

1. Multimi de numere. Relația $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

Recapitulez și exersez*

Multimi de numere

$0; 14; 203; \square; \square$ sunt numere naturale.

$142; -57; 0; \square; \square$ sunt numere întregi.

$1,3; \frac{4}{5}; -7; \square; \square$ sunt numere raționale.

$\sqrt{2}; -1,6; 15; \square; \square$ sunt numere reale.

Forme echivalente de scriere a unui număr

$$\frac{4}{3} = \frac{12}{9} = 1 \frac{\square}{\square} = 1,(\square) \quad \text{fracție zecimală periodică simplă}$$

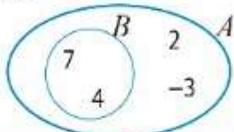
$$1,3(5) = 1 + \frac{35}{90} = \square \quad \text{fracție zecimală periodică mixtă}$$

Relații

- Apartenență
- Incluziune
- Divizibilitate

Dacă $A = \{2; -3; 4; 7\}$ și $B = \{4; 7\}$, atunci:

$2 \in A; 1 \square A; \square \in A; \square \notin A$.
 $\{4; \square\} \subset \{2; -3; \square; 7\}; B \square A$.
 $\{0; 1; 2\} \subset \{0; 1; \square; \square\}$



$255 = 12 \cdot 21 + \square$; de aceea, 255 nu este divizibil cu 12.
 255 are ultima cifră 5: deducem că 255 este divizibil cu \square .
 Suma cifrelor lui 255 este \square ; deducem că 255 este multiplu de \square .

Explorez, aplic, rezolv

1. Subliniază numerele naturale pare: 1 352, 1 723, 756, 1 234, 458, 7 977.
2. Subliniază numerele întregi divizibile cu 3: 123, -1 136, 5 499 081, -9 980 863.
3. Subliniază numerele întregi divizibile cu 5: 72 325, -423 750, 897 984, -241 600.
4. Scrie multimea divizorilor naturali pentru: a) 23; b) 30; c) 24; d) 36.
5. Scrie toți multiplii pozitivi ai lui 6 mai mici decât 50.

* Pentru o recapitulare eficientă, completează casetele!

1. Multimi de numere. Relația $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

A1

Am înțeles?

Data

1a
Proba



1. Marchează A sau F dacă propoziția este adevărată, respectiv falsă:

a) $\frac{0}{3} \in \mathbb{N}$ b) $-\sqrt{18} \in \mathbb{Q}$

c) $-4,3 \in \mathbb{Q}$ d) $2,(3) \in \mathbb{R}$

2. a) $11,(36)$ se scrie sub formă fracționară

b) $\frac{-7}{4}$ se scrie sub formă zecimală

3. Determină:

a) c.m.m.d.c. al numerelor 240 și

b) c.m.m.m.c. al numerelor 150 și 36.

Exercițiu suplimentar, notițe, calcule



Clasa a VIII-a

✓ Am învățat și am recapitulat:
 recunoașterea elementelor mulțimilor de numere, forme echivalente de scriere a unui număr rațional;
 calculul divizorilor și multiplilor comuni.

Nume:



Explorez... surprize matematice

- 3** Ana a scris pătratele unor numere naturale consecutive și a observat o regulă de creștere a acestora:

n	0	1	2	3	4	5	6
n^2	0	1	4	9	16	25	36

$+1$ $+3$ $+5$ $+7$

Completează pe tabelul de mai sus calculele care arată relațiile cu ultimele două numere.

Cu cât diferă pătratul lui 99 de pătratul lui 100?

- 4** Din tabelul scris de Ana și din relațiile deduse de ea, obținem următoarele egalități:

$$1 = 1^1$$

$$1+3 = 2^2$$

$$1+3+5 = 3^2$$

$$1+3+5+7 = 4^2$$

Observă și completează!

Următoarea egalitate de acest tip este:

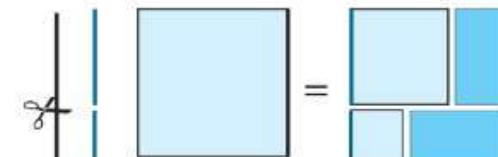
Putem deduce că: $1 + 3 + 5 + \dots + 1001 = \dots$

Explorez... povești istorice

Formule de calcul prescurtat

Unele formule de calcul din această unitate au o istorie fascinantă. În particular, diferența de pătrate și pătratul unui binom au fost cunoscute și aplicate de foarte mult timp. Matematicienii din Grecia Antică cunoșteau formula păratului de binom. În celebrul tratat de geometrie "Elementele", scris de Euclid, apare următoarea formulare:

Dacă un segment este tăiat la întâmplare, aria păratului construit pe întregul segment este egală cu suma ariilor păratelor construite pe cele două părți, plus de două ori aria dreptunghiului format de segmente.



În limbaj cotidian, formularea de mai sus spune că $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$, adică exprimă geometric formula păratului de binom.

Formularea de mai sus este explicabilă prin faptul că, pentru matematicienii din Grecia Antică, "numere" erau doar numerele naturale, adică 1, 2, 3, ...; ceea ce noi denumim acum numere reale erau gândite ca mărimi geometrice și rezultau ca urmare a considerării unor rapoarte (implicit, prin măsurare).

Formula diferenței de pătrate a fost folosită chiar și mai de timpuriu, de către babilonieni. Sistemul lor de numerație, ce utiliza numere în baza 60, nu permitea efectuarea rapidă a înmulțirilor. Babilonienii aveau însă tabele cu diverse calcule, în particular tabele cu pătratele numerelor naturale de la 1 la 59, aşa cum arată tăblile de lut găsite la Senkerah, în 1854. Ei foloseau aceste tabele și formula care, în limbaj modern, s-ar scrie $a \cdot b = \frac{(a+b)^2 - (a-b)^2}{4}$, pentru a efectua înmulțiri.

Verifică dacă ai înțeles!

- 1.** Demonstrează formula: $a \cdot b = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$.

- 2.** Pentru a înțelege cum calculau babilonienii produsul a două numere naturale, Ema a alcătuit un tabel de pătrate perfecte.

n	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
n^2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841

Folosește tabelul Emei pentru a calcula următoarele produse, efectuând doar scăderi: 49×7 ; 49×9 ; 45×5 .

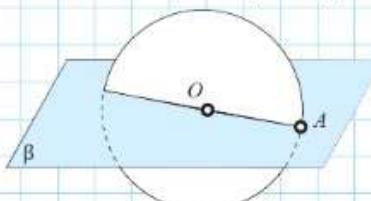


22b
Proba

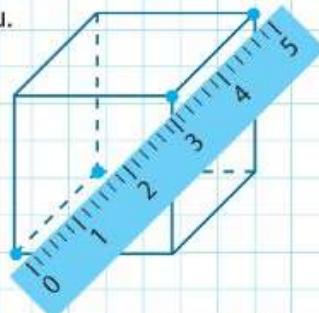
Știu să rezolv?

Data

- 1 Centrul O și punctul A ale unui cerc se află în planul β . Demonstrează că punctul diametral opus lui A pe acest cerc se află și el în planul β .



- 2 Tic a reprezentat un cub și a constatat, pe desenul realizat, că patru dintre vârfuri sunt coliniare. Sunt aceste vârfuri coliniare și în realitate, pe cub? Justifică răspunsul tău.



- 3 Adevarat sau fals? Marchează căsuța corespunzătoare! Dacă punctele M și N aparțin planului p , iar D este un alt punct astfel că $MN = 5 \text{ cm}$, $MD = 8 \text{ cm}$, $ND = 3 \text{ cm}$, atunci putem deduce că $D \in p$.

A F

Am învățat și am recapitulat:
 utilizarea convențiilor de desen și notație;
 elementele unui cerc; puncte diametral opuse.

Clasa a VIII-a

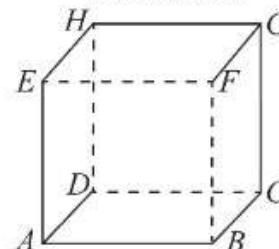
Nume: _____

- 4 Reprezintă printr-un desen: planul q , punctele A și B din planul q și dreapta AC , care nu este inclusă în planul q .

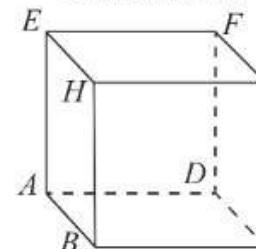
- 5 Reprezintă prin desen: planul α , dreapta MN inclusă în acest plan și dreapta NP , care nu este inclusă în planul α . Notează corespunzător elementele figurii.

- 6 Observă desenele realizate de elevi pentru cubul $ABCDEFGH$ și decide dacă au fost respectate convențiile de desen și de notație.

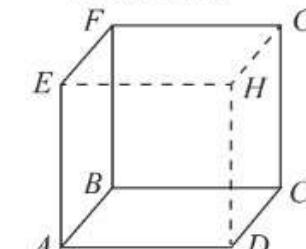
Desenul Anei:



Desenul lui Geo:



Desenul Lizei:



- 7 Planul p conține punctele necoliniare A, B și C , iar M este mijlocul segmentului AB .

- a) Justifică dacă $M \in p$.

- b) Notăm cu G centrul de greutate al triunghiului ABC . Demonstrează că $G \in p$.

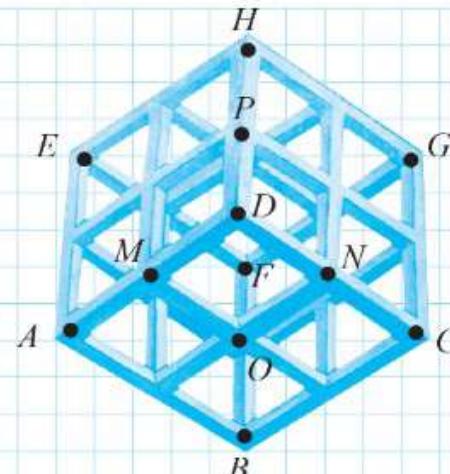
- 8 Domnul Popescu și-a renovat apartamentul. Explică de ce a fost suficient ca fiecare bucătă a plintei de pe marginea parchetului să fie fixată în două șuruburi, pentru ca aceasta să se „ipească” perfect de perete.



- 9 Câteva țevi de apă, în formă de L, sunt montate pe un perete. Justifică de ce, pentru a rămâne fixată pe perete, este suficient ca fiecare țeavă să fie prină prin 3 coliere.



Explorez... surpreze matematice



- 7 Arată că dreptele EO și CG sunt concurente.
- 8 Ce lungime are proiecția segmentului PF pe planul (OMN) ?
- 9 Stabilește poziția dreptei OH față de planul (MNP) .
- 10 Calculează măsura unghiului planelor (PMO) și (ABC) .
- 11 Calculează tangenta unghiului format de dreapta PO cu planul (EFG) .

Compune și rezolvă alte probleme folosind configurația de cuburi de mai sus.

Autoevaluare

.....

Clasa a VIII-a

Nume:

Explorez... scheme de gândire

Pentru succesul tău în rezolvarea problemelor, completează schemele, apoi aplică raționamentele în rezolvarea problemelor de mai jos.

Tehnici de lucru pentru demonstrarea paralelismului	Două drepte sunt paralele dacă:	O dreaptă este paralelă cu un plan dacă:	Două plane sunt paralele dacă:
	<ul style="list-style-type: none"> • sunt fiecare dintre ele paralele cu o a treia dreaptă • sunt dreptele de intersecție a două plane paralele cu 	<ul style="list-style-type: none"> • dreapta este paralelă cu o dreaptă din plan • dreapta este conținută 	<ul style="list-style-type: none"> • există două drepte concurente din primul plan, paralele cu al doilea plan • sunt fiecare dintre ele perpendiculare pe
Tehnici de lucru pentru demonstrarea perpendicularității	Două drepte sunt perpendiculare dacă:	O dreaptă este perpendiculară pe un plan dacă:	Două plane sunt perpendicularăe dacă:
	<ul style="list-style-type: none"> • una dintre ele este perpendiculară pe un plan ce conține cealaltă dreaptă • 	<ul style="list-style-type: none"> • dreapta este perpendiculară pe două drepte concurente din planul dat • dreapta este paralelă cu o dreaptă 	<ul style="list-style-type: none"> • unul dintre ele conține o dreaptă perpendiculară pe celălalt • măsura unuia dintre unghiiurile diedre formate de cele două plane este

Gândind la schemele de mai sus, problemele următoare se rezolvă mai ușor!

1. O dreaptă este paralelă cu o muchie a unui cub. Cu câte alte muchii ale cubului mai este ea paralelă?
2. În tetraedrul $MATE$ punctele B, C, D, F, G, H sunt mijloacele muchiilor: AM, AT, TE, ME, MT , respectiv AE .
 - a) Demonstraază că $BCDF$ și $FGCH$ sunt paralelograme.
 - b) Identifică un alt paralelogram, analog celor anterioare.
 - c) Arată că dreptele BD, CF, GH sunt concurente.



Testul 1

SUBIECTUL I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

5p

1. Patru elevi calculează media aritmetică a numerelor $6\sqrt{3}$, $\sqrt{12}$, $\sqrt{3}$, $-22\sqrt{3}$ și obțin rezultatele înregistrate în tabelul alăturat. Dintre cei patru elevi, cel care a calculat corect media aritmetică a celor trei numere este:

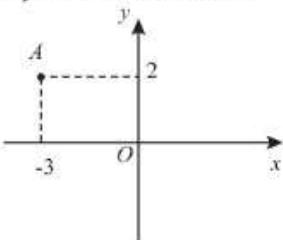
- A) Alin
- B) Dana
- C) Vlad
- D) Ioana

Alin	$-12\sqrt{3}$
Dana	$-3\sqrt{3}$
Vlad	$-4\sqrt{3}$
Ioana	$3\sqrt{3}$

5p

2. În figura alăturată este reprezentat punctul A , într-un sistem de axe perpendiculare xOy . Simetricul punctului A față de originea O a sistemului xOy , are coordonatele:

- A) (3, 2)
- B) (-3, -2)
- C) (3, -2)
- D) (-3, 2)



5p

3. Patru elevi au scris pe caiet cele mai mici 5 numere naturale prime. În tabelul de mai jos sunt prezentate răspunsurile lor. Dintre cei patru elevi, cel care a scris corect primele 5 numere prime, este:

- A) Mihai
- B) Daniela
- C) Andreea
- D) Oana

Mihai	0, 1, 3, 5, 7
Daniela	1, 2, 3, 5, 7
Andreea	2, 3, 5, 7, 9
Oana	3, 5, 7, 9, 11

5p

4. Dacă $|x-3|<1$, atunci x aparține intervalului:

- A) (2, 3)
- B) (-1, 3)
- C) (2, 4)
- D) (1, 3)

5p

5. La un concurs de matematică au participat 25 de elevi. Situația punctajelor obținute este dată procentual în tabelul alăturat. Conform tabelului, numărul de elevi care au obținut cel puțin 80 de puncte este egal cu:

Număr de puncte	20-49	50-79	80-99	100
Procentajul	8%	28%	48%	16%

- A) 12
- B) 14
- C) 16
- D) 15

5p

6. Daria afirma că $15 - \frac{15}{16} = 15 \cdot \frac{15}{16}$. Afirmația Dariei este:

- A) adevarată
- B) falsă

