

Nume:
Prenume:
Clasă:
Școală:
.....



EDITURA PARALELA45

Acest auxiliar didactic este aprobat pentru utilizarea în unitățile de învățământ preuniversitar prin O.M.E.N. nr. 3530/04.04.2018.

Lucrarea este elaborată în conformitate cu Programă școlară în vigoare pentru clasa a VI-a, aprobată prin O.M.E.N. nr. 3393/28.02.2017.

Referință științifică: Lucrarea a fost definitivată prin contribuția și recomandările Comisiei științifice și metodice a publicațiilor Societății de Științe Matematice din România. Aceasta și-a dat avizul favorabil în ceea ce privește alcătuirea și conținutul matematic.

Redactare: Daniel Mitran

Tehnoredactare: Iuliana Ene

Pregătire de tipar: Marius Badea

Design copertă: Mirona Pintilie

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României
TUDOR, ION

Matematică : algebră, geometrie : modalități de lucru diferențiate, pregătire suplimentară prin planuri individualizate : caiet de lucru : 6 /

Ion Tudor. - Ed. a 4-a, rev.. - Pitești : Paralela 45, 2020-

2 vol.

ISBN 978-973-47-3232-6

Partea 1. - 2020. - ISBN 978-973-47-3233-3

51

Copyright © Editura Paralela 45, 2020

Prezenta lucrare folosește denumiri ce constituie mărci înregistrate,

iar conținutul este protejat de legislația privind dreptul de proprietate intelectuală.

www.edituraparelela45.ro

Ion TUDOR

matematică

algebră, geometrie

- Modalități de lucru diferențiate
- Pregătire suplimentară prin planuri individualizate

Caiet de lucru

Partea I

6

Ediția a IV-a,
revizuită



Editura Paralela 45

Stimate cadre didactice/dragi elevi,

Vă mulțumim că și în acest an școlar ați ales să utilizați auxiliarele din colecția **Mate 2000+**!

Mate 2000+ este cea mai longevivă colecție din domeniul educațional la nivel național și, pentru multe generații de elevi, astăzi părinți, reprezintă sinonimul reușitei în carieră și de ce nu, în viață. Concepută și gândită de un colectiv de specialiști în domeniul educației ca un produs unic pe piața editorială din România, **MATE 2000+** a reușit să se impună, fiind în acest moment lider pe piața auxiliarelor școlare dedicate matematicii.

Tehnologia a evoluat, vremurile s-au schimbat, iar toate acestea ne fac să credem că și modul de abordare a predării se va schimba treptat. Fideli dezideratului de a oferi elevilor informații de un real folos, avem deosebită plăcere de a vă prezenta **Aplicația MATE 2000+**. Creată într-un mod intuitiv, disponibilă atât în Apple Store, cât și în Play Store, cu secțiuni dedicate elevilor și profesorilor, aplicația îmbogățește partea teoretică din auxiliarele noastre.

Rolul aplicației MATE 2000+ este de a oferi elevilor posibilitatea de a urmări într-un mod sistematizat conținuturile esențiale din programă, iar pentru profesori reprezintă un sprijin important pentru organizarea eficientă a lecțiilor, atât la clasă, cât și în sistem online.

Pentru a accesa aplicația urmați indicațiile din insertul auxiliarului pe care tocmai l-ați achiziționat.

Vă dorim o experiență de utilizare excelentă!
Echipa Editurii Paralela 45

Scanează codul QR pentru a accesa aplicația MATE 2000+



ALGEBRĂ

Capitolul I

MULȚIMI. MULȚIMEA NUMERELOR NATURALE

Lecția 1. Descriere, notații, reprezentări; mulțimi numerice, mulțimi nenumerice; relația dintre un element și o mulțime



Citesc și rețin

Mulțimea este o colecție de obiecte de aceeași natură sau diferite, având **aceeași** proprietate. Obiectele din mulțime se numesc **elementele mulțimii**.

Mulțimile se notează cu **litere mari**, iar elementele mulțimilor se notează cu **litere mici**, cifre, numere etc.

Elementele unei mulțimi se scriu între paranteze acolade, despărțite prin virgulă, într-o ordine oarecare.

Într-o mulțime un element este scris **o singură dată**.

Dacă A este o mulțime și a , un element al său, atunci notăm $a \in A$ și citim „elementul a **aparține** mulțimii A ”.

Dacă a nu este un element al mulțimii A , atunci notăm $a \notin A$ și citim „elementul a **nu aparține** mulțimii A ”.

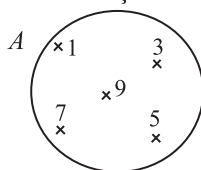
O mulțime poate fi reprezentată în mai multe moduri:

1. prin enumerarea fiecărui element al mulțimii scris între paranteze acolade;

Exemplu: $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$. Citim: „Mulțimea A este formată din elementele 1, 3, 5, 7 și 9”.

2. prin enumerarea tuturor elementelor mulțimii scrise în interiorul unei linii curbe închise numite diagramă;

Exemplu:



3. enunțând o proprietate caracteristică a elementelor mulțimii.

Exemplu: $A = \{x \mid x \text{ este cifră impară}\}$. Citim: „Mulțimea A este formată din elementele x cu proprietatea că x este cifră impară”.



Cum se aplică?

1. Scrieți mulțimea divizorilor numărului natural 20, notând-o cu litera A .

Soluție:

Mulțimea divizorilor numărului natural 20 este: $A = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$.

2. Se consideră mulțimea $E = \{x \text{ este număr natural} \mid 2^x < 32\}$. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

- a) $0 \in E$; b) $5 \in E$; c) $2 \notin E$; d) $4 \in E$.

Soluție:

Mai întâi, vom enumera elementele mulțimii E . $2^x < 32$, sau $2^x < 2^5$, deci $x < 5$, prin urmare $E = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ de unde rezultă valoarea de adevăr a propozițiilor: a) A; b) F; c) F; d) A.

3. Enumerați elementele mulțimii $A = \left\{ \overline{xyz} \mid x = \frac{y+z}{4}, 0 < y < z \right\}$.

Soluție:

Dacă $x = 1$, atunci $y = 1$ și $z = 3$, dacă $x = 2$, atunci $y = 1$ și $y = 7$ sau $y = 2$ și $z = 6$ sau $y = 3$ și $z = 5$; dacă $x = 3$, atunci $y = 3$ și $z = 9$ sau $y = 4$ și $z = 8$ sau $y = 5$ și $z = 7$; dacă $x = 4$, atunci $y = 7$ și $z = 9$; pentru $x > 4$ nu avem soluții. Prin urmare, mulțimea se scrie $A = \{113, 217, 226, 235, 339, 348, 357, 479\}$.



Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Stabiliți care dintre următoarele propoziții reprezintă o mulțime și completați caseta cu răspunsul corespunzător „Da” sau „Nu”. Justificați răspunsul.

- a) $A = \{1, 2, 3, 1\}$; b) $B = \{a, b, c, d\}$; c) $C = \{l, m, n, P\}$;
 d) $D = [f, g, h, i]$; e) $e = \{1, 3, 5, 7\}$; f) $F = \{1, 7, 8, 9\}$.

2. Citiți următoarele mulțimi:

- a) $A = \{d, e, f, g, h\}$; b) $B = \{4, 5, 6, 7, 9\}$;
 c) $C = \{x \text{ este număr natural} \mid 1 < x \leq 7\}$; d) $D = \{x \text{ este număr natural par} \mid x > 5\}$.

3. Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect. Mulțimea $A = \{a, b, c, d, f\}$ este reprezentată prin:

- A. enumerarea fiecărui element;
 B. enunțarea unei proprietăți caracteristice a elementelor.

4. Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect. Mulțimea $E = \{x \text{ este număr natural} \mid x < 4\}$ este reprezentată prin:

- A. enumerarea fiecărui element;
 B. enunțarea unei proprietăți caracteristice a elementelor.

5. Reprezentați fiecare dintre următoarele mulțimi printr-o diagramă:

- a) $A = \{m, n, o, p, t\}$; b) $B = \{7, 9, 11, 13\}$.

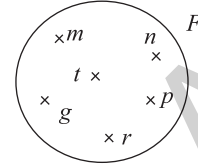
a)																			

14. Se consideră mulțimea $D = \{1, 3, 5, 8, 9\}$. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

- a) $1 \in D$; b) $3 \in D$; c) $5 \notin D$; d) $7 \notin D$;
 e) $9 \in D$; f) $2 \notin D$; g) $8 \notin D$; h) $5 \in D$.

15. Folosind diagrama alăturată completați caseta cu simbolul corespunzător „ \in ” sau „ \notin ”.

- a) l F ; b) g F ; c) r F ;
 d) t F ; e) h F ; f) m F .



Exerciții și probleme de dificultate medie

16. Enumerați elementele mulțimii $E = \{\overline{ab} \mid \overline{ab}$ este număr prim și \overline{ba} este număr prim, $a \neq 0, b \neq 0\}$.

17. Scrieți mulțimea $E = \{142, 412, 124, 214, 118\}$ folosind o proprietate a elementelor.

18. Scrieți mulțimea $A = \{401, 221, 311, 131, 113, 203\}$ folosind o proprietate a elementelor.

19. Enumerați elementele mulțimilor:

- a) $A = \{\overline{xyz} \mid x \cdot z = y^2, x > z > 0\}$; b) $B = \{\overline{xyz} \mid x \cdot z = y^3, x \geq z > 0\}$.

20. Se consideră mulțimea $M = \{\overline{ab} \mid \overline{ab} = 4n + 3$, unde n este număr natural, $a \neq 0\}$. Arătați că:

- a) $31 \in M$; b) $47 \in M$; c) $63 \in M$; d) $75 \in M$.

21. Se consideră mulțimea $E = \{\overline{xyz} \mid \overline{xyz} = 10n + 9$, unde n este număr natural, $x \neq 0\}$.

- a) Determinați cel mai mic element al mulțimii E .
 b) Determinați cel mai mare element al mulțimii E .

22. Enumerați elementele mulțimii:

- a) $A = \{a \mid a \text{ este cifră și } \overline{173a8} < \overline{17aa8}\}$; b) $B = \{a \mid a \text{ este cifră și } \overline{51aa3} \geq \overline{51a63}\}$.

23. Enumerați elementele mulțimii:

- a) $D = \{n \mid n \in \mathbb{N} \text{ și } 3^{n+1} \leq 9^4\}$; b) $E = \{n \mid n \in \mathbb{N} \text{ și } 2^{n+4} < 8^3\}$.

24. Enumerați elementele mulțimii $E = \{\overline{ab} \mid \overline{ab}$ este număr prim, $a \neq 0$ și $u(\overline{ab}^2) = b\}$.

25. Se consideră mulțimea $E = \{a \text{ este număr natural} \mid a < 4\}$. Determinați mulțimile:

- a) $A = \{x \mid x = 3a, a \in E\}$; b) $B = \{y \mid y = a^2, a \in E\}$;
 c) $C = \{z \mid z = 2a + 1, a \in E\}$; d) $D = \{t \mid t = a^3 + 2, a \in E\}$.

26. Se consideră mulțimea $A = \{0, 1, 2, \dots, n\}$, $n \geq 3$. Dacă a și b sunt două elemente de aceeași paritate ale mulțimii A , arătați că $\frac{a+b}{2}$ este element al mulțimii A .

27. Se consideră mulțimile $A_1 = \{1\}$, $A_2 = \{2, 3\}$, $A_3 = \{4, 5, 6\}$ etc. Enumerați elementele mulțimilor:

- a) A_{10} ; b) A_{20} ; c) A_{30} .

Capitolul II

RAPOARTE. PROPORȚII

Lecția 10. Rapoarte



Citesc și rețin

Definiție: Raportul numerelor raționale pozitive a și b este câtul $a : b$, notat $\frac{a}{b}$.

Numererele a și b se numesc **termenii raportului**.

Exemplu: Raportul numerelor 8 și 5 este $\frac{8}{5}$.

Definiție: Valoarea raportului $\frac{a}{b}$ este câtul împărțirii $a : b$.

Exemplu: Valoarea raportului $\frac{8}{5}$ este egală cu $8 : 5 = 1,6$.

Rapoarte utilizate în practică

Raport procentual

Un raport de forma $\frac{p}{100}$, $p \in \mathbb{Q}_+$, notat $p\%$, se numește **raport procentual** ($p\%$ se citește „ p la sută”).

Exemplu: $23\% = \frac{23}{100}$.

Scara unei hărți

Scara unei hărți, notată cu S , este raportul dintre distanța dintre două puncte de pe hartă și distanța dintre cele două puncte pe teren.

Exemplu: Fie A și B două localități situate la distanța de 10 km. Dacă pe hartă distanța AB este de 1 cm, determinați scara hărții.

$$S = \frac{1 \text{ cm}}{10 \text{ km}} = \frac{0,01 \text{ m}}{10000 \text{ m}} = \frac{1}{1000000}$$

Concentrația unei soluții

Concentrația unei soluții, notată cu C , este raportul dintre masa substanței care se dizolvă și masa soluției.

Exemplu: Într-un vas se află o soluție de sare cu apă. Dacă masa soluției este de 300 g, iar cea a sării este de 6 g, aflați concentrația soluției.

$$C = \frac{6 \text{ g}}{300 \text{ g}} = \frac{2}{100} = 2\%$$

Titlul unui aliaj

Titlul unui aliaj, notat cu T , este raportul dintre masa metalului prețios și masa aliajului.

Exemplu: Un aliaj de argint și aluminiu conține 16 g argint și 184 g aluminiu. Aflați titlul aliajului.

$$T = \frac{16 \text{ g}}{16 \text{ g} + 184 \text{ g}} = \frac{16 \text{ g}}{200 \text{ g}} = \frac{8}{100} = 8\%$$

15. Distanța dintre orașele Cluj și Arad este de 270 km, iar pe hartă, distanța dintre cele două orașe este egală cu 27 cm. Aflați scara la care este realizată harta respectivă.

16. Într-un vas se află o soluție de sare cu apă. Știind că masa soluției este egală cu 240 g și conține 60 g de sare, calculați concentrația soluției.

17. Într-o cantitate de 500 g apă, Maria dizolvă 125 g zahăr. Calculați concentrația soluției preparate de Maria.

18. Un aliaj de argint și aluminiu conține 16 g argint și 184 g aluminiu. Calculați titlul aliajului.

Exerciții și probleme de dificultate avansată

19. Se consideră numerele $a = 3^n + 3^{n+1}$ și $b = 2^n + 2^{n+3}$, unde $n \in \mathbb{N}$. Dacă $\frac{a}{b} = 2,25$, determinați numărul natural n .

20. Se consideră numerele $a = 1 + 2 + 3 + \dots + 48$ și $b = 49 + 50 + 51 + \dots + 98$. Rotunjiți la prima zecimală valoarea raportului numerelor naturale a și b .



Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) 1. Scrieți raportul numerelor naturale:

a) 11 și 24;

b) 36 și 27.

(3p) 2. Calculați valoarea următoarelor rapoarte:

a) $\frac{9}{4}$;

b) $\frac{5}{3}$.

(3p) 3. Rotunjiți la a doua zecimală valoarea raportului numerelor naturale (28; 42) și [28; 42].

Lecția 11. Proporții.

Proprietatea fundamentală a proporțiilor



Citesc și rețin

Definiție: Egalitatea a două rapoarte se numește **proporție**.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \text{ unde } b \neq 0 \text{ și } d \neq 0, \text{ este o proporție.}$$

Fiind dată proporția $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, numerele a , b , c și d se numesc **termenii proporției**.

Termenii a și d se numesc **extremi**, iar termenii b și c se numesc **mezi**.

Cuprins

TESTE DE EVALUARE INIȚIALĂ	5
----------------------------------	---

ALGEBRĂ

CAPITOLUL I. MULȚIMI. MULȚIMEA NUMERELOR NATURALE

Lecția 1. Descriere, notații, reprezentări; mulțimi numerice, mulțimi nenumerice; relația dintre un element și o mulțime	8
Lecția 2. Relații între mulțimi	12
Lecția 3. Mulțimi finite, cardinalul unei mulțimi finite, mulțimi infinite, mulțimea numerelor naturale	16
Lecția 4. Operații cu mulțimi	19
<i>Teste de evaluare sumativă</i>	23
Lecția 5. Descompunerea numerelor naturale în produs de puteri de numere prime	24
Lecția 6. Cel mai mare divizor comun a două sau mai multor numere naturale	27
Lecția 7. Numere naturale prime între ele	30
Lecția 8. Cel mai mic multiplu comun a două sau mai multor numere naturale	33
Lecția 9. Proprietăți ale relației de divizibilitate în \mathbb{N}	36
<i>Teste de evaluare sumativă</i>	39
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	40
<i>Model de test pentru Evaluarea Națională</i>	42

CAPITOLUL II. RAPOARTE. PROPORȚII

Lecția 10. Rapoarte	44
Lecția 11. Proporții. Proprietatea fundamentală a proporțiilor	47
Lecția 12. Determinarea unui termen necunoscut dintr-o proporție	51
Lecția 13. Proporții derivate cu aceiași termeni. Proporții derivate cu alți termeni	55
Lecția 14. Șir de rapoarte egale	59
Lecția 15. Procente	62
<i>Teste de evaluare sumativă</i>	66
Lecția 16. Mărimi direct proporționale	67
Lecția 17. Mărimi invers proporționale	71
Lecția 18. Regula de trei simplă	75
Lecția 19. Elemente de organizare a datelor	78
Lecția 20. Probabilități	84
<i>Teste de evaluare sumativă</i>	87
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	89
<i>Model de test pentru Evaluarea Națională</i>	91

GEOMETRIE

CAPITOLUL I. NOȚIUNI GEOMETRICE FUNDAMENTALE

Lecția 1. Unghiuri adiacente	93
Lecția 2. Bisectoarea unui unghi. Construcția bisectoarei unui unghi	97
Lecția 3. Unghiuri complementare, unghiuri suplimentare	100
Lecția 4. Unghiuri opuse la vârf	103
Lecția 5. Unghiuri în jurul unui punct	106
<i>Teste de evaluare sumativă</i>	110

Lecția 6. Unghiuri formate de două drepte cu o secantă	111
Lecția 7. Drepte paralele	114
Lecția 8. Unghiuri formate de două drepte paralele cu o secantă.....	118
<i>Teste de evaluare sumativă</i>	122
Lecția 9. Drepte perpendiculare în plan. Oblice.....	124
Lecția 10. Distanța de la un punct la o dreaptă	128
Lecția 11. Mediatoarea unui segment. Construcția mediatoarei unui segment	131
Lecția 12. Simetria față de o dreaptă.....	135
<i>Teste de evaluare sumativă</i>	138
Lecția 13. Cercul	140
Lecția 14. Pozițiile relative ale unei drepte față de un cerc.....	144
Lecția 15. Pozițiile relative a două cercuri	148
<i>Teste de evaluare sumativă</i>	151
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	153
<i>Model de test pentru Evaluarea Națională</i>	155
MODELE DE TEZE PENTRU SEMESTRUL I	157
INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI	159