  
**NEGRILĂ, ANTON**

**Matematică : algebră, geometrie : clasa a VII-a / Anton Negrilă, Maria**  
Negrilă. - Ed. a 9-a, reviz.. - Pitești : Paralela 45, 2020

2 vol.

ISBN 978-973-47-3243-2

**Partea 2.** - 2020. - ISBN 978-973-47-3309-5

I. Negrilă, Maria

51

Copyright © Editura Paralela 45, 2020

Prezenta lucrare folosește denumiri ce constituie mărci înregistrate,  
iar conținutul este protejat de legislația privind dreptul de proprietate intelectuală.  
[www.edituraparalela45.ro](http://www.edituraparalela45.ro)

Anton NEGRILĂ  
Maria NEGRILĂ

Scanează codul QR pentru  
a accesa aplicația MATE 2000+



# matematică

## algebră

## geometrie

**clasa a VII-a**

**partea a II-a**

ediția a IX-a, revizuită

**mate 2000 – consolidare**

ÎNVĂȚARE DE CONSOLIDARE®  
*antrenament*



**Stimate cadre didactice/dragi elevi,**

Vă mulțumim că și în acest an școlar ați ales să utilizați auxiliarele din colecția **Mate 2000+**!

**Mate 2000+** este cea mai longevivă colecție din domeniul educațional la nivel național și, pentru multe generații de elevi, astăzi părinți, reprezintă sinonimul reușitei în carieră și de ce nu, în viață. Concepută și gândită de un colectiv de specialiști în domeniul educației ca un produs unic pe piața editorială din România, **MATE 2000+** a reușit să se impună, fiind în acest moment lider pe piața auxiliarelor școlare dedicate matematicii.

Tehnologia a evoluat, vremurile s-au schimbat, iar toate acestea ne fac să credem că și modul de abordare a predării se va schimba treptat. Fideli dezideratului de a oferi elevilor informații de un real folos, avem deosebită plăcere de a vă prezenta **Aplicația MATE 2000+**. Creată într-un mod intuitiv, disponibilă atât în Apple Store, cât și în Play Store, cu secțiuni dedicate elevilor și profesorilor, aplicația îmbogățește partea teoretică din auxiliarele noastre.

**Rolul aplicației MATE 2000+** este de a oferi elevilor posibilitatea de a urmări într-un mod sistematizat conținuturile esențiale din programă, iar pentru profesori reprezintă un sprijin important pentru organizarea eficientă a lecțiilor, atât la clasă, cât și în sistem online.

Vă dorim o experiență de utilizare excelentă!  
Echipa Editurii Paralela 45

### Abrevieri:

- \* Inițiere (înțelegere)
- \*\* Consolidare (aplicare și exersare)
- \*\*\* Excelență (aprofundare și performanță)
- \*\*\*\* Supermate

#### Legendă

**PE** = portofoliul elevului

**PP** = portofoliul profesorului

**PE-PP** = portofoliul elevului - portofoliul profesorului

# Algebră

## Capitolul I

### Ecuatii și sisteme de ecuații liniare

#### PP Competențe specifice

- C1. Identificarea unei situații date rezolvabile prin ecuații sau sisteme de ecuații liniare
- C2. Utilizarea regulilor de calcul cu numere reale pentru verificarea soluțiilor unor ecuații sau sisteme de ecuații liniare
- C3. Utilizarea transformărilor echivalente în rezolvarea unor ecuații și sisteme de ecuații liniare
- C4. Redactarea rezolvării ecuațiilor și sistemelor de ecuații liniare
- C5. Stabilirea unor metode de rezolvare a ecuațiilor sau a sistemelor de ecuații liniare
- C6. Transpunerea matematică a unor situații date, utilizând ecuații și/sau sisteme de ecuații liniare

#### PE-PP 1. Ecuații de gradul I cu o necunoscută



Ecuațiile sunt propoziții matematice cu una sau mai multe variabile, în care apare o singură dată semnul egal („=”).

#### Exemple:

1.  $2x - 7 = x + 2$ ;

2.  $3y + 2y - 8 = 0$ ;

3.  $3(z + 2) = 3z + 6$ .

#### Observații:

- $x, y, z, \dots$  poartă denumirea de variabile (necunoscute).
- Ceea ce este scris în stânga semnului egal se numește membrul stâng al ecuației, iar ceea ce este scris în dreapta semnului egal poartă denumirea de membrul drept al ecuației.

**DEFINIȚII:** Un număr real se numește **soluție** pentru o ecuație dacă, înlocuind necunoscuta cu acel număr în ecuația dată, propoziția obținută este adevărată. Mulțimea soluțiilor unei ecuații se notează cu  $S$ .

O ecuație de forma  $ax + b = 0$ , unde  $a, b \in \mathbb{R}$  și  $a \neq 0$ , se numește **ecuație de gradul I cu o necunoscută**. Numerele reale  $a$  și  $b$  se numesc **coeficienți** ( $a$  este **coeficientul necunoscutei**, iar  $b$  se numește **termen liber**), iar  $x$  se numește **necunoscută** sau **variabilă**.

Se numește **soluție** a ecuației  $ax + b = 0$ , unde  $a, b \in \mathbb{R}$  și  $a \neq 0$ , un număr  $x_0 \in \mathbb{R}$  pentru care propoziția  $ax_0 + b = 0$  este adevărată.

A rezolva o ecuație înseamnă a determina toate soluțiile sale. Aceste soluții formează mulțimea soluțiilor ecuației date și se notează, de regulă, cu  $S$ .

Dacă după o ecuație urmează o precizare de forma  $x \in M$ , aceasta indică mulțimea în care ia valori necunoscuta. Se spune că ecuația dată este definită pe mulțimea  $M$  (sau că se rezolvă în mulțimea  $M$ ). Dacă nu se face nicio precizare, se consideră  $M = \mathbb{R}$ .

#### Exemple:

- Numărul 9 este soluție a ecuației  $2x - 7 = x + 2$  pentru că, înlocuind în ecuație pe  $x$  cu 9, se obține o propoziție adevărată:  $2 \cdot 9 - 7 = 9 + 2$  (A).
- Orice număr real este soluție pentru ecuația  $3(z + 2) = 3z + 6$ ; din această cauză, ecuația se mai numește și **identitate**.
- Există ecuații care nu au nicio soluție reală.

**Exemple:**  $4(x - 3) = 4x + 10$ ;  $2z + 5 = 2(z + 9)$  etc.

Mulțimea soluțiilor acestor ecuații este  $\emptyset$ .

## 1.1. ECHIVALENȚA ECUAȚIILOR

Înlocuind necunoscuta  $x$  cu numărul 3 în ecuația  $3x + 2 = 11$ , constatăm că obținem o propoziție adevărată:  $3 \cdot 3 + 2 = 11$ . Deci, numărul 3 este soluție a ecuației. Putem spune că am rezolvat ecuația? Nu încă, deoarece nu suntem siguri că am aflat toate soluțiile. Să presupunem că numărul  $a$  este soluție (și el) a ecuației  $3x + 2 = 11$ . Atunci, înlocuind necunoscuta  $x$  cu numărul  $a$ , obținem propoziția adevărată (egalitatea)  $3a + 2 = 11$ . Vom scădea din ambii membri ai ei numărul 2, de unde rezultă că  $3a + 2 - 2 = 11 - 2$ , adică  $3a = 9$ . Vom împărți ambii membri cu 3 și obținem  $a = 9 : 3$ . Deci,  $a = 3$ .

Numai acum putem afirma că am rezolvat ecuația; ea are o singură soluție, și anume numărul 3. Și ecuația  $x = 3$  are ca soluție doar numărul 3.

Deci, ecuațiile:  $3x + 2 = 11$  și  $x = 3$  au aceeași soluție, ele fiind **echivalente**.

Două ecuații sunt echivalente în cazul în care au aceleași soluții. O ecuație simplă de forma  $x = a$ , unde  $a$  este număr real dat, are ca soluție doar numărul  $a$ . Atunci când rezolvăm o ecuație oarecare, încercăm să găsim o alta, de forma  $x = a$ , care să fie echivalentă cu cea dată. Putem folosi următoarele reguli, care conduc la ecuații echivalente:

- 1) Se pot trece termenii dintr-un membru în celălalt, schimbându-le semnul.
- 2) Se pot înmulți (împărți) ambii membri ai ecuației cu numere diferite de zero.

## 1.2. ECUAȚII DE GRADUL I CU O NECUNOSCUȚĂ. ECUAȚII REDUCTIBILE LA ECUAȚII DE GRADUL I CU O NECUNOSCUȚĂ

**În general, o ecuație de forma  $ax + b = 0$ , unde  $a$  și  $b$  sunt numere reale (iar  $a \neq 0$ ), va fi numită ecuație de gradul I cu o necunoscută.**

O asemenea ecuație se rezolvă în două etape:

1. Scădem din ambii membri pe  $b$  și obținem  $ax = -b$ .
2. Împărțim ambii membri cu  $a$  și obținem  $x = -\frac{b}{a}$ . Această ultimă ecuație are evident

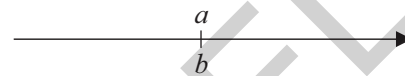
ca unică soluție numărul real  $-\frac{b}{a}$  și este echivalentă cu ecuația  $ax + b = 0$ .

### Observații:

- Dacă  $a = 0$  și  $b = 0$ , atunci propoziția cu o variabilă  $ax = -b$  se scrie  $0x = 0$ , deci orice număr real este soluție a ecuației.
- Dacă  $a = 0$ ,  $b \neq 0$ , atunci propoziția cu o variabilă  $ax = -b$  devine  $0x = -b$ , ceea ce este imposibil, deoarece produsul niciunui număr real cu zero nu este un număr real diferit de zero. În general, ecuațiile nu se prezintă sub această formă simplă, însă le putem aduce la aceasta folosind regulile care conduc la ecuații echivalente.

### 1.3. RELAȚIA DE EGALITATE ÎN MULȚIMEA NUMERELOR REALE. PROPRIETĂȚI

Spunem că două numere reale  $a$  și  $b$  sunt egale dacă se reprezintă în același punct pe axa numerelor.



#### Exemple:

1. Dacă  $a = 3$  și  $b = \sqrt{9}$ , atunci  $a = b$ , deoarece  $\sqrt{9} = 3$ .
2. Dacă  $a = (2 - \sqrt{3})^2$  și  $b = 7 - 4\sqrt{3}$ , atunci  $a = b$ , deoarece  $(2 - \sqrt{3})^2 = 7 - 4\sqrt{3}$ .

#### Proprietățile relației de egalitate pe mulțimea numerelor reale:

1. **Reflexivitatea:**  $x = x$ , pentru orice  $x \in \mathbb{R}$ .
2. **Simetria:** dacă  $x = y$ , atunci  $y = x$ , pentru orice  $x, y \in \mathbb{R}$ .
3. **Tranzitivitatea:** dacă  $x = y$  și  $y = z$ , atunci  $x = z$ , pentru orice  $x, y, z \in \mathbb{R}$ .

Egalitatea se păstrează dacă adunăm (scădem) din ambii membri ai unei egalități același termen sau dacă înmulțim (împărțim) o egalitate printr-un factor nenul. Adică au loc următoarele echivalențe, numite proprietăți de compatibilitate între relația de egalitate și operațiile cu numere reale:

$$a = b \Leftrightarrow a + x = b + x, (\forall) a, b, x \in \mathbb{R};$$

$$a = b \Leftrightarrow a - x = b - x, (\forall) a, b, x \in \mathbb{R};$$

$$a = b \Leftrightarrow a \cdot x = b \cdot x, (\forall) a, b, x \in \mathbb{R} (x \neq 0);$$

$$a = b \Leftrightarrow a : x = b : x, (\forall) a, b, x \in \mathbb{R} (x \neq 0).$$

Pe scurt, putem spune că:

- dacă se adună, se scad, se înmulțesc sau se împart membru cu membru două egalități, se obține tot o egalitate. Altfel spus, avem:

$$\text{dacă } \begin{cases} a = b \\ c = d \end{cases}, \text{ atunci } \begin{cases} a + c = b + d \\ a - c = b - d \end{cases} \text{ și } \begin{cases} a \cdot c = b \cdot d \\ \frac{a}{c} = \frac{b}{d} \end{cases} (c \neq 0; d \neq 0).$$

**Exemplu:** Demonstrați că dacă  $x^2 + y^2 = 2xy$ , atunci  $x = y$ .

Adunând în ambii membri ai egalității numărul real  $-2xy$ , obținem egalitatea  $x^2 + y^2 - 2xy = 2xy - 2xy$ , care este echivalentă cu egalitatea  $(x - y)^2 = 0$ . Deoarece pătratul unui număr real este zero doar când numărul dat este zero, rezultă  $x - y = 0$ . Adunând în ambii membri ai egalității numărul  $y$ , rezultă  $x = y$ .

# Geometrie

## Capitolul I Relații metrice în triunghiul dreptunghic

### PP Competențe specifice

- C1. Recunoașterea elementelor unui triunghi dreptunghic într-o configurație geometrică dată
- C2. Aplicarea relațiilor metrice într-un triunghi dreptunghic pentru determinarea unor elemente ale acestuia
- C3. Deducerea relațiilor metrice într-un triunghi dreptunghic
- C4. Exprimarea în limbaj matematic a relațiilor dintre elementele unui triunghi dreptunghic
- C5. Interpretarea unor relații metrice între elementele unui triunghi dreptunghic
- C6. Implementarea unei strategii pentru rezolvarea unor situații date, utilizând relații metrice în triunghiul dreptunghic

### PE-PP

### PROIECȚII ORTOGONALE PE O DREAPTĂ



**DEFINIȚIE:** Proiecția ortogonală a unui punct pe o dreaptă este piciorul perpendicularei duse din acel punct pe dreaptă.

**TEOREMĂ:** Proiecția ortogonală a unui segment  $[AB]$  pe o dreaptă  $d$  este segmentul  $[A'B']$ , unde  $A'$  și  $B'$  sunt proiecțiile ortogonale ale punctelor  $A$  și  $B$  pe  $d$  (este un punct sau un segment, după cum  $[AB]$  este sau nu perpendicular pe  $d$ ).

### PROPRIETĂȚI:

1. Dacă  $AB \parallel d$ , atunci proiecția ortogonală a lui  $[AB]$  pe dreapta  $d$  este un segment congruent cu  $[AB]$ .
2. Dacă  $[C'D']$  este proiecția ortogonală a lui  $[CD]$  pe  $d$  și  $CD \not\parallel d$ , atunci  $C'D' < CD$ .
3. Dacă  $[M'N']$  este proiecția ortogonală a lui  $[MN]$  pe dreapta  $d$ , atunci mijlocul lui  $[M'N']$  este proiecția ortogonală a mijlocului lui  $[MN]$  pe  $d$ .



## PE-PP 1. Teorema înălțimii



### Teorema înălțimii

Într-un triunghi dreptunghic, lungimea înălțimii din vârful unghiului drept este media geometrică a lungimilor proiecțiilor ortogonale ale catetelor pe ipotenuză.

**Observație:** Pentru a scurta enunțul, spunem uneori:

Într-un triunghi dreptunghic, înălțimea din vârful unghiului drept este media geometrică a proiecțiilor catetelor pe ipotenuză.

Dacă în  $\triangle ABC$   $m(\sphericalangle A) = 90^\circ$ ,  $AD \perp BC$ ,  $D \in (BC)$ , atunci  $AD^2 = BD \cdot CD$ .

### A doua teoremă a înălțimii

Într-un triunghi dreptunghic, lungimea înălțimii duse din vârful unghiului drept este egală cu raportul dintre produsul lungimilor catetelor și lungimea ipotenuzei.

În triunghiul  $ABC$  cu  $m(\sphericalangle A) = 90^\circ$ ,  $AD \perp BC$ ,  $D \in (BC)$ , avem:  $AD = \frac{AB \cdot AC}{BC}$ .

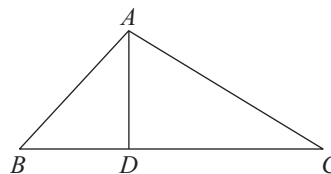
### Reciproca teoremei înălțimii

Fie triunghiul  $ABC$  și  $D \in (BC)$ , astfel încât  $AD \perp BC$  și  $AD^2 = DC \cdot DB$ . Atunci  $m(\sphericalangle BAC) = 90^\circ$ .

*Demonstrație:*

Din  $AD^2 = DC \cdot DB$  rezultă că  $\frac{AD}{DC} = \frac{DB}{AD}$ , iar cum

$\sphericalangle BDA \equiv \sphericalangle ADC$ , rezultă că  $\triangle ADC \sim \triangle BDA$ , deci  $\sphericalangle BAD \equiv \sphericalangle DCA$ . Dar  $m(\sphericalangle BAD) + m(\sphericalangle ABD) = 90^\circ$ , atunci rezultă că  $m(\sphericalangle DCA) + m(\sphericalangle ABD) = 90^\circ$ , adică  $m(\sphericalangle BAC) = 90^\circ$ .



## ● ● ● activități de învățare ● ● ●

### PE Înțelegere \*

1. În triunghiul  $ABC$ ,  $m(\sphericalangle A) = 90^\circ$  și  $AD \perp BC$ ,  $D \in (BC)$ . Precizați valoarea de adevăr a propozițiilor:

- a)  $pr_{BC} A = D$ ;      b)  $pr_{BC} [AB] = [BD]$ ;      c)  $pr_{BC} [AC] = [DC]$ ;      d)  $pr_{AB} [BC] = [AB]$ ;  
e)  $pr_{BC} [AD] = [BD]$ ;      f)  $pr_{AC} [AB] = [AC]$ ;      g)  $pr_{AC} [BC] = [AC]$ .

2. Se consideră triunghiul dreptunghic  $ABC$ ,  $m(\sphericalangle A) = 90^\circ$  și  $AD \perp BC$ , cu  $D \in (BC)$ , iar  $BC = 75$  cm. Determinați lungimile proiecțiilor catetelor  $[AB]$ , respectiv  $[AC]$  pe ipotenuza  $[BC]$ , știind că proiecțiile sunt invers proporționale cu numerele 0,(6) și 0,375.

3. Se consideră triunghiul  $ABC$  și punctele  $D, E, F$  și, respectiv,  $G$  situate pe latura  $[AC]$  astfel încât să avem:  $AD = DE = EF = FG = GC$ . Dacă punctele  $M, N, P, Q$  și, respectiv,  $R$  sunt proiecțiile punctelor  $A, D, E, F$  și, respectiv,  $G$  pe latura  $[BC]$ , determinați valorile rapoartelor:  $\frac{MN}{NP}; \frac{RC}{RQ}; \frac{MP}{CQ}; \frac{NP}{NC}; \frac{MC}{NR}; \frac{MQ}{NC}; \frac{PC}{MQ}$ .

4. Într-un triunghi dreptunghic, lungimea ipotenuzei este egală cu 20,8 dm, iar lungimile proiecțiilor catetelor pe ipotenuză sunt direct proporționale cu numerele 0,1(6) și 0,375. Calculați lungimea înălțimii corespunzătoare ipotenuzei.

5. Într-un triunghi dreptunghic  $ABC$ ,  $m(\sphericalangle A) = 90^\circ$ ,  $AD \perp BC$ ,  $D \in (BC)$  se dau:

a)  $AD = 24$  cm și  $BD = 18$  cm. Calculați  $CD$  și  $BC$ .

b)  $BD = 8$  cm și  $CD = 0,18$  m. Calculați  $AD$  și  $BC$ .

6. Într-un triunghi dreptunghic  $ABC$ ,  $m(\sphericalangle A) = 90^\circ$ ,  $AD \perp BC$ ,  $D \in (BC)$  se dau:

a)  $BD = 3,6$  dm și  $CD = 6,4$  dm. Calculați  $BC$  și  $AD$ .

b)  $CD = 7,2$  dm și  $AD = 9,6$  dm. Calculați  $BD$  și  $BC$ .

### PE Aplicare și exersare \*\*

7. În dreptunghiul  $ABCD$ ,  $DE \perp AC$ ,  $E \in (AC)$ . Știind că  $AE = 12$  cm și  $CE = 48$  cm, calculați lungimea segmentului  $[DE]$  și aria dreptunghiului  $ABCD$ .

8. În rombul  $ABCD$ ,  $AC \perp BD$ ,  $AC \cap BD = \{O\}$  și  $OM \perp BC$ ,  $M \in (BC)$ . Dacă  $BM = 18$  cm și  $MC = 32$  cm, calculați lungimea segmentului  $[OM]$  și aria rombului  $ABCD$ .

9. Trapezul dreptunghic  $ABCD$ ,  $AB \parallel CD$ ,  $AB > CD$ ,  $m(\sphericalangle A) = m(\sphericalangle D) = 90^\circ$ , are diagonalele perpendiculare, iar  $AB = 54$  cm și  $CD = 24$  cm. Calculați:

a) lungimea segmentului  $[AD]$ ;

b) aria trapezului  $ABCD$ .

10. În trapezul isoscel  $ABCD$ ,  $AD \parallel BC$ ,  $AD < BC$ ,  $AC \perp AB$ ,  $[AB] \equiv [DC]$ , cu  $AM \perp BC$ ,  $M \in (BC)$ , avem  $BM = 12$  cm și  $CM = 48$  cm. Calculați:

a) lungimea segmentului  $[AM]$ ;

b) aria trapezului  $ABCD$ .

11. În triunghiul dreptunghic  $MNP$ ,  $m(\sphericalangle M) = 90^\circ$ ,  $MQ \perp NP$ ,  $Q \in (NP)$ , se dau:

a)  $PQ = 25,6$  dm și  $PN = 40$  dm. Calculați  $NQ$  și  $MQ$ .

b)  $NQ = 9$  dm și  $NP = 25$  dm. Calculați  $QP$  și  $MQ$ .

### PE Aprofundare și performanță \*\*\*

12. Într-un triunghi dreptunghic  $ABC$ ,  $m(\sphericalangle A) = 90^\circ$ ,  $AD \perp BC$ ,  $D \in (BC)$ , se dau:

a)  $\frac{BD}{CD} = \frac{4}{9}$ , iar  $BC = 52$  cm. Calculați  $AD$  și  $\mathcal{A}_{ABC}$ .

b)  $\frac{CD}{BD} = 1\frac{7}{9}$ , iar  $AD = 24$  cm. Calculați  $BC$  și  $\mathcal{A}_{ABC}$ .

13. În triunghiul dreptunghic  $ABC$ ,  $m(\sphericalangle A) = 90^\circ$ ,  $AD \perp BC$ ,  $D \in (BC)$ , se știe  $AD = 36$  dm și  $CD = 48$  dm. Calculați:

a) lungimea proiecției  $BD$  și a ipotenuzei  $BC$ ;

b) aria triunghiului  $ABC$ .

14. Într-un triunghi dreptunghic cu ipotenuza de 45 dm raportul lungimilor proiecțiilor catetelor pe ipotenuză are valoarea 4. Calculați:

a) lungimile proiecțiilor catetelor pe ipotenuză;

b) lungimea înălțimii corespunzătoare ipotenuzei.

15. Fie triunghiul dreptunghic  $ABC$ , având ipotenuza  $BC = 24$  cm. Dacă măsura unghiului dintre înălțimea și mediana duse din punctul  $A$  este de  $30^\circ$ , calculați lungimea înălțimii duse din  $A$  și aria triunghiului  $ABC$ .

**16.** Înălțimea rombului  $ABCD$  are lungimea de 12 cm. Dacă  $AC \cap BD = \{O\}$ , iar proiecția segmentului  $[OA]$  pe  $AD$  are lungimea de 12 cm, calculați perimetrul și aria rombului.

**PE-PP Supermate \*\*\*\***

**17.** În triunghiul dreptunghic  $ABC$ ,  $m(\sphericalangle A) = 90^\circ$ ,  $AD \perp BC$ ,  $D \in (BC)$ ,  $\mathcal{A}_{ABD} \cdot \mathcal{A}_{ADC} = 576 \text{ cm}^4$  și  $BC = 12\sqrt{3}$  cm. Calculați aria triunghiului  $ABC$ .

**18.** În triunghiul dreptunghic  $ABC$ ,  $m(\sphericalangle A) = 90^\circ$ ,  $AD \perp BC$ ,  $D \in (BC)$ ,  $\frac{BD}{CD} = \frac{4}{9}$ , iar aria triunghiului este egală cu  $351 \text{ cm}^2$ . Aflați lungimea înălțimii duse din vârful  $A$ .

**19.** În triunghiul dreptunghic  $ABC$ ,  $m(\sphericalangle A) = 90^\circ$ ,  $AD \perp BC$ ,  $D \in (BC)$ , avem  $\mathcal{A}_{ABD} \cdot \mathcal{A}_{ADC} = 1296 \text{ cm}^4$  și  $BC = 12\sqrt{2}$  cm. Calculați aria triunghiului  $ABC$ .

## **PE-PP 2. Teorema catetei**



### **Teorema catetei**

Într-un triunghi dreptunghic, lungimea unei catete este media geometrică a lungimii ipotenuzei și a lungimii proiecției ei ortogonale pe ipotenuză.

Dacă în  $\triangle ABC$ ,  $m(\sphericalangle A) = 90^\circ$ ,  $AD \perp BC$ ,  $D \in (BC)$ , atunci:

$$AC^2 = CD \cdot BC \text{ și } AB^2 = BD \cdot BC.$$

### **Reciprocele teoremei catetei**

• Fie un triunghi  $ABC$  cu  $m(\sphericalangle A) = 90^\circ$  și  $D \in (BC)$ . Dacă  $AB^2 = BD \cdot BC$ , atunci  $AD \perp BC$ .

• Fie un triunghi  $ABC$  și  $AD \perp BC$ ,  $D \in (BC)$ . Dacă  $AB^2 = BD \cdot BC$ , atunci  $m(\sphericalangle BAC) = 90^\circ$ .

## ● ● ● activități de învățare ● ● ●

### **PE Înțelegere \***

**1.** Într-un triunghi dreptunghic  $ABC$ ,  $m(\sphericalangle A) = 90^\circ$ ,  $AD \perp BC$ ,  $D \in (BC)$ , se dau:

a)  $BC = 20$  cm și  $BD = 16$  cm. Calculați  $CD$ ,  $AB$ ,  $AC$  și  $AD$ .

b)  $AB = 18$  cm și  $BC = 30$  cm. Calculați  $BD$ ,  $CD$ ,  $AC$  și  $AD$ .

c)  $BD = 36$  cm și  $AB = 60$  cm. Calculați  $BC$ ,  $CD$ ,  $AC$  și  $AD$ .

**2.** Proiecțiile catetelor unui triunghi dreptunghic pe ipotenuză sunt egale cu 12 cm și, respectiv, 48 cm. Calculați aria și perimetrul triunghiului.

**3.** Într-un triunghi dreptunghic  $ABC$ ,  $m(\sphericalangle A) = 90^\circ$ , mediana  $AM$  corespunzătoare ipotenuzei  $[BC]$  are lungimea egală cu 18 cm. Dacă  $m(\sphericalangle MAC) = 30^\circ$ , calculați:

a) valoarea raportului  $\frac{BD}{CD}$ , unde  $D$  este proiecția punctului  $A$  pe ipotenuza  $[BC]$ ;

b) aria și perimetrul triunghiului.



## Cuprins

### ALGEBRĂ

<b>Capitolul I. Ecuatii și sisteme de ecuații liniare</b> .....	5
1. Ecuatii de gradul I cu o necunoscută.....	5
1.1. Echivalența ecuațiilor .....	6
1.2. Ecuatii de gradul I cu o necunoscută. Ecuatii reductibile la ecuații de gradul I cu o necunoscută.....	6
1.3. Relația de egalitate în mulțimea numerelor reale. Proprietăți.....	7
Recapitulare și sistematizare prin teste .....	16
<i>Test de autoevaluare</i> .....	17
2. Ecuatii de gradul I cu două necunoscute .....	19
3. Sisteme de două ecuații de gradul I cu două necunoscute.....	20
4. Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor sau al sistemelor de ecuații liniare.....	27
Probleme de matematică aplicată în viața cotidiană.....	32
Recapitulare și sistematizare prin teste .....	32
<i>Test de autoevaluare</i> .....	35
<b>Capitolul II. Elemente de organizare a datelor</b> .....	37
1. Produsul cartezian a două mulțimi nevide. Sistem de axe ortogonale în plan. Reprezentarea punctelor într-un sistem de axe ortogonale. Distanța dintre două puncte din plan .....	37
Recapitulare și sistematizare prin teste .....	44
<i>Test de autoevaluare</i> .....	47
2. Dependența funcțională. Reprezentarea și interpretarea unor dependențe funcționale prin tabele, diagrame și grafice.....	49
3. Elemente de statistică matematică.....	52

### GEOMETRIE

<b>Capitolul I. Relații metrice în triunghiul dreptunghic</b> .....	58
1. Teorema înălțimii .....	59
2. Teorema catetei .....	61
Recapitulare și sistematizare prin teste .....	65
<i>Test de autoevaluare</i> .....	67
3. Teorema lui Pitagora .....	69
Probleme de matematică aplicată în viața cotidiană.....	77
Recapitulare și sistematizare prin teste .....	78
<i>Test de autoevaluare</i> .....	79
<i>Test de autoevaluare</i> .....	81
4. Noțiuni de trigonometrie .....	83
Recapitulare și sistematizare prin teste .....	88
5. Aria triunghiului. Rezolvarea triunghiului dreptunghic .....	90
6. Calculul elementelor în triunghiul echilateral, în pătrat și în hexagonul regulat.....	95
<i>Test de autoevaluare</i> .....	99
7. Aria patrulaterului .....	101
Probleme de matematică aplicată în viața cotidiană.....	106
Recapitulare și sistematizare prin teste .....	107
<i>Test de autoevaluare</i> .....	109

<b>Modele de teze semestriale</b> .....	111
<b>Modele de teste pentru Evaluarea Națională</b> .....	117
<b>RECAPITULARE ȘI EVALUARE FINALĂ</b>	
<b>Exerciții și probleme recapitulative pentru evaluarea finală</b> .....	125
ALGEBRĂ .....	125
GEOMETRIE .....	134
<b>INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI</b> .....	139

EDITURA PARALELA 45