MATE 2000+ Consolidare

Nume: ....

Prenume: ....

Clasă: ....

Şcoală: ....

....

EDITURA PARALELA 45
EDUCAȚIONAL

Acest auxiliar didactic este aprobat pentru utilizarea în unităţile de învăţământ preuniversitar prin O.M.E.N. nr. 4696/02.08.2019.
Lucrarea este elaborată în conformitate cu Programa şcolară în vigoare pentru clasa a VI-a, aprobată prin O.M.E.N. nr. 3393/28.02.2017.

Referinţă ştiinţifică: Lucrarea a fost definitivată prin contribuţia şi recomandările Comisiei ştiinţifice şi metodice a publicaţiilor Societăţii de Ştiinţe Matematice din România. Aceasta şi-a dat avizul favorabil în ceea ce priveşte alcătuirea şi conţinutul matematic.

Redactare: Andreea Roşca, Daniel Mitran
Tehnoredactare: Iuliana Ene
Pregătire de tipar: Marius Badea
Design copertă: Mirona Pintilie

Descrierea CIP a Bibliotecii Naţionale a României
ZAHARIA, DAN
Matematică : algebră, geometrie : clasa a VI-a / Dan Zaharia, Maria Zaharia. - Ed. a 9-a. - Piteşti : Paralela 45, 2020
2 vol.
ISBN 978-973-47-3241-8
Partea 2. - 2020. - ISBN 978-973-47-3308-8

I. Zaharia, Maria

51

Dan ZAHARIA
Maria ZAHARIA

matematică
algebră
geometrie

Scanează codul QR pentru
a accesa aplicația MATE 2000+

clasa a VI-a

partea a II-a

ediția a IX-a

mate 2000 – consolidare

ÎNVĂȚARE DE CONSOLIDARE®
antrenament

Stimate cadre didactice/dragi elevi,

Vă mulţumim că şi în acest an şcolar aţi ales să utilizaţi auxiliarele din colecţia **Mate 2000+**!

Mate 2000+ este cea mai longevivă colecţie din domeniul educaţional la nivel naţional şi, pentru multe generaţii de elevi, astăzi părinţi, reprezintă sinonimul reuşitei în carieră şi de ce nu, în viaţă. Concepută şi gândită de un colectiv de specialişti în domeniul educaţiei ca un produs unic pe piaţa editorială din România, **MATE 2000+** a reuşit să se impună, fiind în acest moment lider pe piaţa auxiliarelor şcolare dedicate matematicii.

Tehnologia a evoluat, vremurile s-au schimbat, iar toate acestea ne fac să credem că şi modul de abordare a predării se va schimba treptat. Fideli deziderатului de a oferi elevilor informaţii de un real folos, avem deosebita plăcere de a vă prezenta **Aplicaţia MATE 2000+**. Creată într-un mod intuitiv, disponibilă atât în Apple Store, cât şi în Play Store, cu secţiuni dedicate elevilor şi profesorilor, aplicaţia îmbogăţeşte partea teoretică din auxiliarele noastre.

Rolul aplicaţiei MATE 2000+ este de a oferi elevilor posibilitatea de a urmări într-un mod sistematizat conţinuturile esenţiale din programă, iar pentru profesori reprezintă un sprijin important pentru organizarea eficientă a lecţiilor, atât la clasă, cât şi în sistem online.

Vă dorim o experienţă de utilizare excelentă!
Echipa Editurii Paralela 45

Abrevieri:

* **Iniţiere (înţelegere)**

** **Consolidare (aplicare şi exersare)**

*** **Excelenţă (aprofundare şi performanţă)**

**** **Supermate**

Legendă

PE = **portofoliul elevului**

PP = **portofoliul profesorului**

PE-PP = **portofoliul elevului - portofoliul profesorului**

Algebră

Capitolul I
Mulțimea numerelor întregi

PP Competenţe specifice

C1. Identificarea caracteristicilor numerelor întregi în contexte variate

C2. Utilizarea operaţiilor cu numere întregi pentru rezolvarea ecuaţiilor şi a inecuaţiilor

C3. Aplicarea regulilor de calcul şi folosirea parantezelor în efectuarea operaţiilor cu numere întregi

C4. Redactarea etapelor de rezolvare a ecuaţiilor şi a inecuaţiilor studiate în mulţimea numerelor întregi

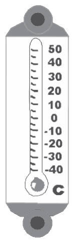
C5. Interpretarea unor date din probleme care se rezolvă utilizând numerele întregi

C6. Transpunerea, în limbaj algebric, a unei situaţii date, rezolvarea ecuaţiei sau inecuaţiei obţinute şi interpretarea rezultatului

PE-PP 1.1. Număr întreg. Mulţimea numerelor întregi. Opusul unui număr întreg. Reprezentarea pe axă a numerelor întregi

La televizor sau la radio auziţi zilnic „buletinul meteo”.
Temperaturile pot fi **pozitive**, **zero** sau **negative**.

+3° C se citeşte „plus 3 grade Celsius”
+28° C se citeşte „plus 28 de grade Celsius”
–5° C se citeşte „minus 5 grade Celsius”
–14° C se citeşte „minus 14 grade Celsius”



Temperaturile negative, zero sau pozitive se înregistrează cu ajutorul **termometrului**.

Dacă dorim să ştim înălţimea unui munte sau reperele unei epave de pe fundul oceanului, înseamnă că dorim să ştim **altitudinea**. Altitudinea se măsoară luând ca reper **nivelul mării**, care este considerat zero (0) metri.

Vârful unui deal sau înălţimea unui munte se exprimă **printr-un număr precedat de**

semnul „+”, iar un punct de pe fundul unui ocean se exprimă **printr-un număr precedat de semnul „–”**.

În cadrul firmelor comerciale se folosesc noţiunile de **credit**, **debit** şi **sold**.

Exemple:

1. În luna septembrie, o firmă a încasat 10 000 lei pe marfa vândută (**creditul** este +10 000 lei) şi a cheltuit 5000 lei (**debitul** este –5000 lei). **Soldul** acestei luni este pozitiv, adică +5000 lei, deoarece s-a încasat mai mult cu 5000 lei decât s-a cheltuit.

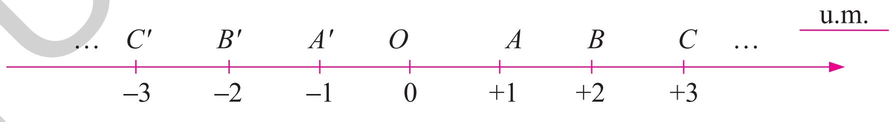
2. În luna octombrie, o firmă a încasat 300 000 lei (**creditul** este +300 000 lei) şi a cheltuit 400 000 lei (**debitul** este –400 000 lei). **Soldul** acestei luni este negativ, adică –100 000 lei, deoarece s-a încasat mai puţin cu 100 000 lei decât s-a cheltuit.

În exemplele date s-au întâlnit numere precedate de semnul „+” sau de semnul „–”. Aceste numere sunt **numere întregi**.

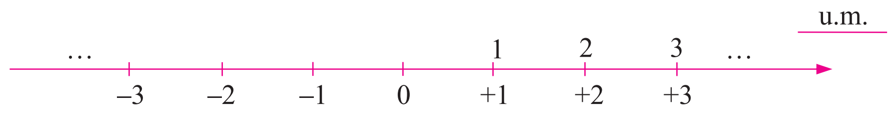
Se numeşte **număr întreg** numărul natural 0 sau orice număr natural diferit de 0 precedat fie de semnul „+” (plus), fie de semnul „–” (minus).

Observaţii:

- Mulţimea numerelor întregi se notează cu $\mathbb{Z}$.
- Mulţimea $\{+1, +2, +3, \ldots\}$ este o submulţime a mulţimii numerelor întregi, se notează cu $\mathbb{Z}_+^*$ şi se numeşte **mulţimea numerelor întregi pozitive**.
- Mulţimea $\{-1, -2, -3, \ldots\}$ este o submulţime a mulţimii numerelor întregi, se notează cu $\mathbb{Z}_-^*$ şi se numeşte **mulţimea numerelor întregi negative**.
- Mulţimea numerelor întregi negative împreună cu mulţimea numerelor întregi pozitive şi cu numărul natural 0 formează mulţimea numerelor întregi, adică, avem: $\mathbb{Z} = \mathbb{Z}_-^* \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}_+^*$ şi notăm $\mathbb{Z} = \{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$.
- Mulţimea $\{0; +1; +2; +3; \ldots\}$ se numeşte **mulţimea numerelor întregi nenegative.**
- Se numeşte **opusul unui număr întreg diferit de zero** acel număr întreg care se obţine din numărul întreg considerat prin schimbarea semnului acestuia. Opusul numărului întreg 0 este numărul întreg 0. Opusul numărului întreg +2 este numărul întreg –2, iar opusul numărului întreg –5 este numărul întreg +5.
- Numerele întregi pot fi reprezentate pe axa numerelor. **Axa numerelor** este o dreaptă pe care am fixat: un punct numit **origine**, un **sens pozitiv** şi o **unitate de măsură**.



Să reprezentăm pe axa numerelor şi numerele naturale.



Se observă că orice număr natural n coincide cu numărul întreg $+n$ şi notăm $+n = n$. Astfel, se poate scrie $\mathbb{N}^* = \mathbb{Z}_+$ sau $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$.

- **Numărul 0 nu este nici pozitiv şi nici negativ**.
- **Numerele întregi negative** sunt folosite pentru a descrie: adâncimi sub nivelul mării, temperaturi exprimate în grade Celsius sub limita de îngheţ, datorii.

Exemple:

1. În ziua de 2 februarie 2009, la ora 6 dimineaţa, temperatura a fost de –9°C (minus 9 grade Celsius).

2. În Oceanul Atlantic s-a găsit, la adâncimea de 4375 m, o epavă. Adâncimea poate fi exprimată ca fiind –4375 m, raportată la nivelul mării.

3. Pasul Predeal se află la înălţimea de 1040 m. Altitudinea Pasului Predeal, raportată la nivelul mării, poate fi exprimată ca fiind +1040 m.

4. Dacă încasările unei societăţi comerciale au fost de 5 milioane lei şi plăţile au fost de 3 milioane lei, atunci soldul este de 2 milioane lei (+2 milioane lei).

5. Dacă încasările unei societăţi comerciale au fost de 2 milioane lei şi plăţile au fost de 3 milioane lei, atunci soldul este negativ (–1 milion lei), adică societatea are o datorie de 1 milion de lei.

Priviţi axa numerelor şi observaţi că există puncte egal depărtate de origine. Punctele A şi A', punctele B şi B' sunt egal depărtate de originea axei. Dacă două numere nenule corespund pe axă la două puncte egal depărtate de punctul O (originea axei), atunci cele două numere sunt **opuse**.

Exemple:

1. Numerele –1 şi 1 corespunzătoare punctelor A' şi A sunt opuse.

2. Numerele –3 şi 3 corespunzătoare punctelor C' şi C sunt opuse.

În general, dacă notăm cu a un număr natural nenul, atunci:

- **opusul** numărului întreg pozitiv $+a$ este numărul întreg negativ $-a$;
- **opusul** numărului întreg negativ $-a$ este numărul întreg pozitiv $+a$.

Atenţie!

- **Opusul** numărului negativ –3 se notează cu – (–3) şi este egal cu numărul pozitiv +3, adică – (–3) = +3.
- **Opusul** numărului pozitiv +4 se notează cu – (+4) şi este egal cu numărul negativ –4, adică – (+4) = –4.

● ● ● activităţi de învăţare ● ● ●

PE Înţelegere *

1. Completaţi corect propoziţiile:

a) Orice număr natural este … .

b) Opusul unui număr întreg diferit de zero este … .

c) Axa numerelor este … .

2. Reprezentaţi pe axa numerelor următoarele numere întregi:

a) –5; +1; 0; –1; +2; –4;

b) –7; +4; –3; 0; +13; –2; +5;

c) –5; –3; 4; –7; 3; +5;

d) 50; –50; 30; –20; +20; 10; –10; 0.

3. Precizaţi care dintre numerele de mai jos sunt naturale şi care sunt întregi:

a) -17; $+3$; 0; $\frac{4}{2}$; -13; 41; b) -3; 0; 83; $+15$; $+43$; -17.

4. Care dintre incluziunile următoare este corectă: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$ sau $\mathbb{Z} \subset \mathbb{N}$?

Justificaţi. Daţi exemple.

5. Se consideră mulţimea $A = \{-3, 0, 2\}$. Scrieţi toate submulţimile mulţimii A.

6. Completaţi tabelele de mai jos:

a)

a	+3	–14	0	+11	–13	2	–3	4	–7	+5	–12
–a											

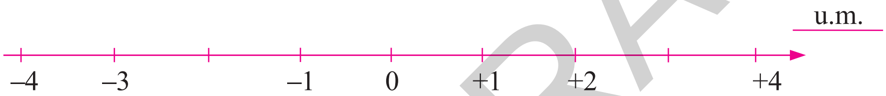
b)

a											
–a	–15	+13	0	–17	2	–1	1	–7	+5	+4	–5

c)

a	–3		0	+3			13		+4	–8	
–a		7			–14	+15		–12			–17

7. Pe o axă avem reprezentate numerele:



a) Scrieţi numerele întregi pozitive reprezentate pe axă.
b) Scrieţi numerele întregi negative reprezentate pe axă.
c) Scrieţi perechile de numere întregi opuse reprezentate pe axă.
d) Sunt numere naturale reprezentate pe axă?

8. Scrieţi mulţimea A, formată din opusele elementelor mulţimii:

a) $M = \{-2, +3, 0, -444, -3, +7, +2\}$; b) $M = \{x \in \mathbb{Z} \mid -4 \leq x \leq 3\}$.

9. Precizaţi numerele care au, respectiv, opusele: -7, $+5$, -3, 0, $+2$, -1, $+6$, -4.

10. Scrieţi câte trei elemente aparţinând mulţimilor:

a) $\mathbb{N}$; b) $\mathbb{Z}$; c) $\mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}$; d) $\mathbb{Z} \cap \mathbb{N}$; e) $\mathbb{Z}_-$; f) $\mathbb{Z}_+$.

PE Aplicare şi exersare **

11. Scrieţi numerele întregi în fiecare dintre cazurile:
a) sunt mai mari decât -4 şi mai mici decât $+3$;
b) sunt mai mici sau egale cu 4 şi mai mari sau egale cu -3;
c) sunt cinci numere întregi consecutive, cel mai mic dintre ele fiind -3.

12. Fie şirul de numere întregi: $-14, -7, 0, \ldots, 28$.
a) Completaţi numerele care lipsesc din şir.
b) Scrieţi opusele numerelor din şir.

13. Stabiliţi valoarea de adevăr a propoziţiilor:

a) $2{,}5 \in \mathbb{Z}$; b) $-3{,}7 \notin \mathbb{Z}$; c) $\frac{1}{4} \in \mathbb{Z}$; d) $-4 \notin \mathbb{Z}$;

e) $+2 \in \mathbb{N} \cap \mathbb{Z}$; f) $-7 \in \mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}$; g) $\mathbb{N} \cap \mathbb{Z} = \mathbb{Z}$; h) $\mathbb{N} \cup \mathbb{Z} = \mathbb{Z}$;

i) $\mathbb{N} \setminus \mathbb{Z} = \varnothing$; j) $\mathbb{Z} \setminus \mathbb{N} = \varnothing$; k) $+5 \in \mathbb{N} \setminus \mathbb{Z}$; l) $-4 \in \mathbb{N} \cap \mathbb{Z}$.

14. Fie mulţimea $M = \{-4; \frac{1}{4}; 3,(3); -7; 2; 0; +5\}$.

Determinaţi elementele mulţimilor:

$A = \{x \mid x \in M \text{ şi } x \in \mathbb{Z}\}$; $B = \{x \mid x \in M \text{ şi } x \in \mathbb{N}\}$; $C = \{x \mid x \in M \text{ şi } x \in \mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}\}$.

15. Fie mulţimea $M = \{+5, -7, -4, 0, 2, -9, -1, +8, +3, 4\}$.

Precizaţi mulţimile următoare, enumerând elementele acestora:

a) $A = \{x \mid x \in M$, x număr întreg nenegativ$\}$;

b) $B = \{x \mid x \in M$, x număr par$\}$;

c) $C = \{x \mid x \in M$, x număr negativ impar$\}$;

d) $D = \{x \mid x \in M$, x număr nenul par$\}$.

16. Determinaţi elementele mulţimilor:

$A = \{x \mid x \in \mathbb{Z},\ -5 < x \le 2\}$; $B = \{x \mid x \in \mathbb{Z}^*, -2 \le x < 4\}$.

17. Reprezentaţi pe axa numerelor elementele mulţimilor:

a) $A = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -3 \le x < 4\}$;

b) $B = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -5 < x \le -2 \text{ şi } -2 \le x < 4\}$;

c) $C = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -7 \le x \le 2 \text{ şi } -4 \le x \le -1\}$;

d) $D = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, x \ge -3 \text{ şi } x \notin \mathbb{N}\}$.

PE Aprofundare şi performanţă ***

18. a) Scrieţi numerele întregi negative pare mai mari decât –11.

b) Scrieţi numerele întregi negative impare cuprinse între –16 şi –9.

19. Scrieţi 7 numere întregi consecutive în fiecare dintre cazurile:

a) cel mai mic este –3;

b) cel mai mare este +5;

c) exact patru dintre ele sunt nenegative.

20. Temperatura aerului la o altitudine de 2 350 m este de 7°C, iar la o altitudine de 4 350 m este de –3°C. Considerând că temperatura descreşte proporţional cu creşterea altitudinii, calculaţi câte grade ar fi la 5 150 m altitudine.

21. Se consideră punctele A, B, C, D, E şi F de coordonate: –5; +2; 1; –3; +4; –1.

a) Luând ca unitate de măsură 1 cm, reprezentaţi pe o axă punctele.

b) Calculaţi distanţa dintre punctele A şi E, apoi distanţa dintre punctele B şi D şi distanţa dintre punctele E şi F.

22. Se consideră punctele A şi B de coordonate –5 şi respectiv 3.

a) Reprezentaţi pe o axă de coordonate cu originea în O punctele şi notaţi cu M mijlocul segmentului AB.

b) Calculaţi $OA + OB + AM + AB$.

23. Se consideră două puncte A şi B pe axa numerelor, ale căror coordonate sunt $-x$ şi x.

a) Dacă punctul O reprezintă originea axei şi $AB + 5OB = 14$, calculaţi-l pe x.

b) Dacă $3AO + 5BO = 16$, calculaţi-l pe x.

PE-PP Supermate ****

24. Se consideră două puncte M şi N.

a) Reprezentaţi pe axa numerelor punctele M şi N, astfel încât distanţa de la M la originea axei să fie de 3 u.m. şi distanţa de la originea axei la N să fie egală cu 5 u.m.

b) Scrieţi coordonatele punctelor M şi N.

25. Pe axa numerelor se consideră punctele A şi B de coordonate –11 şi respectiv 44. Se parcurge distanţa dintre A şi B.

a) Calculaţi ce procent din distanţă s-a parcurs în momentul trecerii prin punctul M de coordonată 22.

b) Ce coordonată trebuie să aibă punctul M pentru ca procentul parcurs din distanţă să fie de 40%?

PE-PP 1.2. Modulul unui număr întreg. Compararea şi ordonarea numerelor întregi

Se spune că un număr întreg a este **mai mare decât** 0 şi notăm $a > 0$ dacă a este un **număr întreg pozitiv**.

Deci, $a \in \mathbb{Z}, a > 0 \Leftrightarrow a \in \mathbb{Z}_+^*$.

Se spune că un număr întreg a este **mai mic decât** 0 şi notăm $a < 0$ dacă a este un **număr întreg negativ**.

Deci, $a \in \mathbb{Z}, a < 0 \Leftrightarrow a \in \mathbb{Z}_-^*$.

Modulul unui număr întreg pozitiv sau **valoarea absolută a unui număr întreg pozitiv** este **acel număr**, **modulul numărului întreg 0** este **0** şi **modulul** sau **valoarea absolută a unui număr întreg negativ** este **opusul acelui număr**.

Deci, $|z| = \begin{cases} z, & \text{dacă } z > 0 \\ 0, & \text{dacă } z = 0 \\ -z, & \text{dacă } z < 0 \end{cases}$.

Exemple: $|+2| = +2$; $|0| = 0$; $|-3| = -(-3) = +3 = 3$.

PROPRIETĂŢI:

- $|z| > 0$, oricare ar fi $z \in \mathbb{Z}^*$;
- $|z| = 0 \Leftrightarrow z = 0$;
- $|z| \in \mathbb{N}$, oricare ar fi $z \in \mathbb{Z}$;
- $|z| = |-z|$, oricare ar fi $z \in \mathbb{Z}$.

Pentru numere întregi avem **ordonarea**:

- $a \in \mathbb{Z}_- \Rightarrow a < 0$;
- $a \in \mathbb{Z}_+ \Rightarrow a > 0$;
- $a \in \mathbb{Z}_-$ şi $b \in \mathbb{Z}_+ \Rightarrow a < b$;
- $a \in \mathbb{Z}_+$, $b \in \mathbb{Z}_+$ şi $|a| < |b| \Rightarrow a < b$;
- $a \in \mathbb{Z}_-$, $b \in \mathbb{Z}_-$ şi $|a| < |b| \Rightarrow a > b$.

Observaţie:

Dintre două numere întregi, întotdeauna, pe axa numerelor, cel mai mic se află la stânga celui mai mare.

Capitolul II
Mulțimea numerelor raționale

PP **Competențe specifice**

C1. Recunoaşterea fracţiilor echivalente, a fracţiilor ireductibile şi a formelor de scriere a unui număr raţional

C2. Aplicarea regulilor de calcul cu numere raţionale pentru rezolvarea ecuaţiilor de tipul: $x + a = b$, $x \cdot a = b$, $x : a = b$ ($a \neq 0$), $ax + b = c$, unde a, b şi c sunt numere raţionale

C3. Utilizarea proprietăţilor operaţiilor pentru compararea şi efectuarea calculelor cu numere raţionale

C4. Redactarea etapelor de rezolvare a unor probleme, folosind operaţii în mulţimea numerelor raţionale

C5. Determinarea unor metode eficiente în efectuarea calculelor cu cu numere raţionale

C6. Interpretarea matematică a unor probleme practice prin utilizarea operaţiilor cu numere raţionale

PE-PP 2.1. Număr raţional. Mulţimea numerelor raţionale

Definiţie. Prin **număr rațional** înțelegem orice pereche de numere întregi a și b, unde $b \neq 0$, scrisă sub forma $\frac{a}{b}$.

Observaţii:

- Mulțimea numerelor raționale se notează cu $\mathbb{Q}$ și

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \,\middle|\, a \in \mathbb{Z},\ b \in \mathbb{Z},\ b \neq 0 \right\}.$$

- Numărul rațional $\frac{a}{b}$ este număr întreg dacă și numai dacă a se divide la b ($a \vdots b$).
- Orice număr întreg este număr rațional, adică $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$.
- Două numere raționale $\frac{a}{b}$ și $\frac{c}{d}$ sunt egale și notăm $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, dacă și numai dacă $a \cdot d = b \cdot c$.
- Orice număr rațional se poate scrie ca o fracție ordinară sau ca o fracție zecimală finită sau infinită.

Transformarea fracţiilor ordinare în fracţii zecimale

Un număr rațional pozitiv reprezentat printr-o fracție ireductibilă $\frac{a}{b}$, cu a, $b \in \mathbb{N}^*$, $b \geq 2$, se transformă, folosind algoritmul de împărțire a numerelor naturale, în:

- **fracție zecimală finită** dacă numitorul descompus în factori primi conține numai factorii 2 sau 5 sau 2 și 5;
- **fracție periodică simplă** dacă descompunerea numitorului în factori primi conține alți factori decât 2 sau 5;
- **fracție periodică mixtă** dacă descompunerea numitorului în factori primi conține cel puțin unul din factorii primi 2 sau 5 și cel puțin un alt factor prim diferit de 2 sau 5.

Exemple:

1. fracții zecimale finite:

a) $\frac{17}{8} = \frac{17}{2^3} = 2{,}125$; b) $\frac{23}{25} = \frac{23}{5^2} = 0{,}92$; c) $\frac{127}{20} = \frac{127}{2^2 \cdot 5} = 6{,}35$.

2. fracții zecimale periodice simple:

a) $\frac{11}{3} = 3{,}(6)$; b) $\frac{47}{11} = 4{,}(27)$; c) $\frac{31}{33} = 0{,}(93)$.

3. fracții zecimale periodice mixte:

a) $\frac{7}{6} = 1{,}1(6)$; b) $\frac{43}{55} = 0{,}7(81)$; c) $\frac{37}{75} = 0{,}49(3)$.

Transformarea fracţiilor zecimale în fracţii ordinare:

- **Fracția zecimală cu un număr finit de zecimale nenule** este egală cu numărul de întregi, urmat de fracția care are la numărător partea zecimală, iar la numitor numărul format din cifra 1 urmată de tot atâtea zerouri câte are partea zecimală:

$$\overline{a,a_1a_2a_3\ldots a_n} = a\frac{\overline{a_1a_2a_3\ldots a_n}}{10^n}.$$

Exemple: a) $1{,}7 = 1\frac{7}{10}$; b) $24{,}17 = 24\frac{17}{10^2}$; c) $1{,}317 = 1\frac{317}{10^3}$.

- **Fracția zecimală periodică simplă** este egală cu numărul de întregi, urmat de fracția care are la numărător perioada, iar la numitor numărul format din tot atâtea cifre de 9 câte cifre are perioada:

$$\overline{a,(a_1a_2a_3\ldots a_n)} = a\frac{\overline{a_1a_2a_3\ldots a_n}}{\underbrace{999\ldots9}_{n \text{ cifre}}}.$$

Exemple: a) $1{,}(5) = 1\frac{5}{9}$; b) $0{,}(13) = \frac{13}{99}$; c) $2{,}(31) = 2\frac{31}{99}$; d) $3{,}(127) = 3\frac{127}{999}$.

- **Fracția zecimală periodică mixtă** este egală cu numărul de întregi, urmat de fracția care are la numărător diferența dintre numărul fără paranteză situat după virgulă și numărul situat la partea zecimală în afara perioadei, iar la numitor numărul format din atâtea cifre de 9 câte cifre are partea periodică urmate de atâtea zerouri câte cifre are partea zecimală din afara perioadei:

$$\overline{a,a_1a_2\ldots a_m(b_1b_2\ldots b_n)} = a\frac{\overline{a_1a_2\ldots a_mb_1b_2\ldots b_n} - \overline{a_1a_2\ldots a_m}}{\underbrace{999\ldots9}_{n \text{ cifre}}\underbrace{000\ldots0}_{m \text{ cifre}}}.$$

Exemple: a) $2,1(6)=2\frac{16-1}{90}=2\frac{15^{(15}}{90}=2\frac{1}{6}$;

b) $3,12(5)=3\frac{125-12}{900}=3\frac{113}{900}$; c) $1,2(13)=1\frac{213-2}{990}=1\frac{211}{990}$.

Partea întreagă și partea fracționară a unui număr rațional

Partea întreagă a numărului rațional x, notată $[x]$, este cel mai mare număr întreg mai mic sau egal cu x.

Partea fracționară a numărului rațional x, notată $\{x\}$, este diferența dintre număr și partea întreagă a numărului, adică $\{x\}=x-[x]$.

Exemple: a) $[3,21]=3$, deoarece $3\le 3,21<4$ și $\{3,21\}=3,21-[3,21]=3,21-3=0,21$;

b) $[-3,21]=-4$, deoarece $-4\le -3,21<-3$ și $\{-3,21\}=-3,21-[-3,21]=-3,21-(-4)=-3,21+4=0,79$.

În general,

- **numărul rațional pozitiv** scris ca fracție zecimală $a,a_1a_2...a_n$, unde $a\in\mathbb{N}$ și a_1, a_2, ..., a_n sunt cifre, are **partea întreagă** numărul a și **partea fracționară** $0,a_1a_2...a_n$.
- **numărul rațional negativ** scris ca fracție zecimală $-a,a_1a_2...a_n$, unde $a\in\mathbb{N}$ și a_1, a_2, ..., a_n sunt cifre, are **partea întreagă** $-(a+1)$ și **partea fracționară** $1-0,a_1a_2...a_n$.

Exemple: a) $[1,17]=1$ și $\{1,17\}=0,17$; b) $[-1,17]=-2$ și $\{-1,17\}=1-0,17=0,83$.

● ● ● activităţi de învăţare ● ● ●

PE Înţelegere *

1. Verificați care dintre propozițiile de mai jos sunt adevărate:

a) $-1\in\mathbb{Q}$; b) $\frac{2}{3}\notin\mathbb{Q}$; c) $-0,1(3)\notin\mathbb{Q}$; d) $-\frac{8}{2}\in\mathbb{Z}$;

e) $1,(2)\notin\mathbb{Z}$; f) $-\frac{2}{3}\in\mathbb{N}$; g) $-7\in\mathbb{Z}\setminus\mathbb{N}$; h) $+24\notin\mathbb{Q}$.

2. Se consideră mulțimile: $A=\{-1, 2, -3\}$ și $B=\{-2, 5\}$. Scrieți elementele mulțimii

$$C=\left\{x=\frac{a}{b}\,\middle|\, a\in A \text{ și } b\in B\right\}.$$

3. Verificați dacă fracțiile următoare reprezintă același număr rațional:

a) $\frac{2}{3}$; $\frac{-6}{-9}$; $\frac{18}{27}$; b) $\frac{-3}{5}$; $\frac{24}{-40}$; $-\frac{21}{35}$.

4. Se consideră mulțimea:

$$M=\left\{-1;\ 2,(3);\ \frac{1}{7};\ -9;\ \frac{21}{7};\ 0;\ -1,5\right\}.$$

Scrieți elementele mulțimilor:

$M_1=\{x\in M\,|\,x\in\mathbb{N}\}$; $M_2=\{x\in M\,|\,x\in\mathbb{Z}\}$; $M_3=\{x\in M\,|\,x\in\mathbb{Q}\}$;

$M_4=\{x\in M\,|\,x\in\mathbb{Z}\setminus\mathbb{N}\}$; $M_5=\{x\in M\,|\,x\in\mathbb{Q}\setminus\mathbb{Z}\}$; $M_6=\{x\in M\,|\,x\notin\mathbb{N}\}$.

Cuprins

GEOMETRIE