

## INFINITEZIMAL

Amir Alexander (născut în 1963) este un istoric american care studiază raporturile dintre matematică, societate și cultură. Predă istoria la Universitatea din California, Los Angeles. A mai publicat *Geometrical Landscapes: The Voyages of Discovery and the Transformation of Mathematical Practice* (2002) și *Duel at Dawn: Heroes, Martyrs, and the Rise of Modern Mathematics* (2010).

AMIR ALEXANDER

# INFINITEZIMAL

Cum a contribuit la făurirea lumii moderne  
o teorie matematică periculoasă

Traducere din engleză de  
DORIN NISTOR și DAN NICOLAE POPESCU

 HUMANITAS  
BUCUREȘTI

## Cuprins

Introducere .....	9
-------------------	---

### Partea I

#### RĂZBOIUL ÎMPOTRIVA DEZORDINII

1. Fiii lui Ignațiu .....	25
2. Ordine matematică .....	62
3. Dezordine matematică .....	90
4. „Distruge sau vei fi distrus“. Războiul pentru infinitul mic . . . .	129
5. Bătălia matematicienilor .....	160

### Partea a II-a

#### LEVIATANUL ȘI INFINITEZIMALELE

6. Apariția Leviatanului .....	193
7. Thomas Hobbes, geometru .....	223
8. Cine a fost John Wallis? .....	243
9. Matematică pentru o lume nouă .....	271

Epilog. Două modernități .....	303
--------------------------------	-----

<i>Personajele</i> .....	311
--------------------------	-----

<i>Cronologie</i> .....	319
-------------------------	-----

<i>Note</i> .....	325
-------------------	-----

<i>Mulțumiri</i> .....	349
------------------------	-----

Pentru Jordan și Ella

*Orice continuu este divizibil în divizibile la infinit.*  
Aristotel

## Introducere

### Un gentilom în pribegie

În iarna lui 1663, curteanul francez Samuel Sorbière<sup>1</sup> s-a înfățișat la o întrunire a nou înființatei academii de știință Societatea Regală din Londra. Sorbière, explica distinsul secretar al Societății Henry Oldenburg, era un prieten din perioada sumbră a războiului civil, pe când regele fusese exilat din Anglia și se stabilise în Franța. Acum, la trei ani după ce Carol II își redobândise tronul, Oldenburg era mândru să-și găzduiască vechiul prieten în căminul său adevărat și să-i împărtășească noile și interesantele cercetări efectuate la Societatea Regală. În următoarele trei luni Sorbière a bătut țara în lung și-n lat, întâlnindu-se cu somitățile lumii politice și intelectuale, ba chiar și cu regele. În tot acest timp, guralivul franțuz și-a făcut din Societatea Regală a doua casă, participând la toate întrunirile și împrietenindu-se cu membrii ei. Aceștia, la rândul lor, îl tratau cu cea mai mare stimă și i-au acordat suprema onoare: l-au făcut membru al Societății Regale.

Dacă Sorbière era demn de asemenea cinste e discutabil. Deși era un medic destul de cunoscut în vremea lui și un fel de om de litere, nu se considera un gânditor original. Chiar el spunea că este mai degrabă un „gornist“, decât un „soldat“ în „războiul culturii“<sup>2</sup>, un om care nu se laudă cu propriile idei, ci atrage atenția asupra invențiilor ingenioase ale altora, cu ajutorul vastei sale rețele de prieteni și corespondenți. Iar rețeaua era într-adevăr impresionantă, cuprinzând unele dintre cele mai de seamă personalități din Franța, filozofi și savanți din Italia, Țările de Jos și Anglia. Sorbière era genul de om cunoscut în cercurile de intelectuali din zilele noastre, cel pe care toată lumea

Îl cunoaște, dar nu se bucură de respectul tuturor. Gazdele sale erau însă mai îngrijorate de faptul că Sorbière era bun prieten cu Thomas Hobbes, pentru care făcea și traduceri în franceză și care era privit de Societate drept un subversiv primejdios și o amenințare la adresa religiei și a statului.

Dacă mărimile Societății Regale treceau cu vederea asemenea gafe și îl primeau în cercul lor, motivul era simplu: Sorbière se afla în plină ascensiune. În 1650, după anii de exil în Olanda, se întorsese în Franța și, patru ani mai târziu, a renunțat la credința protestantă, convertindu-se la catolicism. Într-o vreme când situația protestanților în Franța era tot mai precară, a fost o alegere înțeleaptă. Sorbière a ajuns protejatul cardinalului Mazarin, prim-ministrul lui Ludovic XIV, și a fost primit în cercul de apropiați ai regelui. I s-a acordat o rentă viageră și titlul de istoriograf al regelui; apoi a încercat să-și folosească influența în calitate de gentilom de rang înalt pentru a pune bazele unei academii de științe în Franța. Scopul călătoriei în Anglia a fost, printre altele, studierea Societății Regale, pentru a-și da seama dacă aceasta putea servi drept model pentru o instituție asemănătoare în Franța. Pentru savanții naivei Societăți Regale, aflați în permanentă căutare de protectori și oameni deschiși la pungă, Sorbière era emisarul strălucitoarei Curți a lui Ludovic XIV, adică omul care trebuia tratat cu mare considerație.

Dacă Oldenburg și confracții lui nădăjduiau să li se răsplătească onoarea pe care i-o acordaseră lui Sorbière, în scurt timp au rămas dezamăgiți. La doar câteva luni după ce s-a întors acasă, Sorbière a publicat un jurnal al experiențelor sale din Anglia deloc flatant pentru țara pe care abia o vizitase, lăsându-și fostele gazde cu gurile căscate. După el, Anglia suferea de un exces al libertăților religioase și al „spiritului republican“, ambele subminând religia încetățenită și autoritatea regală. Biserica oficială a Angliei, scria Sorbière, era probabil cea mai bună din puzderia de secte, întrucât „ierarhia sa inspiră oamenii respect față de cei care îi stăpânesc, fiind de folos monarhiei“.<sup>3</sup> Dar celelalte secte – prezbiterienii, independenții, quakerii,

socinienii, menoniții etc. – sunt roadele otrăvite ale toleranței excesive și nu-și au locul pe un tărâm pașnic.

E drept că Sorbière a fost generos cu laudele la adresa Societății Regale, și a vorbit cu admirație despre experimentele efectuate în sălile ei și despre modul politic în care se purtau dezbaterile acolo. A prezis chiar că „dacă proiectul înaintat al Societății Regale nu va fi cumva distrus“, atunci „vom vedea cum lumea întreagă va fi cuprinsă de admirație în fața unor asemenea savanți excepționali“.<sup>4</sup> Amănuntele relatării lui Sorbière erau însă departe de a fi măgulitoare. El susținea că Societatea era împărțită între discipolii celor doi filozofi francezi, Descartes și Gassendi, afirmație care jignea atât sentimentele patriotice ale englezilor, cât și principiile lor; Societatea Regală se mândrea că nu are în vedere decât natura, ocolind orice filozofie sistematică. Sorbière l-a insultat și pe protectorul Societății,<sup>5</sup> lordul Clarendon, cancelarul lui Carol II, scriind despre el că înțelegea aspectele juridice formale, dar cam atât, și „habar n-avea de literatură“. Cât despre matematicianul de la Oxford John Wallis (1616–1703), fondator al Societății și figură marcantă a ei, Sorbière spunea că înfățișarea sa îi provoca râsul, iar halena lui urât mirositoare „otrăvea conversația“.<sup>6</sup> Mai spunea că singura speranță pentru Wallis era să fie purificat de „aerul Curții de la Londra“.

Pentru inamicul de moarte al Societății, Thomas Hobbes, care mai era și dușmanul personal al lui Wallis, Sorbière avea însă doar cuvinte de laudă. Hobbes, scria el, era un bărbat politic și „galant“, un prieten al „capetelor încoronate“, în ciuda educației sale protestante.<sup>7</sup> Mai mult, susținea Sorbière, Hobbes era adevăratul urmaș al ilustrului Sir Francis Bacon, răposatul lord cancelar al Angliei și profet al noii științe – ceea ce era o sfidare în ochii mărimilor Societății Regale. Societatea îl venera pe Bacon ca pe un spirit călăuzitor și, în fond, ca pe un sfânt protector. Laudele aduse lui Hobbes nu puteau fi tolerate. După cum spunea Thomas Sprat, istoricul Societății, într-o replică la relatarea lui Sorbière, Hobbes nu semăna cu Bacon mai mult decât „un căruțaș cu Sfântul Gheorghe“.



Sorbière avea să plătească scump pentru ingratitudea față de gazdele sale engleze. Pesemne că nu i-a păsat de vorbele grele ale lui Sprat aruncate din îndepărtata Londră, dar nu putea ignora complicațiile de la Curtea regală din Paris. Franța se aliase cu Anglia în războiul împotriva Țărilor de Jos, iar lui Ludovic XIV nu-i convenea că tocmai cineva din entourageul său provoca fricțiuni diplomatice cu un aliat util. I-a retras imediat lui Sorbière titlul de istoriograf regal și l-a izgonit de la Curte. Deși surghiunul a fost anulat câteva luni mai târziu, nimic nu mai era la fel pentru Sorbière. A încercat în repetate rânduri să intre în grațiile regelui și, nereușind, s-a dus la Roma în căutarea protecției papei. A murit în 1670, fără a mai reuși să-și recâștige statutul și prestigiul de care se bucurase înaintea călătoriei în Anglia.

Deși scrisă într-un moment cum nu se poate mai nepotrivit pentru cariera lui Sorbière, *O călătorie în Anglia* exprimă opinii deloc surprinzătoare pentru un om aflat într-o asemenea poziție. La urma urmei, era unul dintre curtenii lui Ludovic XIV, regele răspunzător în cea mai mare măsură pentru instaurarea absolutismului monarhic în Franța, și a cărui idee despre guvernare se rezuma bine în cuvintele sale (pesemne apocrif) „L'état c'est moi“ (Statul sunt eu). În anii 1660, Ludovic concentra rapid puterea statului în mâinile sale și era pe cale să obțină un stat cu o unică religie, proces încheiat odată cu surghiunirea hughenotilor în 1685. Dacă ambiția Curții franceze era să creeze o națiune cu „un singur rege, o singură lege, o singură credință“ („un roi, une loi, une foi“), atunci fără îndoială că Sorbière a găsit puține dovezi în acest sens în Anglia. Englezii nu numai că suprimaseră adevărata credință catolică, dar nici măcar nu reușiseră s-o înlocuiască cu o singură religie proprie. O mulțime de secte subminau religia de stat, și astfel autoritatea regelui. Personaje care în timpul războiului civil manifestaseră tendințe republicane primejdioase ocupau acum poziții respectabile în Biserică și stat, în vreme ce Hobbes, un monarhist ferm a cărui filozofie venea în sprijinul „capetelor încoronate“, era marginalizat.

Lucrurile nu stăteau mai bine nici în privința manierelor englezilor. În Franța, apartenența la societatea Curții regale era cea mai înaltă aspirație socială și politică a oricărui bărbat sau oricărei femei care voia să iasă în evidență. Membrii acestei societăți exclusiviste se distingeau prin hainele elegante și maniere rafinate, toate menite să-i deosebească de oamenii de rând și să le marcheze superioritatea socială. Gazdele lui Sorbière nu erau prea interesate să urmeze exemplul francez. Unii – între care lordul Brouncker, președintele Societății Regale, și nobilul Robert Boyle – aparțineau înaltei aristocrații și aveau o educație pe măsura oricărui gentilom francez, ceea ce însă nu era cazul altora. Iar după cum o demonstra Wallis, absența politetei nu te împiedica să intri în înaltele cercuri intelectuale. Hobbes, dimpotrivă, își petrecuse toată viața printre aristocrați, le adoptase manierele și era deci pe placul lui Sorbière. Ridiculizându-l pe Wallis și laudându-l pe Hobbes, Sorbière nu-și exprima numai afinitățile personale, ci critica absența rafinamentului în societatea engleză și deplângea faptul că în Anglia Curtea nu dădea tonul cultural în țară, ca în Franța. Atunci când păturile de jos se amestecau cu cele de sus, iar neciopliți ca Wallis intrau în înalta societate, cum își mai puteau impune autoritatea Curtea și regele? Un asemenea amestec n-ar fi fost îngăduit niciodată la curtea Regelui Soare, confirmând părerea lui Sorbière că „un spirit republican“ periculos se furișă în societatea engleză.

După Sorbière, Hobbes întruchipa modelul omului rafinat: elegant în maniere, prieten și tovarăș al oamenilor de seamă, supus de o loialitate neclintită și filozof ale cărui idei susțineau domnia regilor. Wallis era opusul lui: necizelat, fost susținător al parlamentului, intrase în război cu regele, iar noul monarh îi oferise pe nedrept un loc de cinste. Nu-i de mirare că, în lunga dispută dintre Wallis și Hobbes, monarhistul francez a fost de partea lui Hobbes. Sorbière însă nu vorbește despre diferențele politice sau religioase dintre cei doi, ci despre cu totul altceva: „Cearta“, explică el, „se lega de dreapta indivizibilă a matematicienilor, o himeră despre care noi n-avem nici o idee.“<sup>68</sup> Pentru

Sorbière, totul se reducea la faptul că Wallis accepta noțiunea de indivizibili matematici, iar Hobbes (și Sorbière) nu. În asta consta diferența.

Faptul că un eseist politic care analiza instituțiile unei țări străine se concentra asupra unei noțiuni matematice obscure nu ni se pare acum doar surprinzător, ci de-a dreptul ciudat. Noțiunile matematicii superioare ni se par atât de abstracte și universale, încât nu pot fi relevante pentru viața culturală sau politică. Ele țin de domeniul experților și nu sunt pomenite de criticii culturii din zilele noastre, ca să nu mai vorbim de politicieni. Dar nu așa stăteau lucrurile la începutul epocii moderne, căci Sorbière nu era singurul nematematician preocupat de infinitul mic. De fapt, în vremea lui, gânditori și intelectuali europeni de diverse orientări religioase și politice pledau pentru lichidarea doctrinei indivizibililor și eliminarea ei din considerațiile filozofice și științifice. Chiar în anii când Hobbes se certa cu Wallis pe tema dreptei indivizibile în Anglia, Societatea lui Isus ducea propria ei luptă împotriva infinitului mic în țările catolice. În Franța, cunoștința lui Hobbes René Descartes, care inițial dovedise un mare interes pentru infinitezimale, s-a răzgândit și a eliminat noțiunea din filozofia sa atotcuprinzătoare. Chiar și în anii 1730 episcopul anglican George Berkeley își bătea joc de matematicieni pentru că foloseau infinitezimalele, numindu-le „fantomă ale cantităților defuncte“. Împotriva acestor cârcotași se alinaseră unii dintre cei mai mari matematicieni și filozofi ai timpului, care apărau utilizarea infinitului mic. Pe lângă Wallis, era vorba de Galilei și urmașii săi, Bernard Le Bovier de Fontenelle și Isaac Newton.

De ce oare infinitul mic devenise subiect de dispută pentru cele mai luminate minți de la începutul epocii moderne? Miza era de fapt mult mai mare decât o obscură noțiune matematică: se dădea o luptă pentru felul în care avea să arate lumea modernă. Două tabere se înfruntau pe tema infinitezimalului. De o parte se aflau forțele ierarhiei și ordinii – iezuiții, hobbesienii, oamenii de la Curtea regală franceză și reprezentanții înaltului

cler anglican. Ei credeau într-o ordine unitară și fixă a lumii, deopotrivă naturală și umană, și se opuneau cu strășnicie infini-  
tezimalelor. De cealaltă parte se găseau „liberalizatorii“ compa-  
ratiști precum Galilei, Wallis și newtonienii. Ei credeau într-o  
ordine pluralistă și flexibilă, care să accepte mai multe opinii  
și centre de putere, și apărau infinitezimalele și folosirea lor  
în matematică. Liniile de demarcație erau stabilite, iar victoria  
uneia din tabere avea să-și lase amprenta asupra lumii în seco-  
lele următoare.

### PROBLEMELE INFINITEZIMALELOR

Pentru a înțelege de ce conflictul legat de indivizibili a devenit atât de acut trebuie să privim mai îndeaproape noțiunea în sine, care pare simplă, dar e problematică. În cea mai simplă formă, doctrina susține că fiecare segment de dreaptă e alcătuit dintr-un șir de puncte, sau „indivizibili“, care sunt cărămizile constitutive ale segmentului și nu pot fi divizate. Intuitiv, pare plauzibil, dar rămân multe semne de întrebare. De pildă, dacă un segment e alcătuit din indivizibili, cât de mulți și cât de mari sunt ei? O posibilitate e să existe un număr foarte mare de asemenea puncte într-un segment, să zicem un miliard de miliarde. În acest caz, mărimea fiecărui indivizibil este o miliardime de miliardime din segmentul inițial, ceva într-adevăr foarte mic. Problema e că orice mărime strict pozitivă, chiar și una foarte mică, poate fi mereu divizată. Am putea, de pildă, să divizăm segmentul inițial în două părți egale, apoi să le divizăm pe fiecare într-un miliard de miliarde de părți, ajungând la segmente a căror dimensiune e jumătate din cea a „indivizibililor“ inițiali. Așadar, presupușii noștri indivizibili sunt de fapt divizibili, iar ipoteza că ei sunt atomi ireductibili ai segmentului continuu e falsă.

Cealaltă posibilitate e ca într-un segment să nu fie un „număr foarte mare“ de indivizibili, ci un număr infinit. Dar dacă fiecare dintre acești indivizibili are o mărime strict pozitivă, atunci

punând cap la cap un număr infinit de indivizibili ajungem la o lungime infinită, ceea ce contrazice presupunerea că segmentul e finit. Trebuie deci să conchidem că indivizibilii n-au o mărime strict pozitivă, adică mărimea lor e zero. Din păcate, după cum știm,  $0 + 0 = 0$ , ceea ce înseamnă că oricâți indivizibili de mărimea zero am aduna, mărimea lor însumată va fi tot zero, și nu vom ajunge niciodată la lungimea segmentului inițial. Și în acest caz presupunerea noastră că segmentul continuu e compus din indivizibili ne duce la o contradicție.

Grecii antici cunoșteau bine aceste probleme, iar filozoful Zenon din Elea (secolul V î.Cr.) le-a prezentat într-o serie de paradoxuri cu nume pitorești. „Ahile și broasca țestoasă“, de pildă, demonstrează că Ahile cel iute de picior nu va ajunge niciodată din urmă broasca țestoasă, chit că aceasta e mult mai lentă, dacă Ahile trebuie să străbată întâi o jumătate din distanța care îi separă, apoi un sfert, o optime etc. Din experiență, știm totuși că Ahile își ajunge din urmă concurentul mai lent, ceea ce conduce la un paradox. Paradoxul „Săgeții“ lui Zenon spune că un obiect care umple un spațiu egal cu el însuși se află în repaus. Acest lucru e valabil pentru o săgeată în fiecare moment al zborului ei, dar ajungem la concluzia paradoxală că săgeata nu se mișcă. Deși aparent simple, problemele lui Zenon, bazate pe contradicțiile inerente provocate de indivizibili, se dovedesc extrem de greu de rezolvat.

Dar dificultățile nu se opresc aici, fiindcă doctrina indivizibililor se lovește și de faptul că unele mărimi sunt incomensurabile în raport cu altele. Să considerăm, de pildă, două segmente cu lungimile de 3 și 5. Evident, lungimea 1 e cuprinsă exact de trei ori în segmentul scurt și de 5 ori în cel lung. Pentru că e cuprinsă de un număr întreg de ori în ambele, numim lungimea 1 măsura comună a segmentelor de lungime 3 și 5. În mod asemănător, să considerăm segmente cu lungimile de  $3\frac{1}{2}$  și  $4\frac{1}{2}$ . În acest caz măsura comună e  $\frac{1}{2}$ , care este cuprinsă de 7 ori în  $3\frac{1}{2}$  și de 9 ori în  $4\frac{1}{2}$ . Dar metoda nu mai e valabilă dacă luăm în considerare latura unui pătrat și diagonala lui. În termeni

moderni am spune că raportul dintre cele două segmente este  $\sqrt{2}$ , care e un număr irațional. Anticii se exprimau altfel, demonstrând că cele două segmente n-au o măsură comună sau că sunt „incomensurabile“. Adică indiferent de câte ori împarți fiecare segment, sau cât de fin le tranșezi, nu vei ajunge niciodată la o mărime care să fie măsura lor comună. De ce sunt incomensurabilele o problemă pentru indivizibili? Pentru că, dacă segmentele sunt compuse din indivizibili, atunci mărimea acestor atomi matematici este o măsură comună pentru oricare două segmente. Dar dacă două segmente sunt incomensurabile, atunci nu există o componentă comună a lor, deci nu există atomi matematici sau indivizibili.

Descoperirea acestor paradoxuri de către Zenon din Elea și pitagoricieni în secolele V și VI î.Cr. a schimbat cursul matematicii în Antichitate. De atunci înainte, matematicienii clasici nu și-au mai bătut capul cu infinitul mic, ci s-au concentrat asupra deducțiilor clare și sistematice din geometrie. Platon (cca 428–348 î.Cr.) a deschis calea, făcând din geometrie modelul gândirii raționale în sistemul său și (după cum spune tradiția) a pus deasupra intrării în Academia sa inscripția „Să nu intre cine nu e geometru“. Aristotel (cca 384–323 î.Cr.), discipolul său, vedea altfel lucrurile în multe privințe, dar era și el de acord că infinitezimalele trebuie evitate. Într-o analiză amănunțită a paradoxurilor continuumului din Cartea a VI-a a *Fizicii*, conchide că noțiunea de infinitezimale e falsă și că mărimile continue pot fi divizate la infinit.

Respingerea infinitezimalelor ar fi fost decisivă dacă n-ar fi apărut contribuția remarcabilă a celui mai mare matematician al Antichității, Arhimede din Siracuză (cca 287–212 î.Cr.). Conștient de riscurile pe care și le asuma, Arhimede a ales să ignore, cel puțin provizoriu, paradoxurile infinitului mic, arătând ce instrument matematic puternic putea fi această noțiune. Pentru a calcula volumele cuprinse în cercuri, cilindri sau sfere, el le-a împărțit într-un număr infinit de suprafețe paralele, iar apoi a însumat ariile suprafețelor pentru a ajunge la rezultatul