

Ion TUDOR

# matematică

algebră, geometrie

- Modalități de lucru diferențiate
- Pregătire suplimentară prin planuri individualizate

Caiet de lucru

**Partea a II-a**

**6**

Ediția a VI-a

Editura Paralela 45

*Acest auxiliar didactic este aprobat pentru utilizarea în unitățile de învățământ preuniversitar prin O.M.E.N. nr. 3530/04.04.2018.*

*Lucrarea este elaborată în conformitate cu Programul școlar în vigoare pentru clasa a VI-a, aprobată prin O.M.E.N. nr. 3393/28.02.2017.*

**Referință științifică:** Lucrarea a fost definitivată prin contribuția și recomandările Comisiei științifice și metodice a publicațiilor Societății de Științe Matematice din România. Aceasta și-a dat avizul favorabil în ceea ce privește alcătuirea și conținutul matematic.

Redactare: Iuliana Ene  
Tehnoredactare: Roxana Pietreanu  
Pregătire de tipar: Marius Badea  
Design copertă: Mirona Pintilie

**Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României**  
**TUDOR, ION**

**Matematică : algebră, geometrie : modalități de lucru diferențiate - pregătire suplimentară prin planuri individualizate : caiet de lucru - 6 / Ion Tudor. - Ed. a 6-a. - Pitești : Paralela 45, 2022**  
2 vol.  
ISBN 978-973-47-3650-8  
**Partea 2. - 2022. - ISBN 978-973-47-3767-3**

51

Copyright © Editura Paralela 45, 2022

Prezenta lucrare folosește denumiri ce constituie mărci înregistrate, iar conținutul este protejat de legislația privind dreptul de proprietate intelectuală.  
[www.edituraparelela45.ro](http://www.edituraparelela45.ro)

# ALGEBRĂ

## Capitolul III

### MULȚIMEA NUMERELOR ÎNTREGI

#### Lecția 1. Mulțimea numerelor întregi.

#### Opusul unui număr întreg



#### Citesc și rețin

Numerele naturale nenule scrise cu semnul „+” în față:  $+1, +2, +3, \dots$  se numesc numere întregi pozitive. Mulțimea numerelor întregi pozitive se notează cu  $\mathbb{Z}_+$ , deci  $\mathbb{Z}_+ = \{+1, +2, +3, \dots\}$  și avem  $\mathbb{N}^* = \mathbb{Z}_+$ .

Numerele naturale nenule scrise cu semnul „-” în față:  $-1, -2, -3, \dots$  se numesc numere întregi negative. Mulțimea numerelor întregi negative se notează cu  $\mathbb{Z}_-$ , deci  $\mathbb{Z}_- = \{-1, -2, -3, \dots\}$ .

Numărul natural 0 este singurul număr întreg care nu este nici pozitiv, nici negativ.

Mulțimea numerelor întregi se notează cu  $\mathbb{Z}$  și se definește astfel:  $\mathbb{Z} = \mathbb{Z}_- \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}_+$ .

Mulțimea  $\mathbb{Z}^* = \mathbb{Z} \setminus \{0\}$  se numește mulțimea numerelor întregi nenule.

Numerele întregi care aparțin reuniunii  $\{0\} \cup \mathbb{Z}_+$  se numesc numere întregi nenegative.

**Definiție:** Prin **opusul numărului** întreg nenul  $a$  înțelegem numărul întreg  $-a$ .  
Opusul numărului întreg 0 este numărul întreg 0.

*Exemple:* Opusul numărului întreg 5 este numărul întreg  $-5$ .  
Opusul numărului întreg  $-8$  este numărul întreg 8.



#### Cum se aplică?

1. Se consideră mulțimea  $A = \{-6, 15, 0, -21, 8\}$ . Determinați mulțimile:

a)  $E = \{x \in A \mid x \in \mathbb{Z}_+\}$ ;

b)  $F = \{x \in A \mid x \in \mathbb{Z}_-\}$ .

**Soluție:**

a)  $E = \{15, 8\}$ ;

b)  $F = \{-6, -21\}$ .

2. Scrieți opusele următoarelor numere întregi:

a)  $-9$ ;

b) 0;

c) 17;

d)  $-11$ .

**Soluție:**

a) 9;

b) 0;

c)  $-17$ ;

d) 11.



### Exerciții și probleme de dificultate medie

- 11.** Se consideră mulțimea  $A = \{-6, -5, 2, 0, 1, 7, -13\}$ . Determinați mulțimea  $B = \{y \mid y \text{ este opusul lui } x, x \in A\}$ .
- 12.** Se consideră mulțimea  $E = \{-1, -4, 6, -11, 8, 0, 9\}$ . Determinați mulțimea  $F = \{y \mid y \text{ este opusul lui } x, x \in E\}$ .
- 13.** Determinați mulțimea  $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x = -x\}$  și precizați cardinalul acesteia.
- 14.** Se consideră mulțimea  $E = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ este număr prim de o cifră}\}$ . Enumerați elementele mulțimii  $F = \{m \in \mathbb{Z} \mid m = -n, n \in E\}$ .
- 15.** Se consideră mulțimea  $E = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ este număr compus de o cifră}\}$ . Enumerați elementele mulțimii  $F = \{m \in \mathbb{Z} \mid m = -n, n \in E\}$ .
- 16.** Se consideră mulțimile  $X = \{-8, 0, 3\}$  și  $Y = \{y \mid y \text{ este opusul lui } x, x \in X\}$ . Scrieți submulțimile mulțimii  $Y$ .
- 17.** Se consideră mulțimile  $X = \{-9, -5, 2, 0, -3, 1, 3\}$  și  $Y = \{y \in \mathbb{Z}^* \mid y \text{ este opusul lui } x, x \in X\}$ . Câte submulțimi are mulțimea  $Y$ ?
- 18.** Se consideră mulțimile  $A = \{-7, -1, 0, 1, 4\}$  și  $B = \{b \mid b \text{ este opusul lui } a, a \in A\}$ . Enumerați elementele următoarelor mulțimi și precizați cardinalul acestora.
- a)  $A \cup B$ ;                      b)  $A \cap B$ ;                      c)  $A \setminus B$ ;                      d)  $B \setminus A$ .

### Exerciții și probleme de dificultate avansată

- 19.** Se consideră numărul întreg  $a = \underbrace{-(-(-(-\dots(-1)\dots)))}_{101 \text{ paranteze}}$ . Scrieți sub forma cea mai simplă opusul numărului întreg  $a$ .
- 20.** Se consideră numărul întreg  $x = \underbrace{-(-(-(-\dots(-1)\dots)))}_{132 \text{ paranteze}}$ . Scrieți sub forma cea mai simplă opusul numărului întreg  $x$ .



#### Ce notă merit?

#### Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

- (3p) **1.** Se consideră mulțimea  $A = \{-13, -2, 8, 0, 11, -10\}$ . Enumerați elementele următoarelor mulțimi și precizați cardinalul acestora.
- a)  $A_1 = \{x \in \mathbb{Z}_- \mid x \in A\}$ ; b)  $A_2 = \{x \in \mathbb{Z}_+ \mid x \in A\}$ ; c)  $A_3 = \{x \in \mathbb{Z}^* \mid x \in A\}$ .

(3p) 2. Scrieți opusele următoarelor numere întregi:

a) 87;

b) -705;

c) 101.

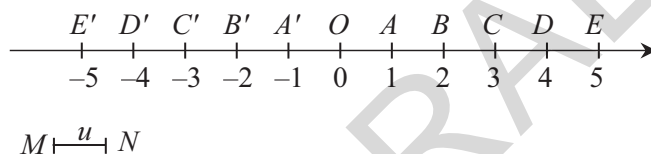
(3p) 3. Se consideră mulțimile  $A = \{-5, -4, 0, 2, 3, 4, 5\}$  și  $B = \{b \in \mathbb{Z} \mid b \text{ este opusul lui } a, a \in A\}$ . Efectuați  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A \setminus B$  și  $B \setminus A$ .

## Lecția 2. Reprezentarea numerelor întregi pe axa numerelor



### Citesc și rețin

Pe dreapta  $d$  se fixează un punct  $O$ , numit origine, se stabilește un sens de parcurgere (indicat de o săgeată) și se alege o unitate de măsură (un segment  $MN$  de lungime  $u$ ). Cu aceste trei proprietăți, dreapta  $d$  se numește axa numerelor.



Numeralele întregi pot fi reprezentate pe axa numerelor.

Oricărui număr întreg îi corespunde un punct pe axă, numărul întreg numindu-se coordonata punctului respectiv. Coordonata punctului  $O$  este numărul întreg 0.

*Exemple:* Numărul întreg 4 este coordonata punctului  $D$ .

Numărul întreg -1 este coordonata punctului  $A'$ .

**Observație:** Două puncte de pe axa numerelor, care au drept coordonate două numere întregi opuse, sunt simetrice în raport cu originea axei.

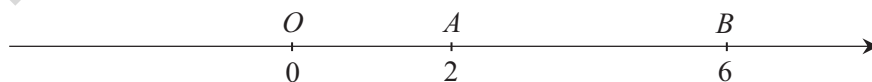
*Exemplu:* Punctul  $C'$  este simetricul punctului  $C$  față de punctul  $O$  în figura de mai sus.



### Cum se aplică?

1. Punctele  $A$  și  $B$  sunt reprezentate pe axa numerelor cu originea în punctul  $O$  și au coordonatele 2, respectiv 6. Dacă  $AB = 28$  mm, aflați  $OA$  și  $OB$ .

**Soluție:**



Mai întâi aflăm lungimea unității de măsură pe care o notăm cu  $x$ .  $AB = OB - OA = 6x - 2x = 4x$ , deci  $4x = 28$  mm și obținem  $x = 7$  mm, prin urmare  $OA = 2 \cdot 7$  mm = 14 mm și  $OB = 6 \cdot 7$  mm = 42 mm.

## Lecția 9. Reguli de calcul cu puteri



### Citesc și rețin

Regulile de calcul cu puteri care au baza număr întreg sunt aceleași ca și în cazul puterilor care au baza număr natural.

- $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ , oricare ar fi  $a \in \mathbb{Z}^*$  și  $m, n \in \mathbb{N}$ ;
- $a^m : a^n = a^{m-n}$ , oricare ar fi  $a \in \mathbb{Z}^*$  și  $m, n \in \mathbb{N}, m \geq n$ ;
- $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ , oricare ar fi  $a \in \mathbb{Z}^*$  și  $m, n \in \mathbb{N}$ ;
- $(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$ , oricare ar fi  $a, b \in \mathbb{Z}^*$  și  $m \in \mathbb{N}$ ;
- $(a : b)^m = a^m : b^m$ , oricare ar fi  $a, b \in \mathbb{Z}^*$  și  $m \in \mathbb{N}$ .



### Cum se aplică?

1. Calculați, folosind regulile de calcul cu puteri:

- a)  $(-5)^{19} \cdot (-5)^8$ ;      b)  $(-6)^{41} : (-6)^7$ ;      c)  $[(-7)^{10}]^4$ .

**Soluție:**

- a)  $(-5)^{19} \cdot (-5)^8 = (-5)^{19+8} = (-5)^{27}$ ;      b)  $(-6)^{41} : (-6)^7 = (-6)^{41-7} = (-6)^{34}$ ;  
c)  $[(-7)^{10}]^4 = (-7)^{10 \cdot 4} = (-7)^{40}$ .

2. Calculați, folosind regulile de calcul cu puteri:

- a)  $[(-19) \cdot (-19)^4 \cdot (-19)^5]^7$ ;      b)  $[(-3) \cdot (-3)^3]^5 : [(-3)^4]^3$ .

**Soluție:**

- a)  $[(-19) \cdot (-19)^4 \cdot (-19)^5]^7 = [(-19)^{1+4+5}]^7 = [(-19)^{10}]^7 = (-19)^{10 \cdot 7} = (-19)^{70}$ ;  
b)  $[(-3) \cdot (-3)^3]^5 : [(-3)^4]^3 = [(-3)^{1+3}]^5 : (-3)^{4 \cdot 3} = (-3)^{4 \cdot 5} : (-3)^{12} = (-3)^{20-12} = (-3)^8$ .



### Știu să rezolv

#### Exerciții și probleme de dificultate minimă

Matematică. Clasa a VI-a

1. Alegeți soluția corectă încercuind litera corespunzătoare acesteia. Rezultatul calculului  $7^{16} \cdot 7^5$  este egal cu:

- A.  $7^{16-5} = 7^{11}$ ;      B.  $7^{16 \cdot 5} = 7^{80}$ ;      C.  $7^{16+5} = 7^{21}$ .

2. Alegeți soluția corectă încercuind litera corespunzătoare acesteia. Rezultatul calculului  $(-5)^{14} : (-5)^7$  este egal cu:

- A.  $(-5)^{14+7} = (-5)^{21}$ ;      B.  $(-5)^{14 \cdot 7} = (-5)^{98}$ ;      C.  $(-5)^{14-7} = (-5)^7$ .

3. Alegeți soluția corectă încercuind litera corespunzătoare acesteia. Rezultatul calculului  $[(-3)^{15}]^4$  este egal cu:

- A.  $(-3)^{15+4} = (-3)^{19}$ ;      B.  $(-3)^{15-4} = (-3)^{11}$ ;      C.  $(-3)^{15 \cdot 4} = (-3)^{60}$ .

4. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

- a)  $(-2)^{23} \cdot (-2)^{51} = (-2)^{74}$ ;       b)  $(-3)^{53} : (-3)^{20} = (-3)^{33}$ ;   
 c)  $(-4)^{60} \cdot (-4)^{37} = (-4)^{23}$ ;       d)  $(-6)^{29} : (-6)^{15} = (-6)^{14}$ ;   
 e)  $[(-5)^{12}]^4 = (-5)^{48}$ ;       f)  $[(-7)^{80}]^5 = (-7)^{18}$ ;

5. Efectuați următoarele înmulțiri, folosind formula  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ :

- a)  $13^{25} \cdot 13^{15} = \dots\dots\dots$ ;    b)  $17^{19} \cdot 17^{18} = \dots\dots\dots$ ;    c)  $19^{23} \cdot 19^{17} = \dots\dots\dots$ ;  
 d)  $(-5)^{30} \cdot (-5)^9 = \dots\dots\dots$ ;    e)  $(-6)^5 \cdot (-6)^{38} = \dots\dots\dots$ ;    f)  $(-3)^8 \cdot (-3)^{36} = \dots\dots\dots$

6. Efectuați următoarele împărțiri, folosind formula  $a^m : a^n = a^{m-n}$ :

- a)  $29^{40} : 29^{25} = \dots\dots\dots$ ;    b)  $31^{35} : 31^{16} = \dots\dots\dots$ ;    c)  $43^{42} : 43^{18} = \dots\dots\dots$ ;  
 d)  $(-2)^{40} : (-2)^5 = \dots\dots\dots$ ;    e)  $(-5)^{48} : (-5)^9 = \dots\dots\dots$ ;    f)  $(-7)^{52} : (-7)^7 = \dots\dots\dots$

7. Efectuați următoarele ridicări la putere, folosind formula  $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ :

- a)  $(13^4)^{13} = \dots\dots\dots$ ;    b)  $(17^{10})^6 = \dots\dots\dots$ ;    c)  $(19^{14})^3 = \dots\dots\dots$ ;  
 d)  $[(-5)^7]^{10} = \dots\dots\dots$ ;    e)  $[(-6)^6]^{13} = \dots\dots\dots$ ;    f)  $[(-7)^4]^{19} = \dots\dots\dots$

8. Calculați, scriind rezultatele sub formă de puteri:

- a)  $(11^3 \cdot 11^{10}) : 11^5$ ;      b)  $(13^5 \cdot 13^{15}) : 13^9$ ;      c)  $(17^2 \cdot 17^{14}) : 17^6$ ;  
 d)  $[(-2)^5 \cdot (-2)^{34}] : (-2)^{10}$ ;    e)  $[(-3)^9 \cdot (-3)^{30}] : (-3)^{13}$ ;    f)  $[(-5)^7 \cdot (-5)^{45}] : (-5)^{27}$ .

b)																				
f)																				

**Exerciții și probleme de dificultate medie**

9. Calculați, scriind rezultatele sub formă de puteri:

- a)  $(17 \cdot 17^6 \cdot 17^{10})^4$ ;      b)  $(13 \cdot 13^5 \cdot 13^{18})^5$ ;      c)  $(19 \cdot 19^8 \cdot 19^{13})^3$ ;  
 d)  $[(-2) \cdot (-2)^9 \cdot (-2)^{30}]^2$ ;    e)  $[(-3) \cdot (-3)^7 \cdot (-3)^{15}]^4$ ;    f)  $[(-7) \cdot (-7)^5 \cdot (-7)^{12}]^3$ .

10. Calculați, scriind rezultatele sub formă de puteri:

- a)  $(11 \cdot 11^{10})^4 : (11^5)^6$ ;      b)  $(19 \cdot 19^{11})^3 : (19^4)^5$ ;  
 c)  $[(-7)^{14} \cdot (-7)^5] : [(-7)^5]^8$ ;    d)  $[(-3)^{10}]^5 : [(-3) \cdot (-3)^{10}]^2$ ;  
 e)  $[(-5)^{12}]^4 : [(-5) \cdot (-5)^{11}]^3$ ;    f)  $[(-2)^{15}]^4 : [(-2) \cdot (-2)^{15}]^2$ .

11. Calculați:

- a)  $[(-2) \cdot (-2)^{12}]^3 : [(-2)^2 \cdot (-2)^3]^7$ ;    b)  $[(-3)^3 \cdot (-3)^4]^3 : [(-3) \cdot (-3)^5]^3$ ;  
 c)  $[(-5)^8 \cdot (-5)^5]^3 : [(-5)^8 \cdot (-5)]^5$ ;    d)  $[(-7)^9 : (-7)]^7 : [(-7)^4 \cdot (-7)^5]^6$ .

12. Calculați:

- a)  $(2 \cdot 2^2 \cdot 2^3)^8 : (-8)^{15}$ ;      b)  $(3 \cdot 3^4 \cdot 3^5)^4 : (-9)^{19}$ ;  
 c)  $(-16)^{10} : [(-2) \cdot (-2)^5 \cdot (-2)^7]^3$ ;    d)  $(-27)^{16} : [(-3) \cdot (-3)^3 \cdot (-3)^5]^5$ .

13. Calculați:

- a)  $(-10)^{25} : [(-5) \cdot (-5)^2 \cdot (-5)^3]^4$ ;    b)  $(-10)^{21} : [(-2) \cdot (-2)^3 \cdot (-2)^5]^2$ ;  
 c)  $(-21)^{27} : [(-3) \cdot (-3)^2 \cdot (-3)^4]^3$ ;    d)  $(-21)^{36} : [(-7) \cdot (-7)^3 \cdot (-7)^3]^5$ .

14. Comparați următoarele numere întregi:

- a)  $7^{31}, 3^{32}$ ;      b)  $3^{35}, 5^{34}$ ;      c)  $(-5)^{39}, (-2)^{41}$ ;      d)  $(-2)^{49}, (-3)^{47}$ .



15. Scrieți în ordine crescătoare următoarele numere întregi:

- a)  $8^{17}, 32^{10}, 2^{48}$ ;                      b)  $27^{13}, 3^{37}, 9^{18}$ ;  
c)  $(-4)^{31}, (-8)^{21}, (-16)^{15}$ ;        d)  $(-9)^{21}, (-3)^{41}, (-81)^{11}$ .

16. Scrieți în ordine descrescătoare următoarele numere întregi:

- a)  $2^{75}, 5^{30}, 3^{45}$ ;                      b)  $2^{93}, 7^{31}, 3^{62}$ .

17. Comparați numerele  $x$  și  $y$  în următoarele cazuri:

- a)  $x = 7 \cdot 3^{39}$  și  $y = 2^{61}$ ;                      b)  $x = 5^{35}$  și  $y = 2 \cdot 3^{52}$ ;  
c)  $x = 3 \cdot (-2)^{289}$  și  $y = (-11)^{83}$ ;        d)  $x = 2 \cdot (-11)^{75}$  și  $y = (-5)^{113}$ .

18. Comparați numerele întregi  $x$  și  $y$  în următoarele cazuri:

- a)  $x = 5^{31} - 5^{30}, y = 2^{72}$ ;                      b)  $x = 2^{53} - 2^{49}, y = 11^{15}$ ;  
c)  $x = (-3)^{49}, y = (-13)^{21}$ ;                      d)  $x = (-2)^{55}, y = (-3)^{35}$ .

### Exerciții și probleme de dificultate avansată

19. Calculați suma:

$$S = |2^0 + 2^1 - 2^2| + |2^1 + 2^2 - 2^3| + |2^2 + 2^3 - 2^4| + \dots + |2^{97} + 2^{98} - 2^{99}|.$$

20. Pe tablă sunt scrise puterile  $(-7)^1, (-7)^2, (-7)^3, \dots, (-7)^{101}$ . Se aleg trei puteri, produsul celor două puteri cu exponenți mai mari se împarte la puterea cu exponentul cel mai mic, rezultatul se scrie pe tablă, iar cele trei puteri se șterg. Se repetă procedeul până când pe tablă rămâne o singură putere. Ultima putere rămasă pe tablă este un număr întreg negativ? Justificați răspunsul.



**Ce notă merit?**

**Test de evaluare stadială**

*Se acordă 1 punct din oficiu.*

(3p) 1. Calculați:

- a)  $11^{10} \cdot 11^{13}$ ;                      b)  $[(-6)^5]^9$ ;                      c)  $17^{35} : 17^{14}$ .

(3p) 2. Calculați:

- a)  $[(-3)^2 \cdot (-3)^3]^4 : (-3)^{18}$ ;                      b)  $[(-5)^2]^7 : [(-5)^{10} \cdot (-5)]$ ;  
c)  $(-2)^{24} : [(-4)^3 \cdot (-8)^5]$ .

(3p) 3. Comparați numerele întregi  $x = (-2)^{49}$  și  $y = (-5)^{21}$ .

## Lecția 10. Ordinea efectuării operațiilor și folosirea parantezelor cu numere întregi



**Citesc și rețin**

Adunarea și scăderea sunt operații de ordinul I, înmulțirea și împărțirea sunt operații de ordinul al II-lea, iar ridicarea la putere este operație de ordinul al III-lea.

Dacă într-un exercițiu sunt numai operații de același ordin, acestea se efectuează în ordinea în care sunt scrise.

Dacă într-un exercițiu sunt operații de ordine diferite, efectuăm:

- mai întâi operațiile de ordinul al III-lea;
- apoi operațiile de ordinul al II-lea;
- în final operațiile de ordinul I.

Dacă într-un exercițiu sunt paranteze, efectuăm:

- mai întâi calculele din parantezele rotunde;
- apoi calculele din parantezele drepte;
- în final calculele din parantezele acolade, respectând de fiecare dată ordinea efectuării operațiilor.



### Cum se aplică?

1. Calculați:

a)  $(-2)^3 : (-4) - 11$ ;

b)  $(-15) + (-9) : (-3)^2$ .

**Soluție:**

a)  $(-2)^3 : (-4) - 11 = (-8) : (-4) - 11 = 2 + (-11) = -9$ ;

b)  $(-15) + (-9) : (-3)^2 = (-15) + (-9) : 9 = (-15) + (-1) = -16$ .

2. Calculați:

a)  $[28 : (-4) + (-3)^3 : (-9)]^2 \cdot (-5)$ ;

b)  $[(-5)^0 + (-5)^{11} : (-5)^{10}]^{13} : (-2)^{24}$ .

**Soluție:**

a)  $[28 : (-4) + (-3)^3 : (-9)]^2 \cdot (-5) = [(-7) + (-27) : (-9)]^2 \cdot (-5) = [(-7) + 3]^2 \cdot (-5) = (-4)^2 \cdot (-5) = 16 \cdot (-5) = -80$ ;

b)  $[(-5)^0 + (-5)^{11} : (-5)^{10}]^{13} : (-2)^{24} = [1 + (-5)]^{13} : (-2)^{24} = (-4)^{13} : (-2)^{24} = (-2^{26}) : (-2)^{24} = -2^{26} : 2^{24} = -2^2 = -4$ .



### Știu să rezolv

#### Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Calculați:

a)  $12 + 13 - 28$ ;

b)  $14 - 25 - 13$ ;

c)  $18 - 27 - 14$ ;

d)  $13 + (-20) - 15$ ;

e)  $(-23) + 17 - 10$ ;

f)  $16 - 40 - (-21)$ .

f)																			
----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

2. Calculați:

a)  $(-20) \cdot 2 : (-8)$ ;

b)  $28 : (-7) \cdot (-5)$ ;

c)  $(-18) \cdot (-3) : 9$ ;

d)  $(-15) : (-5) \cdot (-10)$ ;

e)  $(-8) \cdot (-6) : (-12)$ ;

f)  $(-42) : (-7) \cdot (-4)$ .

f)																			
----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

3. Calculați:

a)  $4 \cdot (-3) + 9$ ;

b)  $(-5) \cdot 2 + 6$ ;

c)  $8 + (-6) \cdot 4$ ;

d)  $(-3) \cdot (-5) - 20$ ;

e)  $(-6) \cdot (-2) - 12$ ;

f)  $(-7) \cdot (-4) - 35$ .

f)																			
----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

# GEOMETRIE

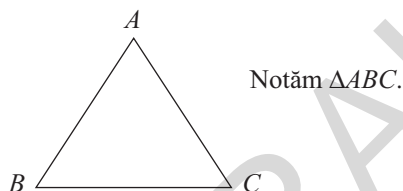
## Capitolul II TRIUNGHIUL

### Lecția 1. Triunghiul: definiție, elemente, clasificare



#### Citesc și rețin

**Definiție:** Fiind date trei puncte necoliniare  $A$ ,  $B$  și  $C$ , se numește **triunghi** determinat de punctele  $A$ ,  $B$ ,  $C$  reuniunea segmentelor  $AB \cup BC \cup CA$ .



Punctele  $A$ ,  $B$  și  $C$  se numesc **vârfurile** triunghiului, segmentele  $AB$ ,  $BC$  și  $CA$  se numesc **laturile** triunghiului, iar unghiurile  $\sphericalangle A$ ,  $\sphericalangle B$  și  $\sphericalangle C$  se numesc **unghiurile** triunghiului.

#### Observații:

1. Latura  $AB$  se opune unghiului  $\sphericalangle C$ , latura  $BC$  se opune unghiului  $\sphericalangle A$ , iar latura  $CA$  se opune unghiului  $\sphericalangle B$ .
2. Unghiul  $\sphericalangle A$  se opune laturii  $BC$ , unghiul  $\sphericalangle B$  se opune laturii  $AC$ , iar unghiul  $\sphericalangle C$  se opune laturii  $AB$ .

#### A. Clasificarea triunghiurilor în funcție de lungimile laturilor

##### Definiții:

1. Triunghiul care are două laturi congruente se numește triunghi **isoscel** (fig. 1).

**Observație:** Latura triunghiului isoscel care nu este congruentă cu celelalte două se numește **bază**.

2. Triunghiul care are cele trei laturi congruente se numește triunghi **echilateral** (fig. 2).

3. Triunghiul ale cărui laturi au lungimi diferite se numește triunghi **oarecare** sau **scalen** (fig. 3).

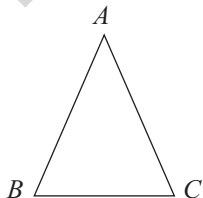


fig. 1

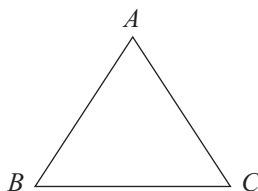


fig. 2

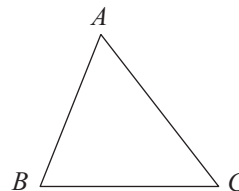


fig. 3

## B. Clasificarea triunghiurilor în funcție de măsurile unghiurilor

### Definiții:

1. Triunghiul care are cele trei unghiuri ascuțite se numește triunghi **ascuțitunghic** (fig. 4).
2. Triunghiul care are un unghi drept se numește triunghi **dreptunghic** (fig. 5).
3. Triunghiul care are un unghi obtuz se numește triunghi **obtuzunghic** (fig. 6).

**Observație:** Pentru triunghiul dreptunghic, latura opusă unghiului drept se numește **ipotenuză**, iar celelalte două laturi se numesc **catete**.

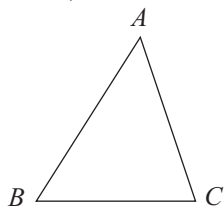


fig. 4

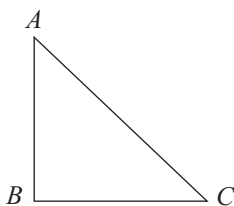


fig. 5

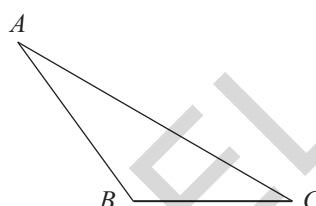


fig. 6



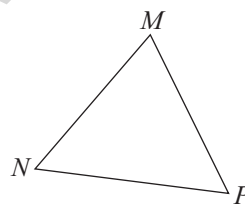
### Cum se aplică?

1. Pentru triunghiul  $MNP$  reprezentat în figura alăturată precizați:

- a) vârfurile;
- b) laturile;
- c) unghiurile.

#### Soluție:

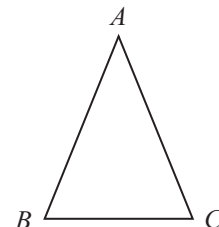
- a) Vârfurile triunghiului  $MNP$  sunt punctele  $M$ ,  $N$  și  $P$ .
- b) Laturile triunghiului  $MNP$  sunt segmentele  $MN$ ,  $NP$  și  $PM$ .
- c) Unghiurile triunghiului  $MNP$  sunt  $\sphericalangle MNP$ ,  $\sphericalangle NPM$  și  $\sphericalangle PMN$ .



2. În figura alăturată este reprezentat triunghiul isoscel  $ABC$ , de bază  $BC$ . Ce puteți spune despre unghiurile  $\sphericalangle ABC$  și  $\sphericalangle ACB$ ?

#### Soluție:

Măsurând unghiurile obținem  $\sphericalangle ABC = 67^\circ$  și  $\sphericalangle ACB = 67^\circ$ , prin urmare  $\sphericalangle ABC \cong \sphericalangle ACB$ .

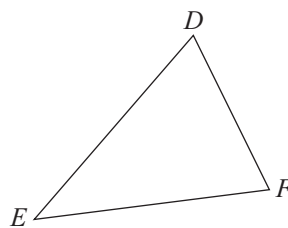


3. Măsurăți laturile triunghiului  $DEF$  reprezentat în figura alăturată și apoi încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect.

- A. isoscel;
- B. echilateral;
- C. scalen.

#### Soluție:

Măsurând cu rigla gradată laturile triunghiului  $DEF$  obținem  $DE = 3,2$  cm,  $EF = 3,1$  cm și  $FD = 2,3$  cm, prin urmare răspunsul corect este C. scalen.



### Știu să rezolv

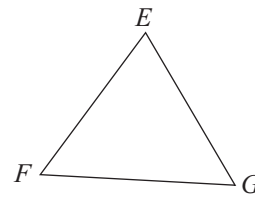
#### Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Citiți următoarele notații:

- a)  $\triangle DEF$ ;
- b)  $\triangle PQR$ ;
- c)  $\triangle ABC$ ;
- d)  $\triangle MNP$ .

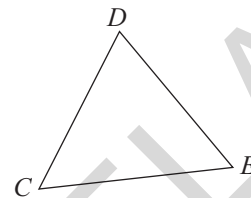
2. Completați spațiile punctate cu răspunsul corect. Pentru triunghiul  $EFG$  reprezentat în figura alăturată scrieți:

- a) vârfurile triunghiului .....
- b) laturile triunghiului .....
- c) unghiurile triunghiului .....



3. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții. În triunghiul  $CDE$  din figura alăturată:

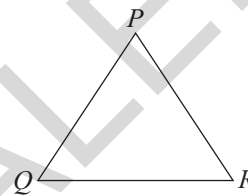
- a) latura  $CD$  se opune unghiului  $\sphericalangle E$ ;
- b) latura  $CE$  se opune unghiului  $\sphericalangle C$ ;
- c) latura  $DE$  se opune unghiului  $\sphericalangle C$ .



4. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții.

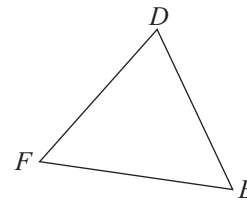
În triunghiul  $PQR$  din figura alăturată:

- a) unghiul  $\sphericalangle P$  se opune laturii  $QR$ ;
- b) unghiul  $\sphericalangle Q$  se opune laturii  $PR$ ;
- c) unghiul  $\sphericalangle R$  se opune laturii  $QR$ .



5. Completați spațiile punctate cu răspunsul corect. În triunghiul  $DEF$  reprezentat în figura alăturată:

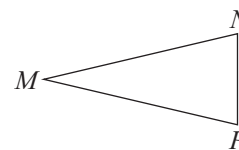
- a) latura  $DE$  se opune unghiului .....
- b) unghiul  $\sphericalangle E$  se opune laturii .....
- c) latura  $DF$  se opune unghiului .....
- d) unghiul  $\sphericalangle D$  se opune laturii .....
- e) latura  $EF$  se opune unghiului .....
- f) unghiul  $\sphericalangle F$  se opune laturii .....



6. Încercuiți litera corespunzătoare singurului răspuns corect. Triunghiul care are două laturi congruente se numește triunghi:

- A. scalen;      B. echilateral;      C. isoscel.

7. Completați spațiul punctat cu răspunsul corect. Baza triunghiului isoscel  $MNP$  reprezentat în figura alăturată este latura .....



8. Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect. Dacă lungimile laturilor triunghiului  $MNP$  îndeplinesc condiția  $MN \neq NP \neq PM \neq MN$ , atunci triunghiul este:

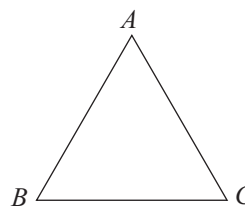
- A. scalen;      B. echilateral;      C. isoscel.

9. Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect. Triunghiul care are cele trei laturi congruente se numește:

- A. oarecare;      B. isoscel;      C. echilateral.

10. a) Măsurați unghiurile triunghiului echilateral  $\triangle ABC$  reprezentat în figura alăturată și apoi completați spațiile punctate cu valorile corespunzătoare:

$\sphericalangle A =$  ..... ;  
 $\sphericalangle B =$  ..... ;  
 $\sphericalangle C =$  .....



b) Folosind rezultatele obținute la a), stabiliți valoarea de adevăr a propoziției: Dacă  $ABC$  este un triunghi echilateral, atunci  $\sphericalangle A \equiv \sphericalangle B \equiv \sphericalangle C$ .

11. Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect. Un triunghi se numește ascuțitunghic dacă are:

A. două unghiuri ascuțite;    B. un unghi ascuțit;    C. trei unghiuri ascuțite.

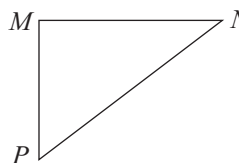
12. Folosind rezultatul problemei 10, stabiliți valoarea de adevăr a propoziției. Triunghiul echilateral este un triunghi ascuțitunghic.

13. Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect. Triunghiul care are un unghi drept se numește:

A. echilateral;    B. dreptunghic;    C. obtuzunghic.

14. Completați spațiile punctate cu răspunsul corect. Pentru triunghiul dreptunghic  $MNP$  reprezentat în figura alăturată precizați:

a) unghiul drept ..... ;  
 b) ipotenuza ..... ;  
 c) catetele .....



15. Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect. Un triunghi se numește obtuzunghic dacă are:

A. un unghi drept;    B. un unghi ascuțit;    C. un unghi obtuz.

### Exerciții și probleme de dificultate medie

16. Construiți triunghiul  $DEF$ . Scrieți vârfurile, laturile și unghiurile triunghiului  $DEF$ .

17. Construiți triunghiul  $MNP$ .

a) Scrieți unghiurile care se opun laturilor  $MN$ ,  $NP$ , respectiv  $PM$ .  
 b) Scrieți laturile care se opun unghiurilor  $\sphericalangle M$ ,  $\sphericalangle N$ , respectiv  $\sphericalangle P$ .

18. Construiți triunghiul  $ABC$  dreptunghic în  $C$  și apoi precizați ipotenuza și catetele acestuia.

19. Construiți triunghiul dreptunghic  $DEF$  cu măsura  $\sphericalangle D = 90^\circ$  și măsurați laturile acestuia. Ce puteți spune despre laturile:

a)  $EF$  și  $DE$ ?    b)  $EF$  și  $DF$ ?

20. Construiți triunghiul  $MNP$  și notați cu  $Q$  și  $R$  simetricile punctelor  $N$ , respectiv  $P$  față de punctul  $M$ . Ce puteți spune despre:

a) unghiurile  $\sphericalangle N$  și  $\sphericalangle Q$ ?    b) laturile  $NP$  și  $QR$ ?    c) unghiurile  $\sphericalangle P$  și  $\sphericalangle R$ ?

## CUPRINS

### ALGEBRĂ

#### CAPITOLUL III. MULȚIMEA NUMERELOR ÎNTREGI

Lecția 1. Mulțimea numerelor întregi. Opusul unui număr întreg .....	5
Lecția 2. Reprezentarea numerelor întregi pe axa numerelor .....	8
Lecția 3. Valoarea absolută a unui număr întreg. Compararea și ordonarea numerelor întregi. ....	11
<i>Teste de evaluare sumativă</i> .....	14
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i> .....	15
Lecția 4. Adunarea numerelor întregi. Proprietățile adunării .....	17
Lecția 5. Scăderea numerelor întregi .....	20
Lecția 6. Înmulțirea numerelor întregi. Proprietățile înmulțirii .....	22
Lecția 7. Împărțirea numerelor întregi .....	26
Lecția 8. Puterea cu exponent natural a unui număr întreg.....	29
Lecția 9. Reguli de calcul cu puteri .....	32
Lecția 10. Ordinea efectuării operațiilor și folosirea parantezelor cu numere întregi.....	34
<i>Teste de evaluare sumativă</i> .....	38
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i> .....	39
Lecția 11. Ecuații în $\mathbb{Z}$ .....	40
Lecția 12. Inecuații în $\mathbb{Z}$ .....	43
Lecția 13. Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor sau inecuațiilor .....	46
<i>Teste de evaluare sumativă</i> .....	49
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i> .....	50
<i>Model de test pentru Evaluarea Națională</i> .....	52

#### CAPITOLUL IV. MULȚIMEA NUMERELOR RAȚIONALE

Lecția 14. Mulțimea numerelor raționale. Reprezentarea numerelor raționale pe axa numerelor. Opusul unui număr rațional. Modulul unui număr rațional.....	54
Lecția 15. Compararea numerelor raționale.....	59
<i>Teste de evaluare sumativă</i> .....	63
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i> .....	64
Lecția 16. Adunarea numerelor raționale. Proprietățile adunării .....	66
Lecția 17. Scăderea numerelor raționale.....	70
Lecția 18. Înmulțirea numerelor raționale. Proprietățile înmulțirii .....	75
Lecția 19. Puterea cu exponent natural a unui număr rațional.....	80
Lecția 20. Împărțirea numerelor raționale .....	84
Lecția 21. Ordinea efectuării operațiilor.....	89
<i>Teste de evaluare sumativă</i> .....	93
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i> .....	95
Lecția 22. Ecuații de tipul: $x + a = b$ , $x \cdot a = b$ , $x : a = b$ ( $a \neq 0$ ), $ax + b = c$ ( $a \neq 0$ ), unde $a$ , $b$ și $c$ sunt numere raționale .....	97
Lecția 23. Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor .....	101
<i>Teste de evaluare sumativă</i> .....	105
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i> .....	106
<i>Model de test pentru Evaluarea Națională</i> .....	108

## GEOMETRIE

### CAPITOLUL II. TRIUNGIUL

Lecția 1. Triunghiul: definiție, elemente, clasificare .....	110
Lecția 2. Elemente de raționament geometric.....	114
Lecția 3. Perimetrul triunghiului.....	116
Lecția 4. Suma măsurilor unghiurilor unui triunghi .....	119
Lecția 5. Unghi exterior unui triunghi. Teorema unghiului exterior.....	122
Lecția 6. Construcția triunghiurilor: cazurile L.U.L., U.L.U. și L.L.L. ....	125
Lecția 7. Inegalități între elementele triunghiului.....	127
<i>Teste de evaluare sumativă.....</i>	<i>129</i>
<i>Fișă pentru portofoliul elevului .....</i>	<i>130</i>
Lecția 8. Concurența bisectoarelor unghiurilor unui triunghi. Cercul înscris în triunghi ...	131
Lecția 9. Concurența mediatoarelor laturilor unui triunghi. Cercul circumscris unui triunghi .....	134
Lecția 10. Înălțimile unui triunghi. Concurența înălțimilor unui triunghi .....	137
Lecția 11. Medianele unui triunghi. Concurența medianelor unui triunghi .....	139
<i>Teste de evaluare sumativă.....</i>	<i>142</i>
<i>Fișă pentru portofoliul elevului .....</i>	<i>143</i>
Lecția 12. Congruența triunghiurilor oarecare.....	145
Lecția 13. Criteriile de congruență a triunghiurilor .....	147
Lecția 14. Criteriile de congruență a triunghiurilor dreptunghice.....	151
Lecția 15. Metoda triunghiurilor congruente .....	155
Lecția 16. Proprietatea punctelor de pe bisectoarea unui unghi.....	160
Lecția 17. Proprietatea punctelor de pe mediatoarea unui segment.....	163
<i>Teste de evaluare sumativă.....</i>	<i>166</i>
<i>Fișă pentru portofoliul elevului .....</i>	<i>167</i>
Lecția 18. Proprietăți ale triunghiului isoscel .....	169
Lecția 19. Proprietăți ale triunghiului echilateral .....	173
Lecția 20. Proprietăți ale triunghiului dreptunghic .....	178
<i>Teste de evaluare sumativă.....</i>	<i>183</i>
<i>Fișă pentru portofoliul elevului .....</i>	<i>184</i>
<i>Model de test pentru Evaluarea Națională.....</i>	<i>186</i>
<b>MODELE DE TESTE PENTRU EVALUAREA CUNOȘTIINȚELOR.....</b>	<b>188</b>
<b>TESTE DE EVALUARE FINALĂ.....</b>	<b>191</b>
<b>INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI.....</b>	<b>194</b>