

Prefață

Matematica ne permite să înțelegem mai profund lumea din jurul nostru. Spre exemplu, forma de spirală cu care natura ne încântă deseori (la cochiliile unor melci, în distribuția frunzelor de aloe-vera sau a semințelor de floarea soarelui etc.) poate fi explicată matematic prin modul de formare a celebrului șir de numere al lui Fibonacci: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ... În acest spirit, programa de matematică pentru clasa a VII-a invită la realizarea permanentă de conexiuni relevante între conceptele matematice și concretul vieții cotidiene, precum și între algebră și geometrie.

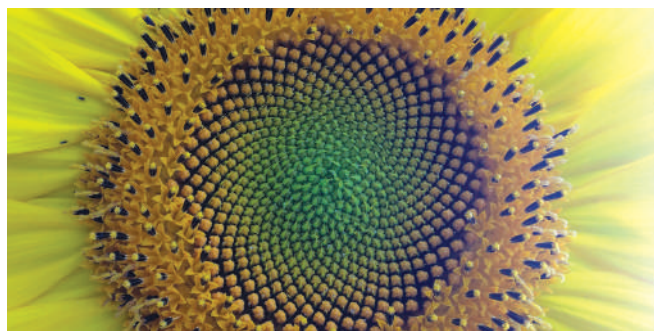
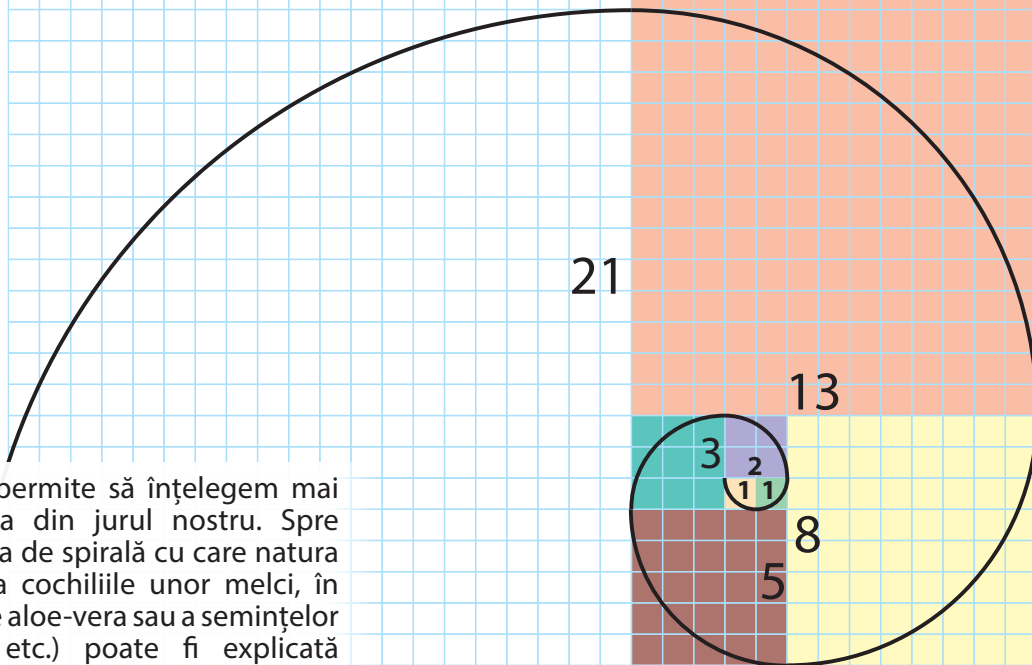
Folosind acest manual, elevul se va convinge că matematica este utilă: ea explică structura multor fenomene din lumea noastră și oferă modele generale care permit rezolvarea unor probleme practice. Manualul surprinde prin bogăția de imagini și prin modul de comunicare. Elevul este tratat ca un partener de dialog, căruia îi place să înțeleagă noțiunile matematice și să se joace în același timp. Toate temele prevăzute de programa școlară sunt prezentate și exemplificate în mod corespunzător, cu atenția concentrată spre formarea și dezvoltarea competențelor generale și specifice.

Concepția de ansamblu a manualului și realizarea grafică sunt deosebite. Unitățile de învățare au o structură unitară, dar în același timp originală. Se pune accentul pe latura practică a tematicii prezentate și pe stimularea interesului elevilor. Modul de formulare a enunțurilor este adecvat; problemele rezolvate sunt redactate îngrijit, iar aplicațiile (organizate la fiecare lecție pe patru grade de dificultate) sunt semnificative și variate.

Profesorii de matematică vor găsi în acest manual resurse bogate pentru organizarea lecțiilor.

Desigur, cei mai buni judecători ai manualului vor fi elevii!

Conf. univ. dr. Eugen Păltănea



Cum lucrezi cu manualul?

Manualul este împărțit în nouă unități de învățare. Fiecare unitate cuprinde: un proiect – de realizat pe parcursul unității, exerciții de antrenament – pentru a-ți reaminti elemente de bază necesare în noua unitate, teste de evaluare inițială, lecții urmate de exerciții și probleme – pentru a aprofunda cele învățate, probleme recapitulative, probe de autoevaluare, sinteze și teste de evaluare finală.

Pagina de început a unei unități de învățare conține: titlul unității, descrierea unui proiect și indicații pentru realizarea acestuia și exerciții de antrenament inițial.

Unitatea de învățare 3: Mulțimea numerelor reale **Etapile proiectului**

Proiect: Spirala radicalilor

Plan de lucru

Realizarea proiectului

Interacțiune

Exersăm și recapitulăm!

Prezentare

1. Fie mulțimile: $A = \{-5, -4, -2, -1, 0, 1, 3\}$ și $B = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$. Determină:
a) $A \cup B$; b) $A \cap B$; c) $A \setminus B$; d) $B \setminus A$.

2. Compară numerele: -4 și -1 ; -1 și 0 ; 0 și 5 ;
 -2 și 3 ; 5 și 7 ; 15 și -15 ; $|-7|$ și 7 ; $|-4|$ și 3 .

3. Calculează:
a) $(+50) + (+15)$; $(+32) - (-12)$
b) $(-27) - (-13)$; $(+5) - (-26)$; $15 - 60$.

4. Folosind proprietățile adunării, efectuează:
a) $31 - 84 + 69 - 31$; b) $180 - 9 - 6 - 7 + 15$;
c) $-17 - 83 + 17 + 83$; d) $(37 + 58) - 58$.

5. Efectuează:
a) $(+5) + (+11)$; $(-10) - (-7)$; $(+12) - (-4)$
b) $15 \cdot 4$; $-12 \cdot 5$; $13 \cdot (-3)$; $(-15) \cdot (-20)$.

6. Folosind proprietățile înmulțirii, calculează:
a) $(40) \cdot (-75)$; (-5) ; b) $(-573) \cdot (+701) \cdot 0$;
c) $(-8) \cdot (+202) \cdot (-5)$; d) $(-5) \cdot (-1 + 44) - 5$.

7. Efectuează:
a) $(-3) \cdot 3 \cdot (-3)$; b) $(-5) \cdot 5 \cdot 5$
c) $(-6)^2 \cdot 6^2 \cdot (-6)$; d) $(-11)^2 \cdot (-11)^2 \cdot 11$.

8. Calculează:
a) $8 \cdot (-4) + 5$; $(-7) \cdot 2 - 30$; $-9 + 10 \cdot (-5)$;
b) $(1 \cdot 2 + 2 \cdot 3) - 22$; $(75 : 25 - 39) \cdot (-6)$.

9. Efectuează:
a) $(-5)^2 - 2 + 10 \cdot (5 - 2 \cdot 3^2)$;
b) $[(-7)^2 + 8 \cdot (-2)^2] \cdot (-3)^2$;
c) $[1 - 2 + 5 \cdot (-5)] \cdot (-2)^2 \cdot 4$.

Situația-problemă este ancorată în realitate și generează o întrebare la care vom răspunde în lecție.

Lecția 8 **Criterii de asemănare a triunghiurilor: criteriul unghi – unghi (U.U.)** **Obiectivul lecției**

O situație-problemă

Vrem să știm!

Teoremă

Rezolvăm situația problemă!

Exprimare orală

Problemă rezolvată

Exprimare orală

Gândim critic și constructiv!

calculeze înălțimea unui copac. El a citit că ar putea face acest lucru într-o zi însorită, cu ajutorul unui băț de lemn: trebuie să măsoare umbra copacului și umbra bățului și să utilizeze cumva aceste date.

Dacă $\sphericalangle A = \sphericalangle A'$ și $\sphericalangle B = \sphericalangle B'$, atunci

Dacă două unghiuri ale unui triunghi sunt respectiv congruente cu două unghiuri ale unui alt triunghi, atunci cele două triunghiuri sunt asemenea.

De ce crezi că este nevoie de numai două elemente pentru acest criteriu de asemănare, în timp ce la cealaltă nevoie de 3 elemente (laturi și/sau unghiuri)?

Umbrile diverselor obiecte, într-o zi însorită, se datorează razelor Soarelui. Putem considera razele de Soare ca pe niște drepte paralele: ca urmare, în triunghiurile dreptunghice POM și BAT (formate de copacul PO și umbra sa OM , respectiv de bățul BA și umbra sa AT), unghiurile $\sphericalangle PMO$ și $\sphericalangle BTA$ sunt congruente. Deducem că $\triangle POM \sim \triangle BAT$ (cazul U.U.), deci

$$\frac{4,8}{0,6} = \frac{h}{1}$$

... și găsim înălțimea h a copacului.

Exprimare orală ... și găsim înălțimea h a copacului.

Observa notațiile din figura de mai sus și arată că AB este medie geometrică între AD și BC .

Rezolvare:
 $\triangle ABD \sim \triangle BCA$ (cazul U.U.); ca urmare: $\frac{AB}{BC} = \frac{AD}{AB} = \frac{BD}{AC}$.

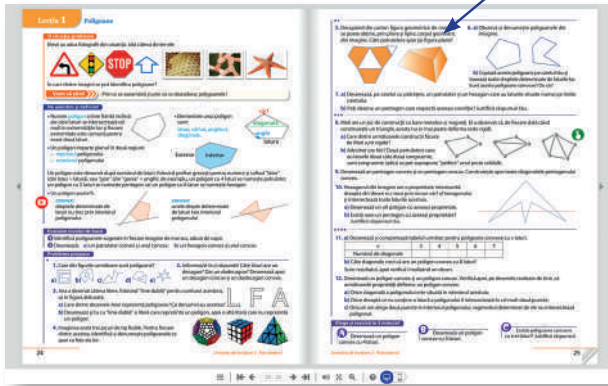
Considerăm doar primele două rapoarte și obținem:
 $AB^2 = AD \cdot BC$ sau $AB = \sqrt{AD \cdot BC}$.

Exprimare orală ... și găsim înălțimea h a copacului.

Prieteni tăi din manual îți vor sări în ajutor ori de câte ori vei întâmpina dificultăți!

Lecția cuprinde: situație-problemă rezultată din obiectivul lecției, definiții/enunțuri/demonstrații, rezolvarea situației-problemă, elemente de gândire critică și exprimare orală, precum și probleme rezolvate, sau chiar rezolvări comparative.





Activitățile multimedia din varianta electronică a manualului sunt marcate astfel:

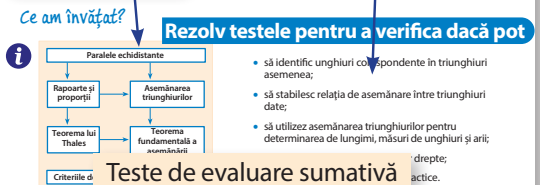
- activitate statică
- activitate dinamică (animată)
- activitate interactivă

Pe parcursul fiecărei Unități de învățare, **evaluarea** se realizează prin:

- ✓ Teste inițiale – verifică gradul de cunoaștere a unor concepte și rezultate anterioare, necesare pentru fixarea noilor cunoștințe;
- ✓ Probe de evaluare a nivelului de bază – sunt prezente la fiecare lecție, pentru a asigura fixarea noțiunilor învățate;
- ✓ Teste de (auto-) evaluare formativă – sunt prezente în fiecare lecție, sub titlul "Alege și rezolvă în 5 minute!" și conțin 3 probleme de niveluri diferite de dificultate;
- ✓ Probe de autoevaluare – situate la finalul fiecărei unități, permit alegerea nivelului de dificultate și oferă posibilitatea verificării personale înainte de test;
- ✓ Teste de evaluare sumativă – verifică gradul de formare/ dezvoltare a competențelor vizate în cadrul unității de învățare.

Sinteză/ hartă conceptuală

Competențele vizate



TESTUL 1

1. Alege răspunsul corect! $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ este congruent cu:
 - A) $\triangle CD$;
 - B) $\triangle E$;
 - C) $\triangle F$;
 - D) $\triangle B$.

TESTUL 2

1. Alege răspunsul corect! În figurile alăturate, $\triangle ABC$ este congruent cu:
 - A) $\triangle ACB$; B) $\triangle DEF$;
 - C) $\triangle EDF$; D) $\triangle FED$.

Rezolvări comparative

Care dintre cei trei elevi a rezolvat corect ecuația $\frac{4x+7}{2} = 5$?

Rezolvarea lui Tic: $\frac{4x+7}{2} = 5 \Rightarrow 4x+7 = 10 \Rightarrow 4x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{4}$

Rezolvarea lui Anel: $\frac{4x+7}{2} = 5 \Rightarrow 4x+7 = 10 \Rightarrow 4x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{4}$

Rezolvarea lui... $\frac{4x+7}{2} = 5 \Rightarrow 4x+7 = 10 \Rightarrow 4x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{4}$

Exprimare orală

... care nu au rezolvat corect ecuația.

Rezolvări comparative

Probleme propuse

1. Ecuațiile de mai jos sunt de forma $ax + b = 0$, unde necunoscuta x a fost notată cu alte litere. Transcrie și completează tabelul, după model.
2. Stabilește dacă următoarele ecuații sunt echivalente și justifică răspunsul:
3. Rezolvă în mulțimea \mathbb{R} ecuațiile:
4. Care dintre elementele mulțimii $\{0, 2, -\sqrt{3}, 5\}$ este soluție a ecuației $\sqrt{3}(x - \sqrt{12}) = \sqrt{3}x - 6$?
5. Se consideră ecuațiile $\frac{2x-7}{2} = 3x-10,5$ și $\sqrt{15}x - 5\sqrt{3} = 0$. Verifică faptul că numărul $\sqrt{5}$ este soluție comună a celor două ecuații.
6. Rezolvă ecuația $x\sqrt{3} + 2 = 8$ și efectuează proba pentru a verifica soluția obținută.
7. La ora 12, două automobile pleacă unul spre celălalt, unul de la borma kilometră 20, celălalt de la borma kilometră 60. Fiecare automobil merge cu aceeași viteză.
8. Rezolvă în mulțimea \mathbb{R} ecuațiile:
9. Rezolvă ecuațiile:
10. Determină:
11. Determină mulțimea soluțiilor ecuației $3x - 2n = n - mx$, știind că m și n sunt numere naturale.
12. Rezolvă în mulțimea \mathbb{R} ecuația $1 = \sqrt{2} - \sqrt{2} - \sqrt{3} - \sqrt{3} - \dots + \sqrt{99} - \sqrt{100}$.

Probleme propuse, cu grade diferite de dificultate

Alege și rezolvă în 5 minute!

- A) Verifică dacă $\sqrt{2}$ este soluție a ecuației $7x - 6\sqrt{2} = \sqrt{2}$.
- B) Rezolvă ecuația $\sqrt{3}x + \sqrt{75} = \sqrt{147}$.
- C) Determină a astfel încât $\sqrt{7}$ să fie soluție a ecuației $ax - \sqrt{45} = \sqrt{245}$.

Pagina de final a fiecărei Unități de învățare conține o sinteză asupra a ceea ce ai învățat de-a lungul unității și două teste de evaluare, ce verifică gradul de formare a competențelor.

Mult succes!

Cuprins

Unitatea 1: Numere și operații aritmetice	8
Proiect: <i>Algebră și geometrie pe rețeaua cu pătrățele</i> . Test inițial	8
Numere naturale; numere raționale; descompuneri	10
Ordinea efectuării operațiilor cu numere raționale. Operații inverse	12
Rădăcina pătrată dintr-un număr pătrat perfect	14
Estimarea rădăcinii pătrate dintr-un număr	16
Recapitulăm prin probleme. Test final	18
Unitatea de învățare 2: Patrulaterul	22
Proiect: <i>Paralelism și covorașe</i> . Test inițial	22
Poligoane. Patrulaterul convex	24
Suma măsurilor unghiurilor unui patrulater convex	26
Paralelogramul. Definiție și proprietăți	28
Condiții ca un patrulater să fie paralelogram	32
Paralelograme particulare: dreptunghi, romb, pătrat; proprietățile lor	36
Trapezul. Trapeze particulare. Trapezul isoscel	40
Linia mijlocie în triunghi. Linia mijlocie în trapez. Centrul de greutate al unui triunghi	44
Recapitulăm prin probleme. Test final	48
Unitatea de învățare 3: Mulțimea numerelor reale	52
Proiect: <i>Spirala radicalilor</i> . Test inițial	52
Rădăcina pătrată a pătratului unui număr natural; estimarea rădăcinii pătrate dintr-un număr rațional	54
Reguli de calcul cu radicali. Scoaterea factorilor de sub radical; introducerea factorilor sub radical	56
Numere raționale, numere iraționale	58
Mulțimea numerelor reale. Incluziunile $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$. Modulul unui număr real. Compararea și ordonarea numerelor reale; reprezentarea numerelor reale pe axa numerelor prin aproximări	60
Adunarea și scăderea numerelor reale	63
Înmulțirea numerelor reale	66
Rapoarte de numere reale. Împărțirea numerelor reale. Raționalizarea numitorului de forma $a\sqrt{b}$	68
Puteri de numere reale cu exponent întreg	70
Ordinea efectuării operațiilor	72
Media aritmetică ponderată. Media geometrică	74
Ecuția de forma $x^2 = a$, unde $a \in \mathbb{R}$	76
Recapitulăm prin probleme. Test final	77
Unitatea de învățare 4: Lungimi, perimetre, arii	80
Proiect: <i>Pavaje colorate</i> . Test inițial	80
Calculul lungimilor unor segmente; perimetrul unui poligon	82
Aria paralelogramului; aria rombului	84
Aria triunghiului	86
Aria trapezului	88
Recapitulăm prin probleme. Test final	90
Unitatea de învățare 5: Cercul	92
Proiect: <i>Geometria fulgilor de nea</i> . Test inițial	92
Cercul; elemente ale cercului	94

Competențe generale Competențe specifice

- **C.G. 1. Identificarea unor date, mărimi și relații matematice, în contextul în care acestea apar**
 - 1.1. Identificarea numerelor aparținând diferitelor submulțimi ale lui \mathbb{R} .
 - 1.2. Identificarea unei situații date rezolvabile prin ecuații sau sisteme de ecuații liniare.
 - 1.3. Identificarea unor informații din tabele, grafice și diagrame.
 - 1.4. Identificarea patrulaterelor particulare în configurații geometrice date.
 - 1.5. Identificarea elementelor cercului și/sau poligoanelor regulate în configurații geometrice date.
 - 1.6. Identificarea triunghiurilor asemenea în configurații geometrice date.
 - 1.7. Recunoașterea elementelor unui triunghi dreptunghic într-o configurație geometrică dată.
- **C.G. 2. Prelucrarea unor date matematice de tip cantitativ, calitativ, structural, cuprinse în diverse surse informaționale**
 - 2.1. Aplicarea regulilor de calcul pentru estimarea și aproximarea numerelor reale.
 - 2.2. Utilizarea regulilor de calcul cu numere reale pentru verificarea soluțiilor unor ecuații sau sisteme de ecuații liniare.
 - 2.3. Prelucrarea unor date sub formă de tabele, grafice sau diagrame în vederea înregistrării, reprezentării și prezentării acestora.
 - 2.4. Descrierea patrulaterelor utilizând definiții și proprietăți ale acestora, în configurații geometrice date.
 - 2.5. Descrierea proprietăților cercului și ale poligoanelor regulate înscrise într-un cerc.
 - 2.6. Stabilirea relației de asemănare între triunghiuri.
 - 2.7. Aplicarea relațiilor metrice într-un triunghi dreptunghic pentru determinarea unor elemente ale acestuia.
- **C.G. 3. Utilizarea conceptelor și a algoritmilor specifici în diverse contexte matematice**
 - 3.1. Utilizarea unor algoritmi și a proprietăților operațiilor în efectuarea unor calcule cu numere reale.
 - 3.2. Utilizarea transformărilor echivalente în rezolvarea unor ecuații și sisteme de ecuații liniare.
 - 3.3. Alegerea metodei adecvate de reprezentare a problemelor în care intervin dependențe funcționale și reprezentări ale acestora.
 - 3.4. Utilizarea proprietăților patrulaterelor în rezolvarea unor probleme.
 - 3.5. Utilizarea proprietăților cercului în rezolvarea de probleme.
 - 3.6. Utilizarea asemănării triunghiurilor în configurații geometrice date pentru determinarea de lungimi, măsuri și arii.
 - 3.7. Deducerea relațiilor metrice într-un triunghi dreptunghic.

● **C.G. 4. Exprimarea în limbajul specific matematicii a informațiilor, conduziilor și demersurilor de rezolvare pentru o situație dată**

4.1. Folosirea terminologiei aferente noțiunii de număr real (semn, modul, opus, invers).
4.2. Redactarea rezolvării ecuațiilor și sistemelor de ecuații liniare. 4.3. Descrierea în limbajul specific matematicii a unor elemente de organizare a datelor. 4.4. Exprimarea în limbaj geometric a noțiunilor legate de patrulater. 4.5. Exprimarea proprietăților cercului și ale poligoanelor în limbaj matematic. 4.6. Exprimarea în limbaj matematic a proprietăților unor figuri geometrice folosind asemănarea. 4.7. Exprimarea în limbaj matematic a relațiilor dintre elementele unui triunghi dreptunghic.

● **C.G. 5. Analizarea caracteristicilor matematice ale unei situații date**

5.1. Elaborarea de strategii pentru rezolvarea unor probleme cu numere reale. 5.2. Stabilirea unor metode de rezolvare a ecuațiilor sau a sistemelor de ecuații liniare. 5.3. Analizarea unor situații practice prin elemente de organizare a datelor. 5.4. Alegerea reprezentărilor geometrice adecvate în vederea optimizării calculării unor lungimi de segmente, a unor măsuri de unghiuri și a unor arii. 5.5. Interpretarea unor proprietăți ale cercului și ale poligoanelor regulate folosind reprezentări geometrice. 5.6. Interpretarea asemănării triunghiurilor în configurații geometrice. 5.7. Interpretarea unor relații metrice între elementele unui triunghi dreptunghic.

● **C.G. 6. Modelarea matematică a unei situații date, prin integrarea achizițiilor din diferite domenii**

6.1. Modelarea matematică a unor situații practice care implică operații cu numere reale. 6.2. Transpunerea matematică a unor situații date, utilizând ecuații și/sau sisteme de ecuații liniare. 6.3. Transpunerea unei situații date într-o reprezentare adecvată (text, formulă, diagramă, grafic). 6.4. Modelarea unor situații date prin reprezentări geometrice cu patrulater. 6.5. Modelarea matematică a unor situații practice în care intervin poligoane regulate sau cercuri. 6.6. Implementarea unei strategii pentru rezolvarea unor situații date, utilizând asemănarea triunghiurilor. 6.7. Implementarea unei strategii pentru rezolvarea unor situații date, utilizând relații metrice în triunghiul dreptunghic.

Unghi la centru. Unghi înscris în cerc. Măsuri de unghiuri	96
Coarde congruente și arce congruente în cerc	99
Distanța de la centrul cercului la o coardă	102
Poligoane regulate înscrise în cerc. Construcție, măsuri de unghiuri	104
Tangente la cerc	106
Lungimea cercului; aria discului	109
Recapitulăm prin probleme. Test final	112

Unitatea de învățare 6: Asemănarea triunghiurilor 114

Proiect: <i>Arta fotografiei</i> . Test inițial	114
Segmente proporționale	116
Paralele echidistante. Aplicații	118
Teorema lui Thales. Reciproca teoremei lui Thales. Împărțirea unui segment în părți proporționale cu numere (segmente) date	120
Triunghiuri asemenea	124
Teorema fundamentală a asemănării	126
Criterii de asemănare a triunghiurilor: L.L.L.	130
Criterii de asemănare a triunghiurilor: L.U.L.	132
Criterii de asemănare a triunghiurilor: U.U.	134
Perimetre și arii în triunghiuri asemenea. Aproximarea în situații practice a distanțelor folosind asemănarea	136
Recapitulăm prin probleme. Test final	138

Unitatea de învățare 7: Ecuații și sisteme de ecuații 140

Proiect: <i>Un traseu cu probleme</i> . Test inițial	140
Transformarea unei egalități într-o egalitate echivalentă; identități	142
Ecuații de forma $ax + b = 0$, unde $a, b \in \mathbb{R}$. Ecuații echivalente	144
Sisteme de ecuații liniare cu două necunoscute: metoda reducerii	146
Sisteme de ecuații liniare cu două necunoscute: metoda substituției	148
Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor sau al sistemelor de ecuații	150
Recapitulăm prin probleme. Test final	152

Unitatea de învățare 8: Relații metrice în triunghiul dreptunghic 154

Proiect: <i>Jocuri cu pătrate și triunghiuri</i> . Test inițial	154
Segmente proporționale în triunghiul dreptunghic. Proiecții ortogonale pe o dreaptă; teorema înălțimii; teorema catetei	156
Teorema lui Pitagora și reciproca teoremei lui Pitagora; aplicații	159
Noțiuni de trigonometrie în triunghiul dreptunghic: sinusul, cosinusul, tangenta și cotangenta unui unghi ascuțit	162
Rezolvarea triunghiului dreptunghic	166
Relații metrice în poligoane regulate	168
Aproximarea distanțelor, în situații practice, folosind relații metrice	171
Recapitulăm prin probleme. Test final	174

Unitatea de învățare 9: Organizarea datelor 178

Proiect: <i>Un prânz sănătos</i> . Test inițial	178
Produsul cartezian a două mulțimi nevide	180
Sistem de axe ortogonale în plan; reprezentări de puncte	182
Distanța dintre două puncte din plan	184
Reprezentarea și interpretarea unor dependențe funcționale prin tabele, diagrame și grafice; poligonul frecvențelor	186
Recapitulăm prin probleme. Test final	190

Probleme recapitulative 192

Răspunsuri 196



Algebră și geometrie pe rețeaua cu pătrățele

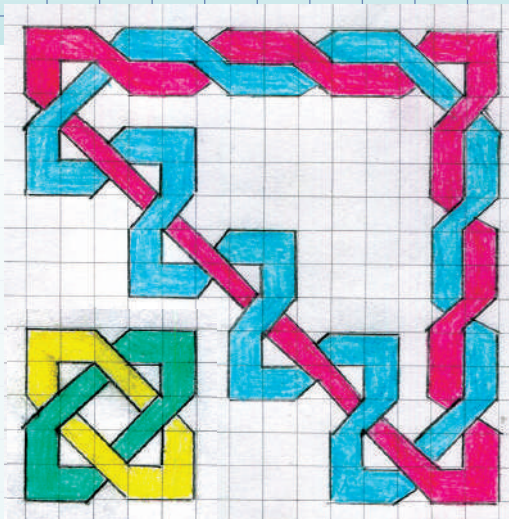
Plan de lucru

- ✓ **Scop:** Veți realiza desene interesante trasând segmente de lungimi date și veți determina lungimile unor segmente.
- ✓ **Materiale necesare:** coli cu pătrățele, riglă, creioane colorate.

Realizarea proiectului

Lucrați în echipe de câte trei, patru sau cinci colegi!

- ✓ Realizați, folosind creioane colorate, modele asemănătoare celor alăturate, compuse din „împletituri”.
- ✓ Atașați o fișă cu exerciții, în care:
 - exprimați lungimea fiecărui „lanț” (linie frântă închisă) din modelele realizate;
 - aproximați convenabil această lungime;
 - explicați modul în care ați realizat calculele.
- ✓ Valorificați în proiectul vostru exercițiile notate cu . Acolo veți avea de calculat lungimile unor segmente prin noi metode învățate. Folosiți în modelele voastre segmente care au lungimea obținută în aceste exerciții.
- ✓ Reuniți toate materialele realizate într-un poster.



Pentru început:

- ✓ Copiați pe caiete imaginea alăturată (observând cu atenție modul în care a fost realizat desenul).
- ✓ Calculați lungimea totală a segmentelor orizontale și verticale care mărginesc „lanțul” de culoare roșie.

Interacțiune

În echipa voastră:

- ✓ Discutați etapele proiectului și împărțiți sarcinile în cadrul echipei.
- ✓ Rezolvați fiecare propria sarcină, dar colaborați și cu ceilalți pentru a obține la final un produs al întregii echipe.
- ✓ Discutați și stabiliți forma finală a posterului pe care aplicați toate materialele realizate.

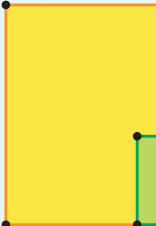
Prezentare

Lucrați cu toată clasa!

- ✓ Expuneți posterele realizate.
- ✓ Fiecare echipă va evalua posterele celorlalte echipe.
 - Alegeți prin vot posterul care v-a plăcut cel mai mult.
 - Atenție! Nicio echipă nu votează propriul poster.
- ✓ Stabiliți clasamentul final, totalizând punctele propuse de fiecare echipă.

Exersăm și recapitulăm!



- Calculează pe caietul tău, în milimetri:
 - a) $1,2 \text{ cm} + 2,3 \text{ cm}$; b) $2,3 \text{ dm} - 0,24 \text{ dm}$;
 - c) $0,25 \text{ dm} + 5,6 \text{ cm}$; d) $0,44 \text{ m} - 5,6 \text{ cm}$.
- Calculează:
 - a) $0,35 : 5,6$; b) $0,35 \cdot 2,4$;
 - c) $0,3(5) + 2,2(4)$; d) $2,3(5) - 2,(4)$.
- Compară:
 - a) 245 și 236 b) 2,45 și 2,36; c) 2,(45) și 2,4(5);
 - d) $2,1 + 2,(1)$ și $2,1(2) + 2,2(1)$; e) $\frac{2023}{2024}$ și $\frac{2024}{2025}$.
- Stabilește care afirmații sunt adevărate:
 - a) $3 \mid 2025$; b) -7 este divizor al lui 1; c) $-2025 : 5$;
 - d) 10 este multiplu al lui -120 ; e) $-4572 \mid 9$.
- Scrive numerele prime cuprinse între 1 și 50.
- Ce număr este cel al cărui triplu mărit cu 2,3 și apoi micșorat de 10 ori dă rezultatul 4,1?
- Dintr-o scândură de formă pătrată cu latura de 1,2 m se taie un colț de formă pătrată cu latura de 3,4 cm. Ce arie și ce perimetru va avea scândura rămasă?
 
- Calculează:
 - $(1 - a^2)^2 + (2a)^2 - (a^2 + 1)^2$ pentru:
 - a) $a = 2$; b) $a = 3$; c) $a = 4,5$; d) $a = 2025$.

Rezolvând exercițiile următoare, îți vei aminti noțiuni și rezultate necesare pentru parcurgerea acestei Unități de învățare. Fiecare exercițiu se punctează cu 1 punct. Se acordă 1 punct din oficiu.

VARIANTA 1

VARIANTA 2

I. Scrie pe foaia de rezolvare cuvintele sau rezultatele care, înscrise în spațiile punctate, formează enunțuri adevărate:

Unități de măsură

1. a) 3,4 m = ... cm; b) 250 dm² = ... m².

1. a) 2,6 dm = ... mm; b) 36 cm² = ... dm².

Operații cu numere raționale

2. a) 1,2 + 3,56 = ...; b) 8,25 : 1,5 = ...;

2. a) 2,4 × 0,6 = ...; b) $\frac{2}{5} : \frac{3}{10} = \dots$;

c) $\frac{2}{3} - \frac{1}{6} = \dots$; d) $\frac{3}{2} \cdot \frac{5}{4} = \dots$;

c) 3,45 - 2,64 = ...; d) 1,02 × 1,5 = ...;

e) 3009 - 109 = ...; f) 5 · (-7) = ...

e) (-203) + (-38) = ...; f) 6 · (-9) = ...

Numere prime

3. Adaugă, după caz, A (adevărat) sau F (Fals), pentru enunțul de mai jos:

„Toate numerele din lista următoare sunt numere prime: 13; 23; 43; 53; 73; 83.” ...

„Toate numerele din lista următoare sunt numere compuse: 27; 57; 77; 87; 117; 147.” ...

II. Scrie pe foaia de rezolvare litera corespunzătoare răspunsului corect pentru exercițiile:

Compararea numerelor raționale

4. Cel mai mare dintre numerele de mai jos este...

-3,45; 2,2(32); 1; -12; 2,233

4,62; 5,2(37); 1; -14; 5,23(7)

A) -12; B) 2,233; C) 2,2(32); D) -3,45.

A) -14; B) 5,23(7); C) 5,2(37); D) 4,62.

Divizibilitate

5. Alege și înlocuiește cifra unităților notată cu □, astfel încât numărul 502□ să devină divizibil cu 9:

A) 8; B) 9; C) 2; D) 3.

divizibil cu 3:

A) 0; B) 3; C) 8; D) 9.

Metode de rezolvare a problemelor

6. Geo a ales un număr, l-a înmulțit cu 3 și a adunat rezultatul cu 5.

Dacă a obținut 13,16, numărul ales este:

Dacă a obținut 11,21, numărul ales este:

A) 54,48; B) 3,72; C) 2,72; D) 14,48.

A) 48,63; B) 2,7; C) 38,63; D) 2,07.

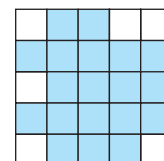
III. Scrie pe foaia de rezolvare soluțiile complete ale exercițiilor următoare:

Arii

7. Calculează aria figurii colorate din imagine, folosind ca unitate de măsură pătrățelele din rețea. Procedează astfel:

Află din câte pătrățele este formată figura.

Numără câte pătrățele sunt în afara figurii.

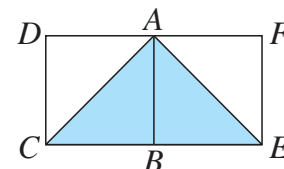


Proprietăți ale triunghiurilor

8. În figura alăturată, ABCD și ABEF sunt pătrate.

Arată că triunghiurile ABC și ADC sunt congruente.

Arată că triunghiul ACE este un triunghi dreptunghic isoscel.

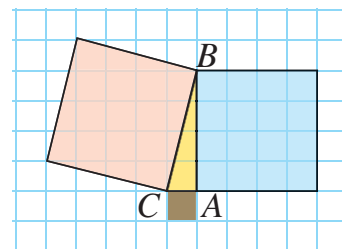


Teorema lui Pitagora

9. Pe o foaie cu pătrățele cu latura de 0,5 cm, a fost desenat triunghiul dreptunghic ABC și câte un pătrat pe fiecare latură a acestuia, ca în figura alăturată.

Calculează ariile celor două pătrate desenate pe catete.

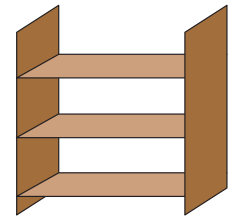
Calculează aria pătratului desinat pe ipotenuza BC.



- Dacă ai obținut mai puțin de jumătate din punctaj la acest test, este util să revezi definițiile și proprietățile verificate mai sus, pentru a înțelege mai bine ceea ce urmează.
- Dacă ai lucrat VARIANTA 1 la test, rezolvă ca temă pentru acasă VARIANTA 2 (sau invers).

O situație-problemă

Matei are cărți cu grosimi diferite: 1,8 cm sau 2,5 cm sau 2 cm. El vrea să construiască un raft cu trei polițe astfel încât pe fiecare poliță să așeze cărți de aceeași grosime. Care este cea mai mică lungime a raftului dacă fiecare poliță va fi umplută cu cărți? Câte cărți de fiecare grosime încap pe o poliță a raftului?



Rezolvare:

Cărțile au grosimi, exprimate în milimetri, de: 18, 25 și 20. Lungimea raftului trebuie să fie un multiplu comun al acestor numere. Cel mai mic multiplu comun este $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = 900$.

Așadar, lungimea raftului este de 900 mm = 90 cm.

Numărul cărților de fiecare fel de pe raft:

$$900 : 18 = 50 \text{ (cărți cu grosimea de 1,8 cm)}$$

$$900 : 25 = 36 \text{ (cărți cu grosimea de 2,5 cm)}$$

$$900 : 20 = 45 \text{ (cărți cu grosimea de 2 cm)}$$



Am adus problema la numere întregi...

... ca să folosim divizibilitatea!



Vrem să știm!

Ce moduri de scriere a unui număr rațional sunt utile în rezolvarea problemelor?

Ne amintim ...

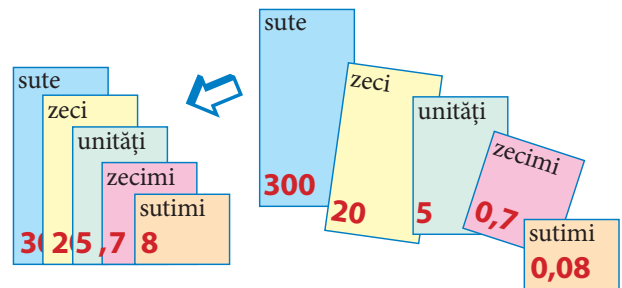
- Numerele naturale sau zecimale se reprezintă în baza zece utilizând cifrele 0, 1, ..., 9.

Exemplu: În scrierea numărului 325,78, cifra 2 indică numărul zecilor, iar cifra 8 indică numărul sutimilor.

Numărul 325,78 trebuie înțeles ca:

$$325,78 = 3 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0 + 7 \cdot 10^{-1} + 8 \cdot 10^{-2},$$

$$\text{unde } 10^{-1} = \frac{1}{10} \text{ și } 10^{-2} = \frac{1}{100}.$$



Suma de mai sus se numește scrierea numărului 325,78 în baza 10. Scrierea în baza 10 a unui număr indică descompunerea acestuia ca o **sumă** de puteri ale lui 10.

Exemplu: $20015,038 = 2 \cdot 10^4 + 0 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0 + 0 \cdot 10^{-1} + 3 \cdot 10^{-2} + 8 \cdot 10^{-3} = 20000 + 10 + 5 + 0,03 + 0,008$

- Orice număr natural se poate scrie ca **produs** de numere prime.

Exemple: $234 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 13 = 2 \cdot 3^2 \cdot 13,$

$$3072 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^{10} \cdot 3$$

$$\begin{array}{r} 234 \mid 2 \\ 117 \mid 3 \\ 39 \mid 3 \\ 13 \mid 13 \\ 1 \end{array}$$

- Numerele raționale se pot scrie în două forme echivalente: cu ajutorul virgulei (reprezentare zecimală) sau cu ajutorul liniei de fracție (reprezentare fracționară).

Exemple:

– Frațiile zecimale finite: $0,7 = \frac{7}{10}, 2,75 = 2 + \frac{75}{100} = \frac{275^{(25)}}{100} = \frac{11}{4}, 1,234 = 1 + \frac{234}{1000} = 1 + \frac{117}{500}.$

– Frațiile zecimale periodice simple: $0,(1) = \frac{1}{9}, 1,(36) = 1 + \frac{36}{99} = 1 + \frac{4}{11}$ sau $2,(234) = 2 + \frac{234}{999} = 2 + \frac{26}{111}.$

– Frațiile zecimale periodice mixte: $0,4(1) = \frac{41-4}{90} = \frac{37}{90}, 2,3(16) = 2 + \frac{316-3}{990} = 2 + \frac{313}{990}.$

Exprimare orală

Formulează regula de transformare pentru fiecare caz în parte.

Evaluăm nivelul de bază

- Descompune numărul 567: **a)** în sumă de puteri ale lui 10; **b)** în produs de numere prime.
- Scrie ca fracții numerele: 0,2; 0,(2); 0,2(3); 1,2; 1,(2); 1,2(3).

Problemă rezolvată / Rezolvări comparative

Determină câți divizori naturali are numărul 24.

Geo: Am scris numerele de la 1 la 24 și am subliniat divizorii lui 24: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24.

Deci, 24 are 8 divizori.

Ana: Am căutat cei mai mici divizori ai numărului 24 și i-am asociat cu câțul împărțirii lui 24 la fiecare: 1 și 24; 2 și 12; 3 și 8; 4 și 6.

Deci, 24 are 8 divizori.

Liza: Descompun în factori: $24 = 2^3 \cdot 3$. Un divizor al lui 24 este de forma: $2^a \cdot 3^b$, unde $a \in \{0, 1, 2, 3\}$, $b \in \{0, 1\}$. Pentru că a poate lua 4 valori și b poate lua 2 valori, numărul $2^a \cdot 3^b$ poate lua 8 valori.

Deci, 24 are 8 divizori.

Exprimare orală

Care dintre soluții ți se pare cea mai simplă? De ce?

Probleme propuse

- ★
1. Scrie toate numerele naturale de la 10 la 30 și subliniază numerele prime.
 2. Scoate întregii din fracțiile: $\frac{15}{7}$; $\frac{20}{3}$; $\frac{31}{5}$.
 3. Calculează numărul de divizori naturali ai numărului 28.
- ★★
6. Încadrează fiecare dintre numerele $\frac{11}{2}$; $\frac{42}{5}$; $-5,23$; $13,85$ între doi întregi consecutivi.
Exemplu: $-4 < -3,86 < -3$.
 7. Descompune ca produs de factori primi numerele: 63; 630; 6300.
 4. Descompune în factori primi: 84, 120.
 5. a) Scrie în formă zecimală numerele raționale: $\frac{5}{4}$; $\frac{14}{3}$; $\frac{23}{12}$
b) Scrie în formă fracționară numerele raționale: 2,35; 4,(6); 1,2(4).
 8. Scrie numerele din lista de mai jos ca sumă de puteri ale lui 10, conform exemplului următor.
2853; 308; 41,5; 28,06; 3,619; 43,28.
Exemplu: $375 = 3 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10 + 5$;
 $42,96 = 4 \cdot 10 + 2 + 9 \cdot 10^{-1} + 6 \cdot 10^{-2}$.
- ★★★
9. Mati a descompus numărul 1050 ca produs de factori primi și a obținut egalitatea:
 $1050 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7$. Folosește rezultatul lui Mati și descompune în factori primi: 10500; 2100; 3150.
 10. Descompunem numărul 3,45 astfel:
 $3,45 = 3 + 0,45$.
În această scriere, 3 este *partea întregă*, iar 0,45 este *partea fracționară* a numărului 3,45.
Procedează la fel pentru a descompune $\frac{15}{4}$ și $\frac{39}{26}$.
 12. Ema poate ghici o cifră, fără să cunoască numerele folosite în operații! Iată un exemplu!
Ema: – Scrie un număr natural fără să mi-l arăți!
Dan: – (A scris 2195)
Ema: – Schimbă ordinea cifrelor!
Dan: – (A scris 9512)
Ema: – Scade numerele, șterge o cifră din rezultat și spune-mi numărul obținut!
Dan: – 737!
Ema: – Ai șters cifra 1!
Cum a aflat Ema cifra ștersă de Dan?
- ★★★★
13. Scrie un număr rațional situat între numerele: 2,25 și 2,26; 2,(25) și 2,(26); 2,2(5) și 2,2(26).
 14. Ordonează crescător numerele: 1,2025, 1,20(25), 1,(2025), 1,2(025).
 15. Fără să calculăm, care este numărul maxim de zecimale din perioada numărului $\frac{153}{99}$?
 16. Câți divizori proprii are numărul $2^a \cdot 3^b \cdot 5^c$, unde $a, b, c \in \mathbb{N}^*$? Verifică pentru 1350.
 17. a) Este cunoscut faptul că orice număr natural nenul se poate scrie ca o sumă de puteri diferite ale lui 2. Scrie în acest fel fiecare dintre numerele 18, 25 și 47.
b) Putem scrie la fel și numerele: 0,25; 1,25; 2,5?
c) Este adevărat faptul că orice număr natural nenul se poate scrie ca o sumă de puteri diferite ale lui 3?

Alege și rezolvă în 5 minute!

A Descompune ca produs de factori primi numărul 50.

B Încadrează numărul $\frac{402}{5}$ între doi întregi consecutivi.

C Determină toate numerele naturale de forma $\overline{2a7b}$ divizibile cu 90.

O situație-problemă

Geo a folosit un laptop și Ema calculatorul de pe telefonul mobil, pentru a efectua câteva operații aritmetice. Ei au apăsat tastele indicate în continuare:

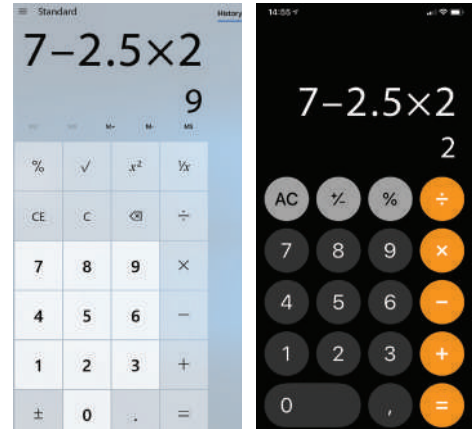


Deși au apăsat aceleași taste, în aceeași ordine, Geo și Ema au obținut, la final, rezultate diferite: 9, respectiv 2. Au greșit elevii ceva? Este defect laptopul sau telefonul mobil?



Numerele introduse de la tastatură sunt 7; 2,5 și 2...

...iar operațiile efectuate sunt scădere și înmulțire.



Vrem să știm!

Care este ordinea corectă de efectuare a operațiilor aritmetice? Ce legături există între operații?

Rezolvăm situația-problemă!

Calculatorul de pe telefon era setat pe modul științific, iar celălalt calculator a efectuat, de fapt $7 - 2,5 \cdot 2$ și nu $(7 - 2,5) \cdot 2$.



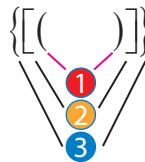
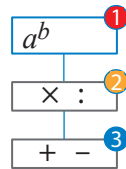
Parantezele schimbă prioritatea în calcul!

Ne amintim ...

Reguli de prioritate în calcul

Se efectuează, în ordine:

- 1 ridicările la putere,
 - 2 înmulțirile sau împărțirile,
 - 3 adunările sau scăderile.
- 1 operațiile din parantezele rotunde,
 - 2 operațiile din parantezele drepte,
 - 3 operațiile din acolade.



$$60 - 4^3 \cdot 0,5 = 60 - 64 \cdot 0,5 = 60 - 32 = 28$$

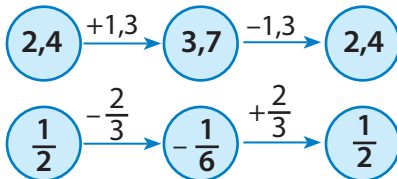
$$6 + 2 \cdot \{1 + 2 \cdot [3 + 4 \cdot (7 - 5)]\} = 52$$



Legături între operațiile aritmetice

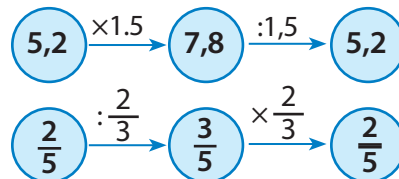
Adunarea și scăderea sunt operații inverse una celeilalte.

Exemplu:



Înmulțirea și împărțirea (cu factori nenuli) sunt operații inverse una celeilalte.

Exemplu:



Observă fiecare dintre schemele de mai sus. Gândește-te și explică funcționarea fiecăreia.

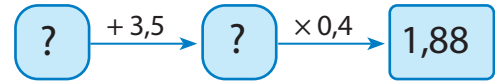
Gândim critic și constructiv!

Evaluăm nivelul de bază

- Efectuează: 1 $5 + 5 \cdot 3$ 2 $6 - 6 \cdot 6$ 3 $12 - 8 \cdot 4$ 4 $36 + 6 \cdot 3$ 5 $-6 - 6 \cdot 6$ 6 $6 - 6 \cdot (6 - 2)$
 7 $6 - [6 \cdot (6 + 5) - 5]$ 8 $6 + 6 \cdot [6 - 3 \cdot (5 - 2 \cdot 3)]$ 9 $3 + \{3 - 3 \cdot [3 + 3 \cdot (3 + 3 \cdot 3) - 3] - 3\}$

Problemă rezolvată / Rezolvări comparative

Pe calculatorul său de buzunar, Geo a scris un număr, apoi a efectuat mai multe operații, descrise în schema alăturată.



Colegii lui Geo au încercat să afle numărul cu care a început Geo calculele. Iată rezolvările lor:

Tic: Am efectuat operațiile în ordine inversă!

Ana: Am folosit o ecuație.



Am notat cu x numărul inițial. Avem:

$$(x + 3,5) \cdot 0,4 = 1,88 \Leftrightarrow x + 3,5 = 1,88 : 0,4 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow x = 4,7 - 3,5 \Leftrightarrow x = 1,2$$

Exprimare orală

De ce crezi că a utilizat Ana paranteze pentru a scrie ecuația asociată problemei? Care rezolvare îți se pare mai interesantă? De ce?

Probleme propuse

1. Efectuează:

a) $1,4 - 4,58$; $0,5 \cdot 1,3$; $2,96 : 0,4$;

b) $\frac{4}{5} + \frac{2}{3}$; $\frac{5}{3} - \frac{7}{2}$; $\frac{12}{5} \cdot \frac{15}{16}$; $\frac{-1}{6} : \frac{2}{9}$;

c) $1,2 \cdot (2,3 - 0,3) + 1,2 \cdot (0,3 - 2,3)$.

2. Calculează: $1,2 + 0,3(8)$; $2,7 \cdot 0,3$; $5,4 : 0,7$.

3. Alege răspunsul corect! $2,5 + 1,5 \cdot 3 = \dots$

A) 12; B) 6; C) 7; D) 9.



4. Dan și Ema au interpretat schema



astfel: Dan: $(1,5 + 2) \cdot 3 =$

Ema: $1,5 + 2 \cdot 3 =$

Cine are dreptate?

Efectuează calculele în ambele cazuri.

5. Ce arie are un pătrat cu perimetrul de 7 m?

6. Calculează $(1,6 + 4,3)^2$, apoi $1,6^2 + 4,3^2$.
Explică de ce se obțin rezultate diferite.

7. În magazinul A, un pachet de material cântărește 2,42 kg și costă 35,09 lei. În magazinul B, același material se vinde cu 32,66 lei pachetul de 2,3 kg. În care magazin materialul se vinde mai ieftin?



8. Calculează aria unui display în formă de pătrat cu latura de 2,5 dm.

9. Calculează: $1 + 1$, $(1) - 1$, $(1) \cdot (1 - 9)$.

10. O rolă de 100 m de cablu costă 380,80 lei cu tot cu TVA de 19%. Cât costă 16 m de cablu, fără TVA?

11. Calculează aria și perimetrul figurii verzi știind că latura unui pătrățel din rețea este de 0,5 cm.



12. O fereastră dreptunghiulară are înălțimea de 2,3 m și lățimea de 1,8 m. Calculează perimetrul și aria ferestrei.



13. Determină cel mai mic număr natural, nenul n , pentru care numărul $48 \cdot n$ este pătrat perfect.

15. Arată că numărul $2^{308} \cdot 3^{462}$ este pătrat perfect, dar numărul $2^{491} \cdot 3^{186}$ nu este pătrat perfect.

14. Demonstrează că există 100 de numere naturale consecutive, printre care nu se găsesc pătrate perfecte.

16. În exercițiul: $2 - 2 \cdot 3 + 4 : 5$, folosește o singură dată paranteze, pentru ca rezultatul să devină:
a) pozitiv; b) negativ.

17. Numărul natural P , de n cifre, nu toate egale, are următoarea proprietate: dacă schimbăm într-un anumit mod ordinea cifrelor sale, obținem numărul natural Q cu proprietatea: $P + Q = \underbrace{99 \dots 9}_{n \text{ cifre}}$.

a) Găsește un astfel de număr P pentru $n = 6$.

b) Arată că numărul n de cifre ale lui P este număr par.

Alege și rezolvă în 5 minute!

A Un triunghi echilateral cu latura de 1,2 m are același perimetru cu al unui pătrat. Cât este aria pătratului?

B Aria unei table dreptunghiulare este 12 m^2 , iar una dintre laturi măsoară 2,5 m. Determină perimetrul dreptunghiului.

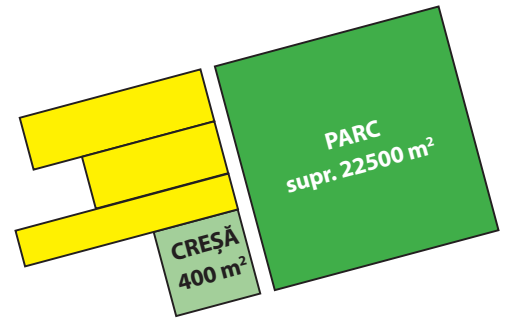
C Calculează:
 $1 - (1 - (1 - \dots - (1 - 1) \dots))$
(sunt 100 de paranteze deschise și 100 de paranteze închise).

O situație-problemă

Planul urbanistic zonal prevede construirea în cartierul Anei a unei creșe și a unui parc, pe suprafațe pătrate, conform schiței alăturate. Ce lungimi au laturile celor două terenuri?



Pentru creșă, rezolv prin încercări:
 $10^2 = 100$, iar $20^2 = 400$.
 Deci terenul are latura de 20 m.



Vrem să știm!

Cum aflăm lungimea laturii unui pătrat, atunci când cunoaștem aria acestuia?

Să comparăm!

Prin ce se aseamănă și prin ce se deosebesc problemele următoare?

A. Terenul de sport are formă de pătrat, cu latura de 30 m. Ce arie are terenul de sport?

Rezolvare:

Notăm cu A aria terenului.

Atunci: $A = 30^2 = 900$.

Deci aria terenului este de 900 m².

B. O placă de gresie de formă pătrată are aria de 900 cm². Ce lungime are latura plăcii?

Rezolvare:

Notăm cu L lungimea laturii plăcii.

Atunci: $L^2 = 900$; $L^2 = 30^2$; $L = 30$.

Deci placa de gresie are latura de 30 cm.

Observăm și definim!

Numărul 30 este soluție a ecuației $L^2 = 30^2$, cu necunoscuta L .

Aceasta este unica soluție pozitivă a ecuației date.

Spunem că 30 este **rădăcina pătrată** a lui 900.

Notăm:	Citim:	Verificăm:
$\sqrt{900} = 30$	radical din 900 este egal cu 30.	$30 \geq 0$ și $30^2 = 900$.

Extragerea rădăcinii pătrate este **operația inversă** ridicării la pătrat.



Rezolvăm situația-problemă!

Planul urbanistic zonal prevede construirea în cartierul Anei și a unui parc pe o suprafață de 22 500 m². Care este lungimea laturii viitorului parc?

Rezolvare:

Conform definiției de mai sus, lungimea laturii parcului este $\sqrt{22\,500}$. Pentru a afla cât este acest număr, descompunem numărul 22 500 în factori primi și evidențiem un pătrat perfect:

$22\,500 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^4 = (2^1 \cdot 3^1 \cdot 5^2)^2$. Numărul căutat este $2^1 \cdot 3^1 \cdot 5^2 = 150$. Verificăm: $150^2 = 22\,500$.

Definiție

Dacă a este număr natural, pătrat perfect, numărul natural n pentru care $a = n^2$ se numește **rădăcina pătrată** a lui a . Scriem: $n = \sqrt{a}$.

Extindem ...

Se poate calcula rădăcina pătrată a unui număr care nu este număr natural?

$$\sqrt{2,25} = ?$$

Putem gândi astfel: Un teren de formă pătrată are aria de 2,25 hm². Avem $2,25 \text{ hm}^2 = 22\,500 \text{ m}^2$. Latura terenului măsoară $\sqrt{22\,500} = 150$ (m), adică 1,5 hm. Așadar: $\sqrt{2,25} = 1,5$.

Evaluăm nivelul de bază

1 Scrie numărul 36 ca un produs de doi factori:

- egali;
- diferiți.

2 $\sqrt{36} = ?$

3 Adevărat sau fals? $\sqrt{64} = 32$.

Problemă rezolvată

Geamul unui tablou de formă pătrată are aria de 49 dm^2 . Ce lungime minimă are șipca din care se confecționează rama tabloului?

Rezolvare:

Calculăm lungimea uneia dintre laturile tabloului: $L = \sqrt{49} = 7 \text{ dm}$.


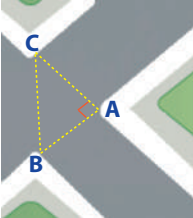
Lungimea minimă a ramei tabloului este egală cu perimetrul acestuia, adică $4 \cdot 7 \text{ dm} = 28 \text{ dm}$.



Gândim critic și constructiv!

- De ce crezi că, în problema de mai sus, se cere lungimea *minimă* a ramei?
- Putem aplica același procedeu pentru a calcula lungimea minimă a ramei unui tablou dreptunghiular când cunoaștem aria acestuia?

Probleme propuse

- ★
- Calculează:
 - $28,2 \cdot 2,14$; **b)** $2,0 \cdot 1,24$; **c)** $0,13^3$; **d)** $0,4^5$;
 - $0,1^2$; **f)** $2,3^2$; **g)** $1,5^2$; **h)** $3,2^3$; **i)** $10,3^3$.
 - Calculează:
 - $0,5 \cdot \frac{4}{5}$; **b)** $2\frac{1}{5} \cdot 0,75$; **c)** $1,25 \cdot 4 \cdot \frac{2}{5}$.
 - Care dintre numerele următoare sunt pătrate perfecte? De ce?
 $2 \cdot 5$; $3^2 \cdot 5^2$; $2^4 \cdot 5^2$; $2^2 \cdot 3^2 \cdot 7^4$; 100^0 ; $(7 \cdot 11)^2$.
 - Calculează: $\sqrt{16}$; $\sqrt{64}$; $\sqrt{144}$; $\sqrt{256}$.
 - Arată că numărul $a = 2^5 \cdot 3^7 \cdot 6^3$ este pătrat perfect, apoi calculează \sqrt{a} .
 - Descompune în factori primi, apoi află rădăcina pătrată a numerelor care sunt pătrate perfecte: 3600; 288; 1250; 1125; 432; 8100; 1764; 4000.
 - Care dintre relațiile următoare sunt adevărate?
 - $\sqrt{49} = 7$; **b)** $\sqrt{36} = 18$; **c)** $\sqrt{25} = -5$; **d)** $\sqrt{1} = 0$.
- ★★
- Calculează:
 - $5 - 0,5^3$; **b)** $5^3 - 0,5$; **c)** $5 + 0,5^3$;
 - $0,5^3 \cdot 5$; **e)** $5^3 \cdot 0,5$; **f)** $0,5^3 + 5^3$;
 - $5^3 \cdot 0,5^3$; **h)** $5^3 - 0,5^3$.
 - Determină aria figurii roșii dacă un pătrățel din rețea are latura de $0,5 \text{ cm}$.
 
 - O placă de gresie de formă pătrată are latura de 15 cm . Cât este aria plăcii?
 - Perimetrul unui covor de formă pătrată este de 18 m . Ce suprafață acoperă covorul?
 - O grădină de formă pătrată are aria de 1600 ha . Cât este lungimea gardului care înconjoară grădina?
- ★★★
- Calculează cu două zecimale exacte:
 - $70 : 19$; **b)** $15,26 : 13$; **c)** $57,8 : 9$;
 - $0,45 : 0,7$; **e)** $0,03 : 0,5$; **f)** $106,6 : 1,7$.
 - Un dreptunghi are dimensiunile de 12 m și 75 m . Calculează lungimea laturii unui pătrat care are aceeași arie cu acest dreptunghi.
 - Lungimile laturilor unui triunghi sunt 10 m , 10 m și 12 m . Calculează aria triunghiului.
 - Pentru intersecția din imagine se știe că $AB = 12 \text{ m}$, $AC = 16 \text{ m}$, $AB \perp AC$. Calculează BC .
 
 - a)** Arată că pentru orice a rațional, $a \cdot 0,25 = a : 4$.
b) Efectuează cât mai simplu: $120 \cdot 0,25$; $0,25 \cdot 3600$; $4,12 \cdot 0,25$; $9,6 \cdot 0,25$.
- ★★★★
- Calculează rădăcina pătrată a numărului: $N = 1 + 2 + 3 + \dots + 288$.
 - a)** Arată că, după efectuarea calculelor $44 - 8$ și $4444 - 88$, obținem ca rezultate două pătrate perfecte.
b) Calculează $\sqrt{444444 - 888}$.

Alege și rezolvă în 5 minute!

A

Calculează $\sqrt{36}$ și $\sqrt{81}$.

B

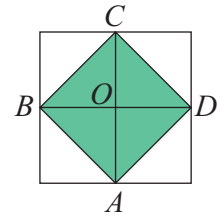
Dacă $\sqrt{6^{24}} = 6^n$, află n .

C

Determină cifrele a și b dacă $\sqrt{3ab} = 19$.

O situație-problemă

i Tic a desenat figura verde din imagine, notată $ABCD$, pe un caroiaj de pătrățele cu latura de 1 cm. A îndoit apoi colțurile albe exterioare și a constatat că acestea acoperă perfect figura verde. A ajuns astfel la concluzia că $ABCD$ este un pătrat cu aria de 2 cm^2 . Care este lungimea laturii lui?



Într-adevăr, $ABCD$ este pătrat, pot demonstra ușor, pentru că triunghiurile dreptunghice isoscele BOC , COD , DOA și AOB sunt congruente. Rezultă că $AB = \sqrt{2} \text{ cm}$.



Dar numărul 2 nu este pătrat perfect! Ce ar putea însemna $\sqrt{2}$? Observ că $\sqrt{2}$ este lungimea segmentului AB , deci $\sqrt{2}$ este și el un număr!



Aș putea să măsoz latura pătratului $ABCD$, dar măsurătoarea este imprecisă! (în mm, în zecimi de mm?)

Vrem să știm!

Cum aproximăm rădăcina pătrată a unui număr care nu este pătrat perfect?

Să analizăm!

În imaginea de mai sus, pătratul $ABCD$ are aria 2 cm^2 . Despre lungimea laturii AB a acestui pătrat putem afirma:

- $AB > AO$ (ipotenuza unui triunghi este mai mare decât oricare dintre catete), deci $AB > 1 \text{ cm}$;
- $AB < AO + OB$ (o latură a unui triunghi este mai mică decât suma celorlalte două laturi), deci $AB < 2 \text{ cm}$.

Deducem că $\sqrt{2}$ este un număr cuprins între 1 și 2. Avem $1 < \sqrt{2} < 2$.

Definiție

Dacă a este un număr pozitiv, numărul pozitiv b pentru care $a = b^2$ se numește **rădăcina pătrată** a lui a . Scriem: $b = \sqrt{a}$.

Numărul \sqrt{a} este singurul număr pozitiv, al cărui pătrat este egal cu a .

Așadar, $\sqrt{5}$ este numărul pozitiv al cărui pătrat este egal cu 5.



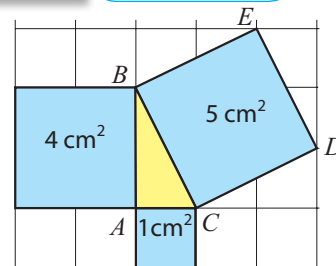
Ne amintim ...

Știm că aria pătratului construit pe ipotenuza unui triunghi dreptunghic este egală cu suma ariilor pătratelor construite pe catetele triunghiului.

Pătratul $BCDE$ din figura alăturată are aria de 5 cm^2 ; de aceea, lungimea segmentului BC este $\sqrt{5} \text{ cm}$.

Deoarece $AB < BC < AB + AC$, numărul $\sqrt{5}$ este cuprins între 2 și 3.

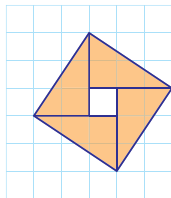
Adică $2 < \sqrt{5} < 3$.



Problemă rezolvată / Rezolvări comparative

Elevii au avut de calculat lungimea laturii pătratului din dreapta, desenat pe o rețea de pătrățele cu latura de 1 cm. Iată două dintre rezolvările lor.

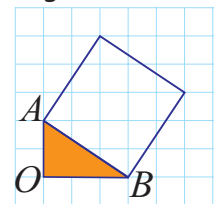
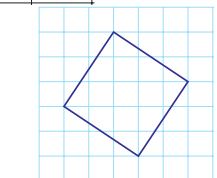
Tic: Calculez mai întâi aria pătratului, prin descompunere.



Am format 4 triunghiuri dreptunghice (colorate pe figură), cu aria de 3 cm^2 . La mijloc, mai apare un pătrat cu latura de 1 cm. Aria pătratului dat este $(4 \cdot 3 + 1) \text{ cm}^2 = 13 \text{ cm}^2$. De aceea, lungimea laturii sale este $\sqrt{13} \text{ cm}$.

Liza: Conform teoremei lui Pitagora,

în triunghiul dreptunghic AOB avem:
 $AB^2 = AO^2 + OB^2$,
 $AO = 2 \text{ cm}$ și $OB = 3 \text{ cm}$.
 Deci: $AB^2 = 2^2 + 3^2 = 13$.
 Rezultă $AB = \sqrt{13} \text{ cm}$.



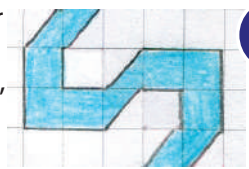
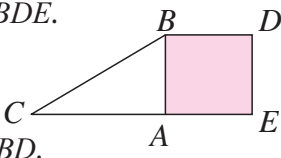
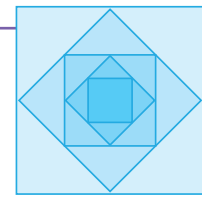
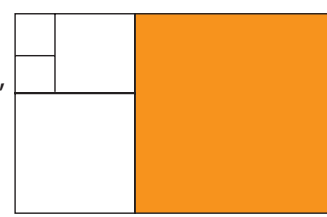
- Ce alte triunghiuri ar fi putut folosi Liza pentru a calcula latura pătratului?
- Încadrează pătratul inițial într-un pătrat mai mare, ale cărui laturi sunt orizontale sau verticale. Folosește această figură pentru a calcula aria, apoi latura pătratului.

Gândim critic și constructiv!

Evaluăm nivelul de bază

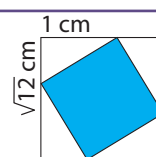
- 1 Care este lungimea laturii, dacă aria pătratului este: **a)** 25 cm^2 ; **b)** 100 cm^2 ; **c)** 5 cm^2 ; **d)** 17 cm^2 ?
- 2 Încadrează $\sqrt{6}$: **a)** între două numere naturale oarecare; **b)** între două numere naturale consecutive.
- 3 Avem $4 + 9 = 13$. Desenează pătrate de arii 4 și 9 pe catetele unui triunghi dreptunghic și încadrează apoi $\sqrt{13}$ între două numere naturale consecutive.

Probleme propuse

1. Care dintre următoarele afirmații sunt corecte?
a) $\sqrt{6} = 3$; **b)** $\sqrt{25} = 5$; **c)** $\sqrt{3} \geq 1$; **d)** $\sqrt{7} \leq 2$.
2. Alege răspunsul corect! $(\sqrt{6})^2 =$
A) 36; **B)** 3; **C)** 12; **D)** 6; **E)** $\sqrt{6}$.
3. Aproximează la un număr întreg de milimetri perimetrul figurii albastre, știind că latura rețelei are 5 mm. 
4. Determină latura unei etichete pătrate care are aceeași arie ca a unei etichete dreptunghiulare cu laturile de 6 cm și de 2 cm.
5. Cât este aria pătratului cu latura de $\sqrt{7} \text{ cm}$?
6. Cât este latura pătratului cu aria de 6 cm^2 ?
7. Pe caietul de matematică (în care pătrățelele au latura de 5 mm) construiește un pătrat cu aria de: **a)** 9 cm^2 ; **b)** 8 cm^2 ; **c)** 10 cm^2 .
Care dintre aceste pătrate are latura cea mai mare? De ce?
8. Pe cateta AB a triunghiului dreptunghic ABC a fost construit pătratul $ABDE$.
Dacă $AC = 3 \text{ cm}$ și $BC = 4 \text{ cm}$, calculează:
a) aria pătratului $ABDE$; **b)** lungimea segmentului BD . 
9. Diagonalele unui pătrat formează patru triunghiuri congruente, fiecare având aria 9 cm^2 . Calculează lungimea laturii pătratului.
10. Dan stă exact în centrul unei curți pătrate cu aria de 18 ari. La câți metri se află Dan de fiecare:
a) colț al curții?
b) latură a curții?
11. Ana a luat trei foi pătrate de carton și le-a tăiat în mai multe piese ce formează, prin alăturare, un puzzle de formă pătrată. Foile inițiale au laturile de 4 dm, 6 dm și 9 dm. Cât de mare este latura jocului de puzzle confecționat de Ana? 
12. În figura alăturată sunt 5 pătrate. Mijloacele laturilor unui pătrat determină alt pătrat. Ce arie (număr natural de centimetri) trebuie să aibă cel mai mic pătrat pentru ca numai cel mai mare pătrat să aibă latura mai mare decât 8 cm? 
13. Figura din imaginea alăturată a fost obținută din 5 pătrate, așezate după o anumită regulă.
a) Calculează lungimea laturilor fiecărui pătrat din imagine, știind că aria pătratului colorat este de 50 cm^2 .
b) Copiază acest desen pe caietul tău și continuă figura, adăugând un nou pătrat, după aceeași regulă. Cât este lungimea laturii pătratului desenat de tine?
14. La pasul 1 avem un pătrat de latură $x \text{ mm}$, $x \in \mathbb{N}^*$. La fiecare pas, pătratul își dublează latura. Care este valoarea lui x dacă aria pătratului depășește prima dată 40 cm^2 la pasul 6?

Alege și rezolvă în 5 minute!

A Scrie pe caietul tău toate numerele din lista de mai jos, cuprinse între 4 și 5: $3,45$; $4,5$; $\sqrt{7}$; $4,(5)$; $\sqrt{18}$; $-4,5$; $\sqrt{20,25}$.

B Calculează lungimea laturii pătratului colorat pe figura alăturată. 

C Încadrează numărul $\sqrt{53}$ între două numere naturale consecutive.

- ★
1. Scrie toate numerele naturale de la 40 la 60 și subliniază numerele prime.
 2. Calculează:
a) $18,36 + 146,53$; **b)** $23,8 - 9,9$; **c)** $3,85 + 4,125$;
d) $309,5 - 287 + 1,92$; **e)** $56,8 + 10,12 - 109,085$;
f) $34,987 \cdot 100$; **g)** $3,9 \cdot 6$; **h)** $0,27 \cdot 5,2 \cdot 2,5$;
i) $24,12 : 10$; **j)** $1,4 : 4$; **k)** $38,6 : 2$;
l) $2 : 0,4$; **m)** $1,6 : 0,02$.
 3. *Adevărat sau fals?* Notează A, dacă enunțul este adevărat și F dacă este fals.
a) $\sqrt{25} = 5$; **b)** $\sqrt{16} = 8$; **c)** $\sqrt{1} = 1$;
d) $\sqrt{(-2)^2} \neq -2$; **e)** $\sqrt{3^2 + 4^2} = 3 + 4$.
 4. Calculează:
a) 7^2 ; 9^2 ; 11^2 ; 15^2 ; 123^2 ; $7^2 + 70^2$;
 $5^2 + 50^2 + 500^2$; $12^2 \cdot 8^2 - 13^2 \cdot 9^2$
b) $\sqrt{225}$; $\sqrt{441}$; $\sqrt{5625}$; $\sqrt{6561}$;
 $\sqrt{4} + \sqrt{400} + \sqrt{40000}$; $\sqrt{9} \cdot \sqrt{36} - \sqrt{4} \cdot \sqrt{81}$.
 5. Scrie sub formă de radical numerele:
 4 ; 5 ; 6 ; 10 ; 100 .
 6. Scrie în formă zecimală numerele raționale:
 $\frac{11}{2}$; $\frac{11}{4}$; $\frac{11}{6}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{6}$; $\frac{12}{18}$; $\frac{36}{18}$;
 $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5}$; $\frac{3}{5} + \frac{5}{3}$; $\frac{9}{4} + \frac{4}{9}$.
 7. Scrie în formă fracționară numerele raționale:
 $0,25$; $0,(25)$; $0,2(5)$; $2,5$; $2,(5)$; $2,2(5)$.
 8. Calculează și scrie rezultatul în formă zecimală:
 $1,(42) + 2,(57)$; $2,3(41) - 1,2(40)$.
 9. Într-o pungă sunt $2\frac{1}{2}$ kg zahăr, iar în alta cu $3\frac{1}{2}$ kg mai mult. Câte kilograme sunt în cele două pungi?
 10. Pentru o prăjitură, Alexandra are nevoie de 21 de sferturi de măr. Câte mere ar trebui să taie Alexandra?

i

- ★★
11. Lățimea unui dreptunghi este $3\frac{1}{4}$ m, iar lungimea este cu 0,4 m mai mare decât lățimea. Determină perimetrul dreptunghiului.
 12. Arată că numărul $\frac{3}{4} + \frac{33}{44} + \frac{333}{444} + \frac{3333}{4444}$ este număr natural.
 13. Determină numărul pozitiv y , dacă \sqrt{y} este egal cu: **a)** 2,6; **b)** 4,3; **c)** 1,(6); **d)** 0; **e)** 5,2(3).
 14. Geo susține că $\sqrt{16} = -4$, deoarece $(-4)^2 = 16$. Are dreptate? De ce?
 15. Un dreptunghi are laturile de 12 cm și 27 cm. Cât este latura unui pătrat de aceeași arie cu dreptunghiul dat?
 16. Calculează:
a) $12 \cdot 8 - 7 \cdot 8$; **b)** $(17 - 9) \cdot 5$;
c) $(3 + 5 + 1) \cdot 4$; **d)** $24 \cdot 6 - 6 \cdot 4$;
e) $6 \cdot 7 + 7 \cdot 9 + 5 \cdot 7$; **f)** $8 \cdot 5 - 5 \cdot 7 + 6 \cdot 5$;
g) $17 \cdot 3 - 3 \cdot 4 - 2 \cdot 3$; **h)** $5 \cdot 8 - 8 \cdot 6 - 2 \cdot 3$.
 17. Calculează:
a) $\frac{1}{3} - \frac{1}{6}$; **b)** $\frac{17}{5} - \frac{17}{5}$; **c)** $\frac{2}{3} + \frac{5}{6}$;
d) $\frac{1}{4} + \frac{5}{8}$; **e)** $\frac{7}{8} + \frac{5}{12}$; **f)** $2\frac{1}{3} + 5\frac{2}{7}$;
g) $9\frac{5}{12} - \frac{3}{14}$; **h)** $7\frac{4}{5} - 4\frac{1}{15}$; **i)** $\frac{33}{20} - \frac{6}{20} - \frac{7}{10}$;
j) $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8}$; **k)** $\frac{3}{11} - \frac{1}{44} - \frac{1}{4}$.
 18. Efectuează:
a) $8 + \frac{1}{12}$; **b)** $8 - \frac{1}{12}$; **c)** $8 \cdot \frac{1}{12}$; **d)** $\frac{1}{12} + 8$;
e) $\frac{1}{12} \cdot 8$; **f)** $8 : \frac{1}{12}$; **g)** $8 - \frac{1}{12}$.
 19. Determină factorul comun, apoi calculează:
a) $\frac{1}{3} \cdot \frac{4}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5}$; **b)** $\frac{4}{6} \cdot \frac{5}{8} + \frac{4}{6} \cdot \frac{4}{8}$;
c) $\frac{11}{6} \cdot \frac{5}{4} - \frac{11}{6} \cdot \frac{1}{4}$; **d)** $3\frac{2}{7} \cdot \frac{10}{3} - 3\frac{2}{7} \cdot \frac{7}{3}$.