

Dan ZAHARIA
Maria ZAHARIA

matematică
algebră
geometrie

clasa a VI-a

partea a II-a

ediția a XI-a



mate 2000 – consolidare

Acest auxiliar didactic este aprobat pentru utilizarea în unitățile de învățământ preuniversitar prin O.M.E.N. nr. 4696/02.08.2019.

Lucrarea este elaborată în conformitate cu Programul școlar în vigoare pentru clasa a VI-a, aprobată prin O.M.E.N. nr. 3393/28.02.2017.

Referință științifică: Lucrarea a fost definitivată prin contribuția și recomandările Comisiei științifice și metodice a publicațiilor Societății de Științe Matematice din România. Aceasta și-a dat avizul favorabil în ceea ce privește alcătuirea și conținutul matematic.

Redactare: Andreea Roșca
Tehnoredactare: Iuliana Ene
Pregătire de tipar: Marius Badea
Design copertă: Mirona Pintilie

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României
ZAHARIA, DAN

Matematică : algebră, geometrie : clasa a VI-a / Dan Zaharia,
Maria Zaharia. - Ed. a 11-a. - Pitești : Paralela 45, 2022
2 vol.
ISBN 978-973-47-3642-3
Partea 2. - 2022. - ISBN 978-973-47-3763-5

I. Zaharia, Maria

51

Copyright © Editura Paralela 45, 2022

Prezenta lucrare folosește denumiri ce constituie mărci înregistrate,
iar conținutul este protejat de legislația privind dreptul de proprietate intelectuală.
www.edituraparelela45.ro

Stimate cadre didactice/dragi elevi,

Vă mulțumim că și în acest an școlar ați ales să utilizați auxiliarele din colecția **Mate 2000+**!

Mate 2000+ este cea mai longevivă colecție din domeniul educațional la nivel național și, pentru multe generații de elevi, astăzi părinți, reprezintă sinonimul reușitei în carieră și de ce nu, în viață. Concepută și gândită de un colectiv de specialiști în domeniul educației ca un produs unic pe piața editorială din România, **MATE 2000+** a reușit să se impună, fiind în acest moment lider pe piața auxiliarelor școlare dedicate matematicii.

Tehnologia a evoluat, vremurile s-au schimbat, iar toate acestea ne fac să credem că și modul de abordare a predării se va schimba treptat. Fideli dezideratului de a oferi elevilor informații de un real folos, avem deosebită plăcere de a vă prezenta **Aplicația MATE 2000+**. Creată într-un mod intuitiv, disponibilă atât în Apple Store, cât și în Play Store, cu secțiuni dedicate elevilor și profesorilor, aplicația îmbogățește partea teoretică din auxiliarele noastre.

Rolul aplicației MATE 2000+ este de a oferi elevilor posibilitatea de a urmări într-un mod sistematizat conținuturile esențiale din programă, iar pentru profesori reprezintă un sprijin important pentru organizarea eficientă a lecțiilor, atât la clasă, cât și în sistem online.

Vă dorim o experiență de utilizare excelentă!
Echipa Editurii Paralela 45

Abrevieri:

- * Inițiere (înțelegere)
- ** Consolidare (aplicare și exersare)
- *** Excelență (aprofundare și performanță)
- **** Supermate

Legendă

PE = portofoliul elevului

PP = portofoliul profesorului

PE-PP = portofoliul elevului - portofoliul profesorului

Algebră

Capitolul I Mulțimea numerelor întregi

PP Competențe specifice

- C1. Identificarea caracteristicilor numerelor întregi în contexte variate
- C2. Utilizarea operațiilor cu numere întregi pentru rezolvarea ecuațiilor și a inecuațiilor
- C3. Aplicarea regulilor de calcul și folosirea parantezelor în efectuarea operațiilor cu numere întregi
- C4. Redactarea etapelor de rezolvare a ecuațiilor și a inecuațiilor studiate în mulțimea numerelor întregi
- C5. Interpretarea unor date din probleme care se rezolvă utilizând numerele întregi
- C6. Transpunerea, în limbaj algebric, a unei situații date, rezolvarea ecuației sau inecuației obținute și interpretarea rezultatului

PE-PP 1.1. Număr întreg. Mulțimea numerelor întregi. Opusul unui număr întreg. Reprezentarea pe axă a numerelor întregi

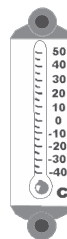


La televizor sau la radio auziți zilnic „buletinul meteo”.

Temperaturile pot fi **pozitive**, **zero** sau **negative**.

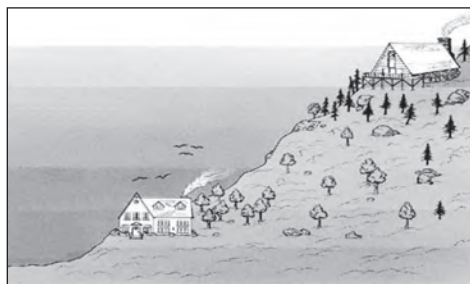
- +3° C se citește „plus 3 grade Celsius”
- +28° C se citește „plus 28 de grade Celsius”
- 5° C se citește „minus 5 grade Celsius”
- 14° C se citește „minus 14 grade Celsius”

Temperaturile negative, zero sau pozitive se înregistrează cu ajutorul **termometrului**.



Dacă dorim să știm înălțimea unui munte sau repera unei epave de pe fundul oceanului, înseamnă că dorim să știm **altitudinea**. Altitudinea se măsoară luând ca reper **nivelul mării**, care este considerat zero (0) metri.

Vârful unui deal sau înălțimea unui munte se exprimă **printr-un număr precedat de**



semnul „+”, iar un punct de pe fundul unui ocean se exprimă **printr-un număr precedat de semnul „-”**.

În cadrul firmelor comerciale se folosesc noțiunile de **credit, debit și sold**.

Exemple:

1. În luna septembrie, o firmă a încasat 10 000 lei pe marfa vândută (**creditul** este +10 000 lei) și a cheltuit 5000 lei (**debitul** este -5000 lei). **Soldul** acestei luni este pozitiv, adică +5000 lei, deoarece s-a încasat mai mult cu 5000 lei decât s-a cheltuit.

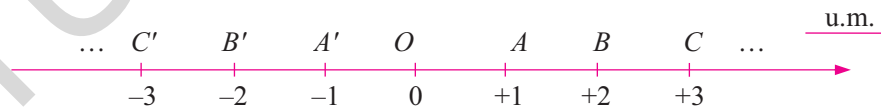
2. În luna octombrie, o firmă a încasat 300 000 lei (**creditul** este +300 000 lei) și a cheltuit 400 000 lei (**debitul** este -400 000 lei). **Soldul** acestei luni este negativ, adică -100 000 lei, deoarece s-a încasat mai puțin cu 100 000 lei decât s-a cheltuit.

În exemplele date s-au întâlnit numere precedate de semnul „+” sau de semnul „-”. Aceste numere sunt **numere întregi**.

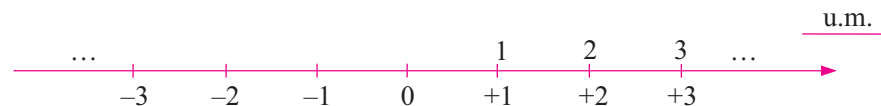
Se numește **număr întreg** numărul natural 0 sau orice număr natural diferit de 0 precedat fie de semnul „+” (plus), fie de semnul „-” (minus).

Observații:

- Mulțimea numerelor întregi se notează cu \mathbb{Z} .
- Mulțimea $\{+1, +2, +3, \dots\}$ este o submulțime a mulțimii numerelor întregi, se notează cu \mathbb{Z}_+^* și se numește **mulțimea numerelor întregi pozitive**.
- Mulțimea $\{-1, -2, -3, \dots\}$ este o submulțime a mulțimii numerelor întregi, se notează cu \mathbb{Z}_-^* și se numește **mulțimea numerelor întregi negative**.
- Mulțimea numerelor întregi negative împreună cu mulțimea numerelor întregi pozitive și cu numărul natural 0 formează mulțimea numerelor întregi, adică, avem: $\mathbb{Z} = \mathbb{Z}_-^* \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}_+^*$ și notăm $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$.
- Mulțimea $\{0; +1; +2; +3; \dots\}$ se numește **mulțimea numerelor întregi nenegative**.
- Se numește **opusul unui număr întreg diferit de zero** acel număr întreg care se obține din numărul întreg considerat prin schimbarea semnului acestuia. Opusul numărului întreg 0 este numărul întreg 0. Opusul numărului întreg +2 este numărul întreg -2, iar opusul numărului întreg -5 este numărul întreg +5.
- Numerele întregi pot fi reprezentate pe axa numerelor. **Axa numerelor** este o dreaptă pe care am fixat: un punct numit **origine**, un **sens pozitiv** și o **unitate de măsură**.



Să reprezentăm pe axa numerelor și numerele naturale.



Se observă că orice număr natural n coincide cu numărul întreg $+n$ și notăm $+n = n$. Astfel, se poate scrie $\mathbb{N}^* = \mathbb{Z}_+$ sau $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$.

- **Numărul 0 nu este nici pozitiv și nici negativ.**
- **Numerele întregi negative** sunt folosite pentru a descrie: adâncimi sub nivelul mării, temperaturi exprimate în grade Celsius sub limita de îngheț, datorii.

Exemple:

1. În ziua de 2 februarie 2009, la ora 6 dimineața, temperatura a fost de -9°C (minus 9 grade Celsius).
2. În Oceanul Atlantic s-a găsit, la adâncimea de 4375 m, o epavă. Adâncimea poate fi exprimată ca fiind -4375 m, raportată la nivelul mării.
3. Pasul Predeal se află la înălțimea de 1040 m. Altitudinea Pasului Predeal, raportată la nivelul mării, poate fi exprimată ca fiind $+1040$ m.
4. Dacă încasările unei societăți comerciale au fost de 5 milioane lei și plățile au fost de 3 milioane lei, atunci soldul este de 2 milioane lei ($+2$ milioane lei).
5. Dacă încasările unei societăți comerciale au fost de 2 milioane lei și plățile au fost de 3 milioane lei, atunci soldul este negativ (-1 milion lei), adică societatea are o datorie de 1 milion de lei.

Priviți axa numerelor și observați că există puncte egal depărtate de origine. Punctele A și A' , punctele B și B' sunt egal depărtate de originea axei. Dacă două numere nenule corespund pe axă la două puncte egal depărtate de punctul O (originea axei), atunci cele două numere sunt **opuse**.

Exemple:

1. Numerele -1 și 1 corespundătoare punctelor A' și A sunt opuse.
2. Numerele -3 și 3 corespundătoare punctelor C' și C sunt opuse.

În general, dacă notăm cu a un număr natural nenul, atunci:

- **opusul** numărului întreg pozitiv $+a$ este numărul întreg negativ $-a$;
- **opusul** numărului întreg negativ $-a$ este numărul întreg pozitiv $+a$.

Atenție!

- **Opusul** numărului negativ -3 se notează cu $-(-3)$ și este egal cu numărul pozitiv $+3$, adică $-(-3) = +3$.
- **Opusul** numărului pozitiv $+4$ se notează cu $-(+4)$ și este egal cu numărul negativ -4 , adică $-(+4) = -4$.

● ● ● **activități de învățare** ● ● ●

PE **Înțelegere** *

1. Completați corect propozițiile:
 - a) Orice număr natural este ...
 - b) Opusul unui număr întreg diferit de zero este ...
 - c) Axa numerelor este ...
2. Reprezentați pe axa numerelor următoarele numere întregi:
 - a) $-5; +1; 0; -1; +2; -4;$
 - b) $-7; +4; -3; 0; +13; -2; +5;$
 - c) $-5; -3; 4; -7; 3; +5;$
 - d) $50; -50; 30; -20; +20; 10; -10; 0.$



Nume _____

Clasa _____

Test de autoevaluare

• Se acordă 1 punct din oficiu. Timp de lucru 50 de minute.

I. Completați pe fișa de evaluare spațiile punctate cu răspunsul corect. (2 puncte)(0,5p) 1. Numerele întregi mai mari decât -3 și mai mici decât $+2$ sunt(0,5p) 2. Numerele întregi negative mai mari sau egale cu -5 sunt

(0,5p) 3. Cel mai mic număr întreg de două cifre este egal cu.....

(0,5p) 4. Dacă numerele întregi negative a și b verifică relația $|a| < |b|$, atunci numărul mai mic dintre a și b este**II. Încercuiți pe fișă doar răspunsul corect, știind că numai unul dintre cele patru răspunsuri este corect. (2 puncte)**(0,5p) 1. Câte numere întregi x verifică egalitatea $|x| = 2$?

- A. niciunul B. unul C. două D. cinci

(0,5p) 2. Câte numere întregi verifică egalitatea $|x| = -1$?

- A. niciunul B. unul C. două D. trei

(0,5p) 3. Elementele mulțimii $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \geq -2 \text{ și } x < 3\}$ sunt:

- A.
- $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$
- B.
- $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$
-
- C.
- $\{-1, 0, 1, 2\}$
- D.
- $\{-1, 0, 1, 2, 3\}$

(0,5p) 4. Dacă $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq 3\}$ și $B = \{x \in \mathbb{Z}^* \mid |x| = -x\}$, atunci $A \cap B$ este:

- A.
- $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$
- B.
- $\{0, 1, 2, 3\}$
-
- C.
- $\{-3, -2, -1\}$
- D.
- $\{-1, 0, 1\}$

III. Uniți prin săgeți fiecare enunț, aflat în coloana din stânga, cu răspunsul corespunzător, aflat în coloana din dreapta. (2 puncte)Se consideră mulțimea $A = \{-1, +2, -3, -(-1), -(+5)\}$. Determinați mulțimile:

- | | |
|------------------------------------|---------------------------|
| (0,5p) a) $A \cap \mathbb{Z}$ | 1) $\{-5, -3, -1, 1, 2\}$ |
| (0,5p) b) $A \cap \mathbb{N}$ | 2) $\{-5, -3, -1\}$ |
| (0,5p) c) $A \setminus \mathbb{N}$ | 3) \mathbb{Z} |
| (0,5p) d) $A \cup \mathbb{Z}$ | 4) $\{-3, -1, 1\}$ |
| | 5) $\{1, 2\}$ |



La problemele IV și V scrieți pe fișa de evaluare rezolvările complete. (3 puncte)

- (2p) **IV.** a) Determinați numerele $a, b \in \{-2, -1, 0, 1\}$ astfel încât numerele 2, 1, $a, b, -2$ să fie așezate descrescător.
 b) Determinați toate valorile posibile ale numerelor x și y , știind că $|x| = 2, |y| = 3$ și $x < y$.

- (1p) **V.** Determinați cifra x , astfel încât propoziția $\sqrt{-x^3} > -45$ să fie adevărată.

Subiectul	I.1	I.2	I.3	I.4	II.1	II.2	II.3	II.4	III.	IV.	V.
Punctajul											
Nota											

1.3. Adunarea numerelor întregi. Scăderea numerelor întregi



Pe mulțimea numerelor întregi \mathbb{Z} se definește o operație denumită **adunarea numerelor întregi**. Această operație se definește cu ajutorul operației de adunare a numerelor naturale astfel:

Se numește **suma a două numere întregi diferite de zero** un număr întreg care este:

- **suma modulelor** celor două numere întregi precedată de semnul „+”, dacă **cele două numere întregi sunt pozitive**;
- **suma modulelor** celor două numere întregi precedată de semnul „-”, dacă **cele două numere întregi sunt negative**;
- **diferența modulelor** celor două numere întregi precedată de semnul numărului cu modulul mai mare, dacă **cele două numere întregi au semne diferite și module diferite**;
- **numărul întreg 0**, dacă **cele două numere întregi au semne diferite și module egale**.

Se definește, de asemenea, **suma oricărui număr întreg a cu numărul întreg 0 și suma numărului 0 cu orice număr întreg a ca fiind numărul întreg a** .

Operația prin care se obține suma a două numere întregi se numește adunarea numerelor întregi.

Pe mulțimea \mathbb{Z} a numerelor întregi se definește și **operația de scădere** astfel:

Dacă a și b sunt numere întregi, se consideră: $a - b = a + (-b)$, $a - b$ numindu-se **diferența dintre a și b** .

Deci, pentru a obține **diferența dintre numărul întreg a și numărul întreg b** , se efectuează **suma numărului întreg a cu opusul numărului întreg b** .

În mulțimea numerelor întregi, orice diferență este posibilă.

● ● ● activități de învățare ● ● ●

PE Înțelegere *

1. Completați corect propozițiile:

- a) Suma a două numere întregi pozitive este un număr întreg
- b) Suma a două numere întregi negative este un număr întreg
- c) Suma a două numere întregi ... este un număr întreg ... sau un număr întreg
- d) Dacă suma a două numere întregi este pozitivă, atunci numerele au semnul ... sau sunt de semne ... cu modulul mai mare al numărului întreg
- e) Dacă suma a două numere întregi este negativă, atunci numerele au semnul ... sau sunt de semne ... cu modulul mai mare al numărului întreg

2. Calculați:

- | | | | |
|----------------------|---------------------|----------------------|----------------------|
| a) $(+5) + (+3)$; | b) $(+4) + (-2)$; | c) $(-6) + (-1)$; | d) $(-6) + 0$; |
| e) $(-10) + (-30)$; | f) $(-15) + (-5)$; | g) $(+17) + (-10)$; | h) $(+2) + (-1)$; |
| i) $(+7) + (-7)$; | j) $(-7) + (+4)$; | k) $(+15) + (-10)$; | l) $(-20) + (+10)$. |

3. Calculați:

- | | |
|------------------------------|------------------------------|
| a) $(+25) + (+10) + (+10)$; | b) $(-32) + (-23) + (-15)$; |
|------------------------------|------------------------------|

Geometrie

Capitolul I Triunghiul

PP Competențe specifice

- C1. Recunoașterea unor elemente de geometrie plană asociate noțiunii de triunghi
- C2. Calcularea unor lungimi de segmente, măsuri de unghiuri în contextul geometriei triunghiului
- C3. Utilizarea criteriilor de congruență și a proprietăților unor triunghiuri particulare pentru determinarea caracteristicilor unei configurații geometrice
- C4. Exprimarea în limbaj geometric simbolic și figurativ a caracteristicilor triunghiurilor și ale liniilor importante în triunghi
- C5. Analizarea unor construcții geometrice în vederea evidențierii unor proprietăți ale triunghiurilor
- C6. Transpunerea, în limbaj specific, a unei situații date legate de geometria triunghiului, rezolvarea problemei obținute și interpretarea rezultatului

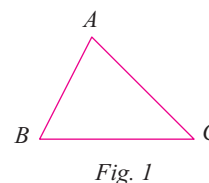
PE-PP 1.1. Triunghi. Definiție. Elemente. Clasificare. Perimetrul triunghiului



Definiție: Fiind date trei puncte necoliniare A, B, C , se numește **triunghi determinat de punctele A, B, C** mulțimea formată de cele trei puncte, împreună cu mulțimea tuturor punctelor segmentelor AB, BC și CA . (fig. 1).

Observații:

- Triunghiul este o mulțime de puncte din plan, adică o **figură geometrică**, care are trei laturi, trei vârfuri și trei unghiuri.
- Triunghiul determinat de punctele A, B, C se poate nota $\triangle ABC$, $\triangle ACB$, $\triangle BAC$, $\triangle BCA$, $\triangle CAB$, $\triangle CBA$ (la citirea unui triunghi literele A, B, C pot fi așezate în orice ordine dorim).
- Punctele A, B, C se numesc **vârfurile triunghiului**. Segmentele AB, BC, CA se numesc **laturile triunghiului**. Unghiurile ABC, BCA, CAB se numesc **unghiurile triunghiului**.



• În triunghiul ABC , **latura BC se opune unghiului A** și, reciproc, **unghiul A este opus laturii BC** , iar **unghiurile B și C sunt alăturate laturii BC** .

• Pentru lungimile laturilor unui triunghi ABC , se mai folosesc notațiile: $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$.

• Dacă nu există posibilitatea unor confuzii pentru unghiurile triunghiului ABC se pot folosi și notațiile $\sphericalangle ABC = \sphericalangle B$, $\sphericalangle BAC = \sphericalangle A$, $\sphericalangle ACB = \sphericalangle C$.

Definiție: Suma lungimilor laturilor unui triunghi se numește **perimetrul triunghiului**, se notează cu \mathcal{P} și

$$\mathcal{P} = AB + BC + CA.$$

Observație:

• Semisuma lungimilor laturilor unui triunghi se numește **semiperimetrul triunghiului**, se notează cu p , unde $p = \frac{AB + BC + CA}{2}$.

Definiții: • Un punct se numește **interior unui triunghi**, dacă punctul este interior fiecărui unghi al triunghiului.

• Mulțimea tuturor punctelor interioare unui triunghi, se numește **interiorul triunghiului**.

• Un punct care nu se află pe laturile triunghiului și care nu este nici interior triunghiului se numește **punct exterior triunghiului**, iar mulțimea tuturor punctelor exterioare unui triunghi formează **exteriorul triunghiului**.

Definiție: Un triunghi care are laturile de lungimi diferite se numește **triunghi scalen** (fig. 2).

Observații:

• Triunghiul scalen se mai poate defini ca un triunghi în care oricare două laturi nu sunt congruente.

• În figura 2, $AB = 3$ cm, $AC = 2$ cm și $BC = 2,5$ cm.

Definiție: Un triunghi cu două laturi congruente se numește **triunghi isoscel**, iar cea de-a treia latură se numește **baza**¹ **triunghiului isoscel**.

Observații:

• Triunghiul ABC din figura 3 este isoscel.

• Laturile congruente sunt AB și AC ($AB = AC$)

• Latura BC este baza triunghiului isoscel ABC .

Definiție: Un triunghi cu toate laturile congruente se numește **triunghi echilateral**.

Observații:

• Triunghiul ABC din figura 4 este triunghi echilateral.

• Toate laturile sunt congruente $AB = AC = BC$.

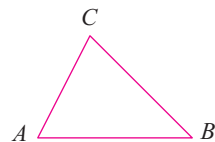


Fig. 2

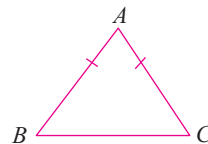


Fig. 3

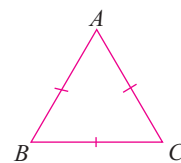


Fig. 4

¹ Foarte probabil că denumirea de „bază” provine din preferința de a desena triunghiul isoscel cu „baza în jos”. Desigur, această preferință nu impune din punct de vedere geometric nimic. De altfel, și în această carte apar frecvent triunghiuri isoscele „cu baza în sus”.

• Un triunghi echilateral este totodată triunghi isoscel, oricare două dintre laturile lui sunt congruente ($AB = AC$, $AB = BC$, $AC = BC$).

Definiție: Un triunghi care are toate unghiurile ascuțite se numește **triunghi ascuțitunghic**.

Observații:

- Triunghiul ABC din figura 5 este triunghi ascuțitunghic.
- Toate unghiurile triunghiului sunt ascuțite: $A < 90^\circ$, $B < 90^\circ$, $C < 90^\circ$.

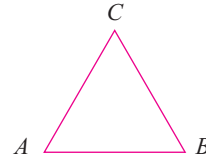


Fig. 5

Definiție: Un triunghi care are un unghi drept se numește **triunghi dreptunghic**. Laturile care formează unghiul drept se numesc **catete**, iar latura opusă unghiului drept se numește **ipotenuză**.

Observații:

- Triunghiul ABC din figura 6 este triunghi dreptunghic ($\sphericalangle A = 90^\circ$).
- AB și AC sunt **catete**, BC este **ipotenuză**.

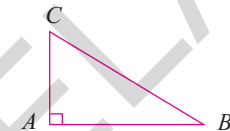


Fig. 6

Definiție: Un triunghi care are un unghi obtuz se numește **triunghi obtuzunghic**.

Observație:

- Triunghiul ABC din figura 7 este triunghi obtuzunghic ($\sphericalangle A > 90^\circ$).

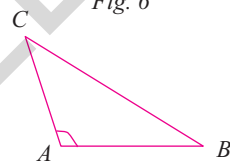


Fig. 7

● ● ● activități de învățare ● ● ●

PE Înțelegere *

1. Desenați trei puncte necoliniare M, N, P și triunghiul determinat de cele trei puncte. Denumiți vârfurile, laturile și unghiurile triunghiului.
2. Desenați un triunghi ABC și precizați:
 - a) latura opusă unghiului A ;
 - b) unghiul opus laturii AB ;
 - c) unghiurile alăturate laturii BC .
3. Fie patru puncte P, Q, R, H astfel încât oricare trei sunt necoliniare. Câte triunghiuri determină cele patru puncte? Denumiți aceste triunghiuri.
4. Priviți figura 8. Scrieți apoi:
 - a) triunghiurile din figură care au ca latură comună pe AB ;
 - b) triunghiurile din figură care au ca unghi comun pe $\sphericalangle FBD$;
 - c) numărul triunghiurilor din figură.
5. Urmăriți figura 9 și stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

a) $Q \in \Delta MNP$;	b) $S \in \text{int}(\Delta MNP)$;
c) $R \notin \Delta MNP$;	d) $T \in \text{int}(\Delta MNP)$;
e) $T \notin \text{ext}(\Delta MNP)$;	f) $S \in \text{ext}(\Delta MNP)$.
6. Când spunem că un triunghi este isoscel? Dar echilateral? Dar dreptunghic? Dar obtuzunghic? Dar ascuțitunghic?

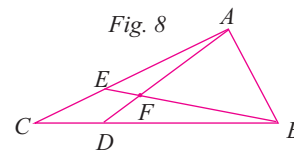


Fig. 8

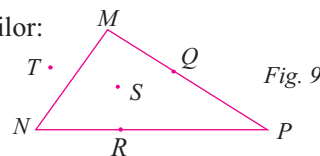


Fig. 9

7. Un triunghi dreptunghic PQR are catetele PQ și QR . Precizați care este ipotenuza și care este unghiul drept.

8. Stabiliți natura triunghiului ABC știind că:

- a) $AB = 4$ cm, $BC = 5$ cm, $AC = 6$ cm;
- b) $AB = AC = 6$ cm și $BC = 4$ cm;
- c) $AB = AC = BC = 6$ cm.

9. Stabiliți natura triunghiului LMP știind că:

- a) $\sphericalangle M = 90^\circ$, $LM = 4$ cm, $MP = 4$ cm;
- b) $\sphericalangle M = 110^\circ$, $LM = MP = 3$ cm;
- c) $\sphericalangle M = 45^\circ$, $\sphericalangle L = 65^\circ$, $\sphericalangle P = 70^\circ$.

PE Aplicare și exersare **

10. Fie s unul dintre semiplanele determinate de o dreaptă d . Desenați două triunghiuri care să aibă o latură comună inclusă în d și câte un vârf în semiplanul s .

11. Desenați un triunghi MNP și fixați punctele:

- a) A și B în interiorul triunghiului;
- b) C și D care să aparțină triunghiului;
- c) E și F în exteriorul triunghiului.

12. Calculați perimetrul unui triunghi dacă:

- a) semiperimetrul este 5,7 cm;
- b) $AB = 4$ cm, $BC = \frac{3}{4} \cdot AB$ și lungimea laturii AC este media aritmetică a lungimilor

laturilor AB și BC ;

- c) $AB = 30$ mm, $BC = 1,8$ cm și $AC = 0,24$ dm.

13. Aflați lungimile laturilor unui triunghi ABC știind că:

a) perimetrul triunghiului este de 9,6 cm, AC este cu 0,8 cm mai mare decât AB și reprezintă $\frac{4}{5}$ din BC ;

b) perimetrul este 24 cm și lungimile laturilor sunt numere naturale pare, consecutive.

14. Se consideră un triunghi ABC și un punct D între A și B . Calculați lungimea laturii CD dacă perimetrele triunghiurilor ACD , BCD și ABC sunt egale cu 11 cm, 9 cm și, respectiv, 14 cm.

PE Aprofundare și performanță ***

15. Dacă $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$, stabiliți dacă punctele A , B , C sunt coliniare în fiecare dintre cazurile:

- a) $a = 7$ cm, $b = 5$ cm, $c = 8$ cm;
- b) $a = 8$ cm, $b = 11$ cm, $c = 3$ cm.

16. Se consideră un triunghi ABC și un punct D situat pe latura BC . Dacă $\mathcal{P}_{\triangle ABD} = 19$ cm, $\mathcal{P}_{\triangle ACD} = 26$ cm și $AD = 8$ cm, aflați $\mathcal{P}_{\triangle ABC}$.

17. Aflați lungimile laturilor triunghiului ABC , știind că perimetrul său este de 106 cm, lungimea laturii AB este 40% din lungimea laturii AC , iar lungimea laturii AC este 80% din lungimea laturii BC .

18. Stabiliți natura triunghiului MNP dacă:

- a) $\sphericalangle M = 110^\circ$;
- b) $MN = 4$ cm, $MP = 4$ cm și $\sphericalangle M = 90^\circ$;
- c) $MN = 3,2$ cm, $NP = 0,32$ dm și $MP = 32$ mm.

Cuprins

ALGEBRĂ

Capitolul I. MULȚIMEA NUMERELOR ÎNTREGI	5
1.1. Număr întreg. Mulțimea numerelor întregi. Opusul unui număr întreg. Reprezentarea pe axă a numerelor întregi	5
1.2. Modulul unui număr întreg. Compararea și ordonarea numerelor întregi	10
Recapitulare și sistematizare prin teste	14
<i>Test de autoevaluare</i>	15
1.3. Adunarea numerelor întregi. Scăderea numerelor întregi	17
1.4. Proprietățile adunării numerelor întregi	20
Recapitulare și sistematizare prin teste	23
<i>Test de autoevaluare</i>	25
1.5. Înmulțirea numerelor întregi. Proprietăți	27
1.6. Împărțirea numerelor întregi	32
Recapitulare și sistematizare prin teste	35
<i>Test de autoevaluare</i>	37
1.7. Puterea unui număr întreg cu exponent număr natural. Reguli de calcul cu puteri	39
1.8. Ordinea efectuării operațiilor și folosirea parantezelor	43
Recapitulare și sistematizare prin teste	47
<i>Test de autoevaluare</i>	49
1.9. Rezolvarea unor ecuații în mulțimea numerelor întregi	51
1.10. Rezolvarea unor inecuații în mulțimea numerelor întregi	55
1.11. Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor și inecuațiilor în contextul numerelor întregi	58
Recapitulare și sistematizare prin teste	61
Probleme de matematică aplicată în viața cotidiană	62
<i>Test de autoevaluare</i>	65
Capitolul II. MULȚIMEA NUMERELOR RAȚIONALE	67
2.1. Număr rațional. Mulțimea numerelor raționale	67
2.2. Reprezentarea numerelor raționale pe axa numerelor, opusul unui număr rațional, modulul unui număr rațional. Compararea și ordonarea numerelor raționale	72
Recapitulare și sistematizare prin teste	77
<i>Test de autoevaluare</i>	79
2.3. Adunarea și scăderea numerelor raționale. Proprietăți	81
2.4. Înmulțirea și împărțirea numerelor raționale. Proprietăți	86
2.5. Puterea cu exponent număr întreg a unui număr rațional nenul. Reguli de calcul cu puteri	91

2.6. Ordinea efectuării operațiilor și folosirea parantezelor	96
Recapitulare și sistematizare prin teste	99
<i>Test de autoevaluare</i>	101
2.7. Rezolvarea unor ecuații în mulțimea numerelor raționale.....	103
2.8. Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor.....	107
Recapitulare și sistematizare prin teste	110
Probleme de matematică aplicată în viața cotidiană	112
Probleme pentru pregătirea concursurilor școlare	116
<i>Test de autoevaluare</i>	117

GEOMETRIE

Capitolul I. TRIUNGHIUL	119
1.1. Triunghi. Definiție. Elemente. Clasificare. Perimetrul triunghiului.....	119
1.2. Suma măsurilor unghiurilor unui triunghi. Unghi exterior unui triunghi, teorema unghiului exterior.....	123
1.3. Construcția triunghiurilor. Inegalități între elementele triunghiului.....	126
1.4. Linii importante în triunghi. Bisectoarele unghiurilor unui triunghi.....	130
1.5. Linii importante în triunghi. Mediatoarele laturilor unui triunghi.....	134
1.6. Linii importante în triunghi. Înălțimile unui triunghi.....	136
1.7. Linii importante în triunghi. Medianele unui triunghi.....	138
1.8. Congruența triunghiurilor oarecare	140
1.9. Criteriile (cazurile) de congruență a triunghiurilor	142
1.10. Metoda triunghiurilor congruente	145
Recapitulare și sistematizare prin teste	148
<i>Test de autoevaluare</i>	151
1.11. Criteriile de congruență a triunghiurilor dreptunghice	153
1.12. Aplicații. Proprietatea punctelor de pe bisectoarea unui unghi. Proprietatea punctelor de pe mediatoarea unui segment.....	156
Recapitulare și sistematizare prin teste	160
<i>Test de autoevaluare</i>	163
1.13. Proprietățile triunghiului isoscel	165
1.14. Proprietățile triunghiului echilateral.....	168
1.15. Proprietățile triunghiului dreptunghic.	170
1.16. Teorema lui Pitagora. Reciproca teoremei lui Pitagora	175
Recapitulare și sistematizare prin teste	177
<i>Test de autoevaluare</i>	179

TESTE RECAPITULATIVE	181
MODELE DE TESTE FINALE	186
PROBLEME PENTRU PREGĂTIREA CONCURSURILOR ȘCOLARE	196
INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI	201

EDITURA PARALELA 45