



Nume: .....

Prenume: .....

Clasă: .....

Școală: .....

.....

EDITURA PARALELA 45

*Acest auxiliar didactic este aprobat pentru utilizarea în unitățile de învățământ preuniversitar prin O.M.E.N. nr. 5318/21.11.2019.*

*Lucrarea este elaborată în conformitate cu Programa școlară în vigoare pentru clasa a VIII-a, aprobată prin O.M.E.N. nr. 3393/28.02.2017.*

**Referință științifică:** Lucrarea a fost definitivată prin contribuția și recomandările Comisiei științifice și metodice a publicațiilor Societății de Științe Matematice din România. Aceasta și-a dat avizul favorabil în ceea ce privește alcătuirea și conținutul matematic.

Redactare: Ramona Rossall

Tehnoredactare: Iuliana Ene

Pregătire de tipar: Marius Badea

Design copertă: Mirona Pintilie

**Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României**

**TUDOR, ION**

**Matematică : algebră, geometrie : modalități de lucru diferențiate,  
pregătire suplimentară prin planuri individualizate : caiet de lucru : 8 /**

**Ion Tudor. - Ed. a 4-a, rev.. - Pitești : Paralela 45, 2020-**

**2 vol.**

**ISBN 978-973-47-3236-4**

**Partea 1. - 2020. - ISBN 978-973-47-3237-1**

Ion TUDOR

# matematică

## algebră, geometrie

- Modalități de lucru diferențiate
- Pregătire suplimentară prin planuri individualizate

### Caiet de lucru

Partea I

8

Ediția a IV-a,  
revizuită



Editura Paralela 45

**Stimate cadre didactice/dragi elevi,**

Vă mulțumim că și în acest an școlar ați ales să utilizați auxiliarele din colecția **Mate 2000+**!

**Mate 2000+** este cea mai longevivă colecție din domeniul educațional la nivel național și, pentru multe generații de elevi, astăzi părinți, reprezintă sinonimul reușitei în carieră și de ce nu, în viață. Concepță și gândită de un colectiv de specialiști în domeniul educației ca un produs unic pe piața editorială din România, **MATE 2000+** a reușit să se impună, fiind în acest moment lider pe piața auxiliarelor școlare dedicate matematicii.

Tehnologia a evoluat, vremurile s-au schimbat, iar toate acestea ne fac să credem că și modul de abordare a predării se va schimba treptat. Fideli dezideratului de a oferi elevilor informații de un real folos, avem deosebita plăcere de a vă prezenta **Aplicația MATE 2000+**. Creată într-un mod intuitiv, disponibilă atât în Apple Store, cât și în Play Store, cu secțiuni dedicate elevilor și profesorilor, aplicația îmbogățește partea teoretică din auxiliarele noastre.

**Rolul aplicației MATE 2000+ este de a oferi elevilor posibilitatea de a urmări într-un mod sistematizat conținuturile esențiale din programă, iar pentru profesori reprezintă un sprijin important pentru organizarea eficientă a lecțiilor, atât la clasă, cât și în sistem online.**

Pentru a accesa aplicația urmați indicațiile din insertul auxiliarului pe care tocmai l-ați achiziționat.

Vă dorim o experiență de utilizare excelentă!  
Echipa Editurii Paralela 45

**Scanează codul QR pentru a accesa aplicația MATE 2000+**



# ALGEBRĂ

## Capitolul I

### INTERVALE DE NUMERE REALE. INECUAȚII ÎN $\mathbb{R}$

#### Lecția 1. Mulțimi definite printr-o proprietate a elementelor



#### Citesc și rețin

În clasa a VI-a, la capitolul „Mulțimi. Mulțimea numerelor naturale” am învățat că o mulțime poate fi definită printr-o proprietate a elementelor acesteia.

*Exemplu:*  $A = \{n \in \mathbb{N}^* \mid n < 5\}$ . Citim „Mulțimea  $A$  este formată din numerele naturale nenule  $n$  cu proprietatea  $n < 5$ ”.



#### Cum se aplică?

1. Enumerați elementele mulțimii  $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid 35 : x\}$  și precizați cardinalul acesteia.

*Soluție:*

Divizorii întregi ai lui 35 sunt  $\pm 1, \pm 5, \pm 7, \pm 35$ , prin urmare  $A = \{-35, -7, -5, -1, 1, 5, 7, 35\}$  și  $\text{card } A = 8$ .

2. Scrieți mulțimea  $P = \{2, 3, 5, 7\}$ , folosind o proprietate a elementelor acesteia.

*Soluție:*

Observăm că elementele mulțimii  $P$  sunt numerele naturale prime de o cifră, prin urmare mulțimea  $P$  se scrie  $P = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ este număr prim de o cifră}\}$ .

3. Se consideră mulțimile  $E = \{n \in \mathbb{N} \mid 2^n < 5^2\}$  și  $F = \{a \mid \overline{6a2} : 3\}$ . Efectuați:

$$\text{a) } E \cup F; \quad \text{b) } E \cap F; \quad \text{c) } E \setminus F; \quad \text{d) } F \setminus E.$$

*Soluție:*

Mai întâi enumerăm elementele mulțimilor  $E$  și  $F$ . Elementele mulțimii  $E$  îndeplinesc condiția  $2^n < 5^2$  sau  $2^n < 25$ , prin urmare  $E = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ . Elementele mulțimii  $F$  îndeplinesc condiția  $\overline{6a2} : 3$ , deci  $3 \mid 6 + a + 2$  sau  $3 \mid 8 + a$ , de unde rezultă că  $F = \{1, 4, 7\}$ ; a)  $E \cup F = \{0, 1, 2, 3, 4, 7\}$ ; b)  $E \cap F = \{1, 4\}$ ; c)  $E \setminus F = \{0, 2, 3\}$ ; d)  $F \setminus E = \{7\}$ .



## Ştiu să rezolv

### **Exerciții și probleme de dificultate minimă**

**1.** Enumerați elementele următoarelor mulțimi:

a)  $A = \{n \in \mathbb{N} \mid n \leq 4\} = \dots$ ; b)  $B = \{n \in \mathbb{N}^* \mid n < 7\} = \dots$

c)  $C = \{n \in \mathbb{N} \mid 0 \leq n < 3\} = \dots$ ; d)  $D = \{n \in \mathbb{N} \mid 2 \leq n \leq 5\} = \dots$

**2.** Enumerați elementele următoarelor multimi și precizați cardinalul acestora:

a)  $A = \{x \mid x \text{ este literă a cuvântului „geometria”}\} = \dots$ ;

b)  $B = \{y \mid y \text{ este cifră a numărului } „701233048”\} = \dots$

**3.** Enumerați elementele următoarelor mulțimi și precizați cardinalul acestora:

a)  $E = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq 2\} = \dots$ ; b)  $F = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| < 4\} = \dots$

**4.** Enumerați elementele următoarelor multimi și precizați cardinalul acestora:

a)  $A = \left\{ n \in \mathbb{N} \mid \frac{n}{5} \text{ este fracție subunitară} \right\} = \dots$ ;

b)  $B = \left\{ n \in \mathbb{N} \mid \frac{5}{n} \text{ este fractie supraunitara} \right\} = \dots$

**5.** Se consideră mulțimile  $E = \{x \mid x \text{ este literă a cuvântului „tetraedru”}\}$  și  $F = \{y \mid y \text{ este literă a cuvântului „cilindru”}\}$ . Efectuați:

a)  $E \cup F$ ;      b)  $E \cap F$ ;      c)  $E \setminus F$ ;      d)  $F \setminus E$ .

**6.** Efectuați  $C \cup D$ ,  $C \cap D$ ,  $C \setminus D$  și  $D \setminus C$  în următoarele cazuri:

$$a) C = \{n \in \mathbb{N}^* \mid n \leq 5\} \text{ și } D = \{m \in \mathbb{Z} \mid |m| < 3\};$$

$$\text{b) } C = \{n \in \mathbb{N} \mid n \leq 4\} \text{ si } D = \{m \in \mathbb{Z}^* \mid |m| \leq 3\}.$$

b)

**7.** Știind că  $\mathcal{D}_n$  este mulțimea divizorilor naturali ai lui  $n$ , efectuați:

- a)  $\mathcal{D}_6 \cup \mathcal{D}_9$ ;      b)  $\mathcal{D}_6 \cap \mathcal{D}_9$ ;      c)  $\mathcal{D}_6 \setminus \mathcal{D}_9$ ;      d)  $\mathcal{D}_9 \setminus \mathcal{D}_6$ .

**Exercitii și probleme de dificultate medie**

8. Se consideră multimile  $A = \{m \in \mathbb{N} \mid 1 \leq m < 4\}$  și  $B = \{n \in \mathbb{N}^* \mid n < 3\}$ . Efectuați:

- a)  $A \cup B$ ;    b)  $A \cap B$ ;    c)  $A \setminus B$ ;    d)  $B \setminus A$ ;    e)  $A \times B$ ;    f)  $B \times A$ .

**9.** Arătați că  $A = B$  în următoarele cazuri:

- a)  $A = \{m \in \mathbb{N} \mid m \leq 7\}$  și  $B = \{n \in \mathbb{N} \mid n = 7 - m, m \in A\}$ ;  
 b)  $A = \{m \in \mathbb{N}^* \mid m < 6\}$  și  $B = \{n \in \mathbb{N} \mid n = 6 - m, m \in A\}$

**10.** Se consideră multimile  $E = \{ \overline{ab}, a \neq 0 \mid \overline{ab} : 15 \}$  și  $F = \{ \overline{cd}, c \neq 0 \mid \overline{cd} : 25 \}$ . Efectuați:

- a)  $E \cup F$ ;      b)  $E \cap F$ ;      c)  $E \setminus F$ ;      d)  $F \setminus E$ .

**11.** Se consideră mulțimile  $A = \{x \mid 173x8 < 17xx8\}$  și  $B = \{y \mid 51yy3 < 51y63\}$ . Arătați că  $B \subset A$ .

**12.** Scrieți submultimiile următoarelor multimi:

- a)  $E = \left\{ x \mid \overline{807x} : 4 \right\};$       b)  $F = \left\{ y \mid \overline{14y5} : 3 \right\}.$

**13.** Se consideră mulțimile  $A = \{ \overline{ab}, a \neq 0, a \neq b \mid \overline{ab} = 2k, k \in \mathbb{N}^* \}$  și  $B = \{ \overline{cd}, c \neq 0, c \neq d \mid \overline{cd} = 2k + 1, k \in \mathbb{N}^* \}$ . Determinați  $\text{card } A \times B$ .

**14.** Se consideră mulțimile  $C = \{n \in \mathbb{N} \mid 2^{n+4} < 8^3\}$  și  $D = \{n \in \mathbb{N} \mid 3^{n+1} < 9^2\}$ . Arătați că  $C = D$ .

**15.** Se consideră multimile  $E = \{\overline{ab}, a \neq 0 \mid (\overline{ab}; 60) = 15\}$  și  $F = \{\overline{cd}, c \neq 0 \mid (75; \overline{cd}) = 15\}$ . Efectuați:

- a)  $E \cup F$ ;      b)  $E \cap F$ ;      c)  $E \setminus F$ ;      d)  $F \setminus E$ .

**16.** Se consideră mulțimile  $A = \{ \overline{xy}, x \neq 0 \mid [\overline{xy}; 48] = 144 \}$  și  $B = \{ \overline{zt}, z \neq 0 \mid [60; \overline{zt}] = 180 \}$ . Efectuați:

- a)  $A \cup B$ ;      b)  $A \cap B$ ;      c)  $A \setminus B$ ;      d)  $B \setminus A$ .

**17.** Se consideră multimile  $A = \{n \in \mathbb{N} \mid 5^n < 2^{n+3}\}$  și  $B = \{n \in \mathbb{N} \mid 5^n < 3^{n+1}\}$ . Arătați că  $A = B$ .

**18.** Se consideră mulțimea  $A = \left\{ \frac{\overline{ab}}{\overline{ba}}, a \neq 0, b \neq 0 \mid \frac{\overline{ab}}{\overline{ba}} = \frac{4}{7} \right\}$ . Câte submulțimi are mulțimea  $A$ ?

mea  $A$ ?

### Exerciții și probleme de dificultate avansată

19. Se consideră mulțimile:

$$A = \left\{ \overline{ab}, a \neq 0, b \neq 0 \mid \overline{ab} = \frac{\overline{aa} + \overline{bb}}{2} \right\} \text{ și } B = \left\{ \overline{ab}, a \neq 0, b \neq 0 \mid \overline{ab} = \sqrt{\overline{aa} \cdot \overline{bb}} \right\}.$$

Arătați că  $A = B$ .

20. Determinați mulțimea  $A = \left\{ abcd \mid \sqrt{\overline{abcd}} + \sqrt{\overline{bcd}} + \sqrt{\overline{cd}} = 105, a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0 \right\}$ .

(I. Tudor, Gazeta Matematică nr. 7/2007)



### Ce notă merit? Test de evaluare stadală

Se acordă 1 punct din oficiu.

- (3p) 1. Enumerați elementele următoarelor mulțimi și precizați cardinalul acestora:  
a)  $A = \{m \in \mathbb{N} \mid m < 6\}$ ;      b)  $B = \{n \in \mathbb{Z} \mid n \leq 4\}$ .
- (3p) 2. Se consideră mulțimile  $E = \{x \mid \overline{71x} : 5\}$  și  $F = \{y \mid \overline{8y5} : 3\}$ . Efectuați:  
a)  $E \cup F$ ;    b)  $E \cap F$ ;    c)  $E \setminus F$ ;    d)  $F \setminus E$ ;    e)  $E \times F$ ;    f)  $F \times E$ .
- (3p) 3. Se consideră mulțimea  $A = \{n \mid 3^n < 2^{n+2}\}$ . Câte submulțimi are mulțimea  $A$ ?

## Lecția 2. Intervale numerice și reprezentarea lor pe axa numerelor



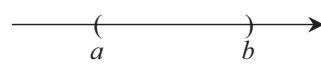
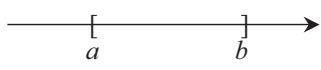
### Citesc și rețin

#### Definiții:

Fie  $a$  și  $b$  două numere reale, cu  $a < b$ . Definim:

- $[a; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$  (interval **închis** de extremități  $a$  și  $b$ );
- $(a; b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$  (interval **deschis** de extremități  $a$  și  $b$ );
- $(a; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$  (interval **deschis la stânga și închis la dreapta** de extremități  $a$  și  $b$ );
- $[a; b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$  (interval **închis la stânga și deschis la dreapta** de extremități  $a$  și  $b$ ).

Intervalele de tipul:  $[a; b]$ ,  $(a; b)$ ,  $(a; b]$ ,  $[a; b)$  se numesc **intervale mărginite** și au ca reprezentare geometrică un segment, ca în figurile următoare:



# GEOMETRIE

## Capitolul I

### ELEMENTE ALE GEOMETRIEI ÎN SPAȚIU

#### Lecția 1. Puncte, drepte, plane: convenții de notare, reprezentări, determinarea dreptei



#### Citesc și rețin

Elementele fundamentale ale geometriei în spațiu sunt: **punctul, dreapta, planul**.

**Punctul** este descris ca fiind urma lăsată de vârful unui creion ascuțit pe o coală de hârtie. Punctul se notează cu una dintre literele mari ale alfabetului:  $A, B, C, \dots$ .

**Dreapta** este descrisă ca fiind un fir de ață bine întins și nesfărșit la ambele capete. Dreapta se notează cu una dintre literele mici ale alfabetului:  $a, b, c, \dots$ .

**Planul** este descris ca fiind suprafața unei ape liniștite. Planul se notează cu una dintre literele grecești:  $\alpha$  (alfa),  $\beta$  (beta),  $\gamma$  (gama),  $\dots$ .

În continuare vom reprezenta, vom nota și vom citi un punct, o dreaptă și un plan.

$A$

Punctul  $A$



$d$

Dreapta  $d$



Planul  $\alpha$

**Observație:** Punctul, dreapta și planul sunt mulțimi de puncte.

Considerăm adevărate, de la început, următoarele **propoziții**:

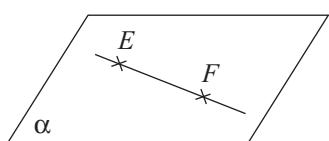
1. Prin două puncte distințe trece o dreaptă și numai una (două puncte distințe determină o dreaptă).



Dreapta determinată de punctele  $A$  și  $B$  se notează  $AB$  sau  $BA$ .

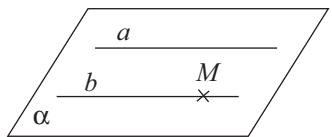
2. Dreapta  $d$  este inclusă în planul  $\alpha$  dacă orice punct al dreptei  $d$  aparține planului  $\alpha$ . Notăm  $d \subset \alpha$ .

3. Dacă două puncte distințe ale dreptei  $d$  aparțin planului  $\alpha$ , atunci dreapta  $d$  este inclusă în planul  $\alpha$ .



$$\left. \begin{array}{l} E \in \alpha \\ F \in \alpha \end{array} \right\} \Rightarrow EF \subset \alpha$$

4. Într-un plan, printr-un punct exterior unei drepte se poate construi o paralelă și numai una la dreapta respectivă.



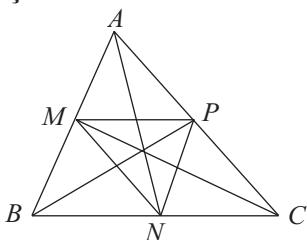
$$\left. \begin{array}{l} a \subset \alpha \\ M \in \alpha \\ b \parallel a \end{array} \right\} \Rightarrow b \subset \alpha$$



### Cum se aplică?

1. Dacă punctele  $A, B$  și  $C$  sunt vârfurile unui triunghi, iar  $M, N$  și  $P$  sunt mijloacele laturilor  $[AB]$ ,  $[BC]$ , respectiv  $[CA]$ , aflați numărul dreptelor determinate de cele șase puncte.

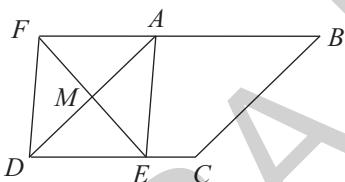
**Soluție:**



Cele 6 puncte determină 9 drepte:  $AB, BC, CA, MN, NP, PM, AN, BP, CM$ .

2. Se consideră paralelogramul  $ABCD$  și punctul  $E \in (CD)$ . Dacă notăm cu  $M$  mijlocul laturii  $[AD]$  și cu  $F$  simetricul punctului  $E$  față de  $M$ , arătați că punctele  $F, A$  și  $B$  sunt coliniare.

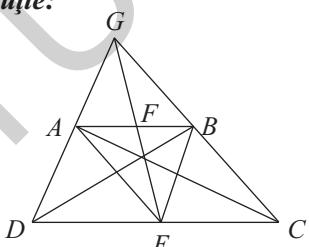
**Soluție:**



Deoarece  $[AM] \equiv [MD]$  și  $[EM] \equiv [MF]$ , rezultă că patrulaterul  $AEDF$  este paralelogram, deci  $AF \parallel CD$ , prin urmare dreptele  $AF$  și  $AB$  sunt identice, de unde rezultă că punctele  $F, A$  și  $B$  sunt coliniare.

3. În trapezul  $ABCD$ , notăm cu  $E$  și  $F$  mijloacele bazelor  $[CD]$ , respectiv  $[AB]$ . Dacă  $AD \cap BC = \{G\}$ , precizați numărul dreptelor determinate de punctele  $A, B, C, D, E, F$  și  $G$ .

**Soluție:**



Arătăm că punctele  $G, F$  și  $E$  sunt coliniare. Presupunem că  $GF \cap CD = \{E_1\}$ . Deoarece  $AB \parallel CD$ , aplicând teorema fundamentală a asemănării, rezultă că  $\frac{GF}{GE_1} = \frac{AF}{DE_1}$

și  $\frac{GF}{GE_1} = \frac{BF}{CE_1}$ , deci  $\frac{AF}{DE_1} = \frac{BF}{CE_1}$ , de unde deducem că  $[DE_1] \equiv [CE_1]$ , prin urmare  $E_1 = E$ , deci punctele  $G, F$  și  $E$  sunt coliniare. Punctele  $A, B, C, D, E, F$  și  $G$  determină 11 drepte:  $AB, BC, CD, DA, AC, BD, EF, AE, BE, CF$  și  $DF$ .



## Stiu să rezolv

### Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. În planul  $\alpha$  reprezentat în figura alăturată constru-iți punctele distințe  $E$  și  $F$  și dreapta determinată de acestea.



2. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții: Dreapta determinată de punctele  $E$  și  $F$  de la problema precedentă se notează:

a)  $EF$ ;

b)  $FE$ .

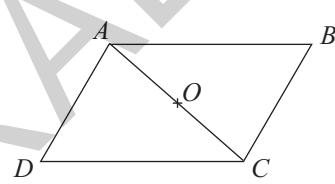
3. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

a) Printr-un punct trece o infinitate de drepte.



b) Prin două puncte distințe trece o singură dreaptă.

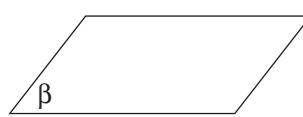
4. În paralelogramul  $ABCD$  reprezentat în figura alăturată am notat cu  $O$  mijlocul diagonalei  $[AC]$ . Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:



a) Dreptele  $BO$  și  $DO$  sunt distințe.

b) Dreptele  $BO$  și  $DO$  sunt identice.

5. În planul  $\beta$  reprezentat în figura alăturată desenați punctele distințe și necoliniare  $A$ ,  $B$  și  $C$  și dreptele determinate de acestea.



### Exerciții și probleme de dificultate medie

6. Desenați triunghiul  $DEF$  și punctul  $G \in (EF)$ . Precizați numărul dreptelor determinate de punctele  $D$ ,  $E$ ,  $F$  și  $G$ .

7. Desenați triunghiul  $MNP$  și punctul  $Q$  situat în interiorul acestuia. Precizați numărul dreptelor determinate de punctele  $M$ ,  $N$ ,  $P$  și  $Q$ .

8. Dacă punctele  $A$ ,  $B$  și  $C$ , respectiv  $B$ ,  $C$  și  $D$  sunt coliniare, arătați că  $A$ ,  $B$ ,  $C$  și  $D$  sunt patru puncte coliniare.

9. Dacă punctele  $A$ ,  $B$ ,  $C$  și  $D$  sunt vârfurile unui patrulater convex, stabiliți numărul dreptelor determinate de acestea.

10. Se consideră triunghiul  $MNP$  și punctele  $E \in (MN)$  și  $F \in (NP)$ . Numiți dreptele determinate de punctele  $M$ ,  $N$ ,  $P$ ,  $E$  și  $F$ .

11. În paralelogramul  $ABCD$ , notăm cu  $M$  mijlocul laturii  $[CD]$  și cu  $N$  simetricul punctului  $A$  față de  $M$ . Stabiliți numărul dreptelor determinate de punctele  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  și  $N$ .

12. Într-un plan se consideră cinci puncte, oricare trei dintre acestea fiind necoliniare. Stabiliți numărul dreptelor determinate de cele cinci puncte.

**13.** Într-un plan se consideră cinci puncte distințte.

- Aflați numărul minim de drepte determinate de cele cinci puncte.
- Aflați numărul maxim de drepte determinate de cele cinci puncte.

**14.** Se consideră dreptunghiul  $ABCD$ . Dacă notăm cu  $E$  și  $F$  simetricele punctului  $A$  față de dreptele  $BC$ , respectiv  $CD$ , arătați că punctele  $E$ ,  $C$  și  $F$  sunt coliniare.

**15.** În triunghiul  $ABC$  notăm cu  $M$  și  $N$  mijloacele laturilor  $[AB]$ , respectiv  $[AC]$ . Dacă  $E$  este simetricul punctului  $C$  față de  $M$ , iar  $F$  este simetricul punctului  $B$  față de  $N$ , stabiliți numărul dreptelor determinate de punctele  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $E$  și  $F$ .

### Exerciții și probleme de dificultate avansată

**16.** Se consideră triunghiul  $ABC$  cu  $m(\angle A) = 90^\circ$  și punctul  $D \in (BC)$ . Dacă notăm cu  $E$  și  $F$  simetricele punctului  $D$  față de dreptele  $AB$ , respectiv  $AC$ , stabiliți numărul dreptelor determinate de punctele  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $E$  și  $F$ .

**17.** Aflați numărul dreptelor determinate de  $n$  puncte distințte,  $n \geq 3$ , oricare trei dintre acestea fiind necoliniare.



### Ce notă merit?

### Test de evaluare stadală

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) **1.** Dacă punctele  $M$ ,  $N$  și  $P$  sunt coliniare, iar punctele  $M$ ,  $P$  și  $Q$  sunt necoliniare, arătați că punctele  $M$ ,  $N$  și  $Q$  sunt necoliniare.

(3p) **2.** Într-un plan se consideră patru puncte distințte.

- Aflați numărul minim de drepte determinate de cele patru puncte.
- Aflați numărul maxim de drepte determinate de cele patru puncte.

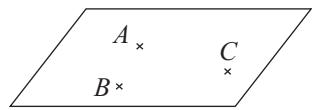
(3p) **3.** Se consideră paralelogramul  $ABCD$ . Dacă notăm cu  $E$  și  $F$  simetricele punctului  $A$  față de punctele  $B$ , respectiv  $D$ , arătați că punctele  $E$ ,  $C$  și  $F$  sunt coliniare.

## Lecția 2. Determinarea planului. Relații între puncte, drepte și plane



### Citesc și rețin

1. Trei puncte distințte și necoliniare determină un plan.



Planul determinat de punctele  $A$ ,  $B$  și  $C$  se notează  $(ABC)$ .

## Cuprins

TESTE DE EVALUARE INITIALĂ ..... 5

### ALGEBRĂ

#### CAPITOLUL I. INTERVALE DE NUMERE REALE. INECUAȚII ÎN $\mathbb{R}$

Lecția 1. Mulțimi definite printr-o proprietate a elementelor.....	8
Lecția 2. Intervale numerice și reprezentarea lor pe axa numerelor.....	11
Lecția 3. Operații cu intervale de numere reale.....	15
Lecția 4. Inecuații de forma $ax + b > 0$ ( $\geq, <, \leq$ ), $x, a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0$ .....	19
<i>Teste de evaluare sumativă</i> .....	25
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i> .....	27

#### CAPITOLUL II. CALCUL ALGEBRIC ÎN $\mathbb{R}$

Lecția 5. Numere reale reprezentate prin litere. Adunarea și scăderea numerelor reale reprezentate prin litere.....	29
Lecția 6. Înmulțirea numerelor reale reprezentate prin litere .....	34
Lecția 7. Împărțirea numerelor reale reprezentate prin litere .....	38
Lecția 8. Ridicarea la putere cu exponent natural a numerelor reale reprezentate prin litere .....	42
<i>Teste de evaluare sumativă</i> .....	44
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i> .....	46
Lecția 9. Formule de calcul prescurtat .....	48
Lecția 10. Descompunerea în factori.....	54
<i>Teste de evaluare sumativă</i> .....	58
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i> .....	59
<i>Probleme din realitatea cotidiană</i> .....	61
Lecția 11. Fracții algebrice.....	63
Lecția 12. Amplificarea fracțiilor algebrice .....	66
Lecția 13. Simplificarea fracțiilor algebrice.....	70
<i>Teste de evaluare sumativă</i> .....	74
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i> .....	75

### GEOMETRIE

#### CAPITOLUL I. ELEMENTE ALE GEOMETRIEI ÎN SPAȚIU

Lecția 1. Puncte, drepte, plane: convenții de notare, reprezentări, determinarea dreptei .....	77
Lecția 2. Determinarea planului. Relații între puncte, drepte și plane.....	80
Lecția 3. Tetraedrul și piramida .....	84
Lecția 4. Prisma.....	89
Lecția 5. Cilindrul circular drept. Conul circular drept .....	95
<i>Teste de evaluare sumativă</i> .....	101
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i> .....	102
Lecția 6. Pozițiile relative a două drepte în spațiu. Drepte paralele .....	104
Lecția 7. Unghiul a două drepte în spațiu.....	107
Lecția 8. Pozițiile relative ale unei drepte față de un plan. Dreaptă paralelă cu un plan .....	112
Lecția 9. Dreaptă perpendiculară pe un plan. Distanța de la un punct la un plan.....	116
Lecția 10. Înălțimea piramidei. Apotema piramidei.....	121
Lecția 11. Înălțimea conului circular drept .....	126

<i>Teste de evaluare sumativă .....</i>	130
<i>Fișă pentru portofoliul elevului.....</i>	132
Lecția 12. Pozițiile relative a două plane. Plane paralele .....	134
Lecția 13. Distanța dintre două plane paralele. Înălțimea prismei. Înălțimea cilindrului circular drept .....	138
Lecția 14. Secțiuni paralele cu baza în corpurile geometrice studiate.....	143
Lecția 15. Trunchiul de piramidă regulată .....	147
Lecția 16. Trunchiul de con circular drept .....	152
<i>Teste de evaluare sumativă .....</i>	157
<i>Fișă pentru portofoliul elevului.....</i>	159
<i>Probleme din realitatea cotidiană.....</i>	161
<b>MODELE DE TEZE PENTRU SEMESTRUL I .....</b>	<b>165</b>
<b>MODELE DE TESTE PENTRU EVALUAREA NAȚIONALĂ .....</b>	<b>168</b>
<b>INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI.....</b>	<b>176</b>