

Cuprins

	Proba a/ Pag	Proba b/ Pag	Test a/ Pag	Test b/ Pag
Cum poate fi utilizată această carte?	3			
O invitație pentru elevi	4			
Unitatea de învățare 5: Cercul	5			
1. Cercul; elemente ale cercului	5	P1/ 5	P1/ 6	
2. Unghi la centru. Unghi încris în cerc. Măsuri de unghiuri	7	P2/ 7 P3/ 9	P2/ 8 P3/ 10	
3. Coarde congruente și arce congruente în cerc	11	P4/ 11 P5/ 13	P4/ 12 P5/ 14	
4. Distanța de la centrul cercului la o coardă	15	P6/ 15	P6/ 16	
5. Poligoane regulate înscrise în cerc	17	P7/ 17 P8/ 19	P7/ 18 P8/ 20	
6. Tangente la cerc	21	P9/ 21	P9/ 22	
7. Lungimea cercului; aria discului	23	P10/ 23 P11/ 25	P10/ 24 P11/ 26	
Unitatea de învățare 5. Sinteză	27		T5/29	T5/30
Unitatea de învățare 6: Asemănarea triunghiurilor	31			
1. Segmente proporționale	31	P12/ 31	P12/ 32	
2. Paralele echidistante. Aplicații	33	P13/ 33	P13/ 34	
3. Teorema lui Thales. Reciproca teoremei lui Thales	35	P14/ 35 P15/ 37	P14/ 36 P15/ 38	
4. Triunghiuri asemenea	39	P16/ 39	P16/ 40	
5. Teorema fundamentală a asemănării	41	P17/ 41 P18/ 43	P17/ 42 P18/ 44	
6. Criterii de asemănare a triunghiurilor: L.L.L.	45	P19/ 45	P19/ 46	
7. Criterii de asemănare a triunghiurilor: L.U.L.	47	P20/ 47 P21/ 49	P20/ 48 P21/ 50	
8. Criterii de asemănare a triunghiurilor: U.U.	51	P22/ 51 P23/ 53	P22/ 52 P23/ 54	
9. Perimetre și arii în triunghiuri asemenea	55	P24/ 55	P24/ 56	
Unitatea de învățare 6. Sinteză	57		T6/ 59	T6/ 60

	Proba a/ Pag	Proba b/ Pag	Test a/ Pag	Test b/ Pag
Unitatea de învățare 7: Ecuații și sisteme de ecuații	61			
1. Transformarea unei egalități într-o egalitate echivalentă; identități	61	P25/ 61	P25/ 62	
2. Ecuații de forma $ax + b = 0$, unde $a, b \in \mathbb{R}$	63	P26/ 63 P27/ 65	P26/ 64 P27/ 66	
3. Sisteme de ecuații liniare cu două necunoscute. Metoda reducerii	67	P28/ 67 P29/ 69	P28/ 68 P29/ 70	
4. Sisteme de ecuații liniare cu două necunoscute. Metoda substituției	71	P30/ 71	P30/ 72	
5. Probleme care se rezolvă prin ecuații sau sisteme	73	P31/ 73 P32/ 75	P31/ 74 P32/ 76	
Unitatea de învățare 7. Sinteză	77		T7/ 79	T7/ 80
Test DoWin 1	81			
Unitatea de învățare 8: Relații metrice în triunghiul dreptunghic	83			
1. Segmente proporționale în triunghiul dreptunghic	83	P33/ 83 P34/ 85	P33/ 84 P34/ 86	
2. Teorema lui Pitagora și reciprocă; aplicații	87	P35/ 87 P36/ 89	P35/ 88 P36/ 90	
3. Rapoarte constante în triunghiul dreptunghic	91	P37/ 91 P38/ 93	P37/ 92 P41/ 94	
4. Rezolvarea triunghiului dreptunghic	95	P39/ 95	P39/ 96	
5. Relații metrice în poligoane regulate	97	P40/ 97 P41/ 99	P40/ 98 P41/ 100	
6. Aproximarea distanțelor, în situații practice, folosind relații metrice	101	P42/101	P42/102	
Unitatea de învățare 8. Sinteză	103		T8/105	T8/105
Unitatea de învățare 9: Organizarea datelor	107			
1. Produsul cartezian a două mulțimi nevid	107	P43/107	P43/108	
2. Sisteme de axe ortogonale în plan	109	P44/109	P44/110	
3. Distanța dintre două puncte din plan	111	P45/111	P45/112	
4. Reprezentarea și interpretarea unor dependențe funcționale prin tabele, diagrame și grafice; poligonul frecvențelor	113	P46/113 P47/115	P46/114 P47/116	
Unitatea de învățare 9. Sinteză	117		T9/119	T9/120
Test DoWin 2	121			
Răspunsuri	124			



7. Lungimea cercului; aria discului

7. Lungimea cercului; aria discului

Îmi amintesc

- Lungimea unui cerc cu raza r este egală cu $2\pi r$.

Numărul π este un număr irațional, aproximativ egal cu $\boxed{3,14}$.

Cercul cu raza de 2 cm are lungimea de $\boxed{12,56}$ cm.

- Lungimea unui arc de cerc este direct proporțională cu măsura arcului.

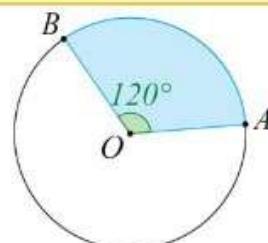
Arcul de cerc cu raza de 2 cm, care corespunde unui unghi de 120° are lungimea de $\boxed{6,28}$ cm.

- Aria discului de rază r este πr^2 .

Discul este o formă geometrică care conține punctele de pe cerc și punctele din $\boxed{\text{interior}}$ cercului.

- Aria unui sector de cerc este direct proporțională cu măsura arcului care îi corespunde.

Sectorul de cerc cu raza de 2 cm, care corespunde unui unghi de 120° are aria de $\boxed{12,56}$ cm².



Explorez, aplic, rezolv

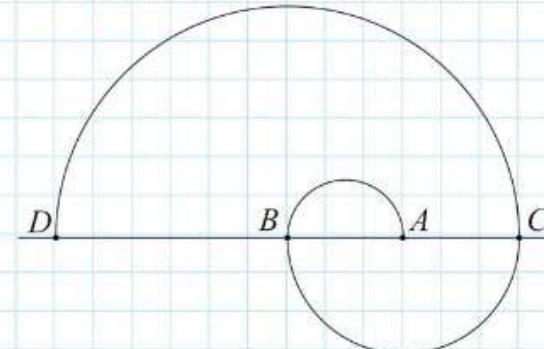


- Determină raza unui cerc care are lungimea de:
 - 7π cm;
 - 10π m;
 - aproximativ 15,70 dm.
- Prin ce diferă și prin ce se asemănă măsura unui arc de cerc și lungimea unui arc de cerc? Explică.
- Raportul razelor a două cercuri este $\frac{2}{5}$. Află raportul lungimilor cercurilor.
- Lungimea unui arc de cerc cu măsura de 210° este 14π cm. Află raza cercului din care provine arcul.

Am înțeles?

Data

Spirala de mai jos este formată din 3 semicercuri, iar latura pătrățelor este de 5 mm.



1 Determină lungimea arcului AB .



2 Determină lungimea arcului BC .



3 Determină lungimea spiralei.

Exercițiu suplimentar, notițe, calcule

Știu să determin lungimea cercului și lungimea arcului de cerc:

FOARTE BINE

BINE

SATISFĂTOR

PREA PUTIN



Nume

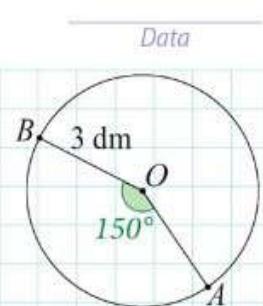
Clasa
a VII-a



10b
Proba

Stiu să rezolv?

- 1 Află lungimile celor două arce de cerc determinate de punctele A și B din figura alăturată.



- 2 Lungimea unui cerc este $32,60\pi$ cm. Află raza cercului.



- 3 Terenul din figura alăturată a fost format prin alipirea unui pătrat de un semicerc. Calculează perimetru terenului.


 Exercițiu suplimentar, notițe, calcule


Stiu să rezolv probleme în care folosesc lungimea cercului și lungimea arcului de cerc:

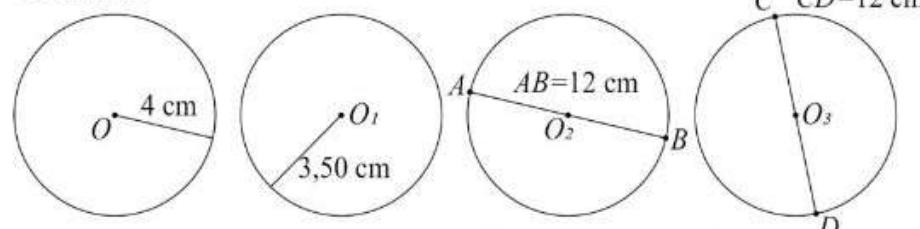
FOARTE BINE

BINE

SATISFĂTOR

PREA PUTIN

5. Completează tabelul de mai jos după modelul dat, exprimând lungimile în centimetri.



	Raza cercului	Diametrul cercului	Lungimea cercului
Cercul cu centrul în O	4 cm	$2 \cdot 4 \text{ cm} = 8 \text{ cm}$	$2\pi \cdot 4 \text{ cm} = 8\pi \text{ cm}$
Cercul cu centrul în O_1			
Cercul cu centrul în O_2			
Cercul cu centrul în O_3			

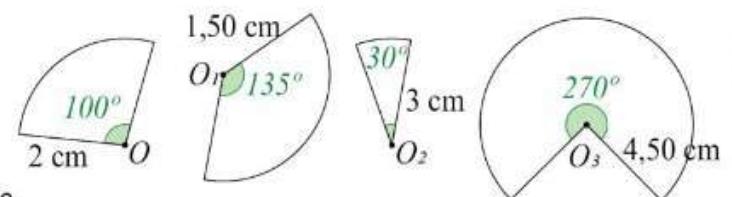
Completează spațiile din textul de mai jos:

Valoarea rotunjită la cea mai apropiată sutime a lungimii cercului de centru O este

Valoarea aproximată prin lipsă cu o sutime a lungimii cercului de centru O_1 este

Valoarea aproximată prin adăos cu o zecime a lungimii cercului de centru O_2 este

6. Completează tabelul de mai jos, calculând în centimetri valoarea exactă a lungimii arcului de cerc în fiecare din situațiile din desen.



	Raza cercului	Măsura arcului	Lungimea arcului
Cercul cu centrul în O			
Cercul cu centrul în O_1			
Cercul cu centrul în O_2			
Cercul cu centrul în O_3			

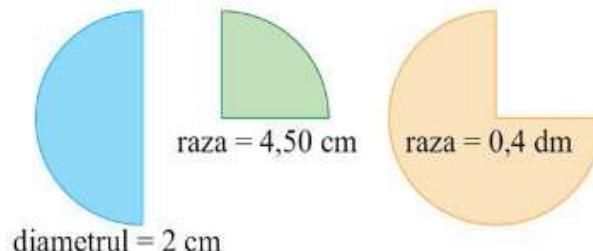
7. Exprimă în centimetri pătrați:

- aria discului de rază 4 cm;
- aria discului de diametru 6 cm.

8. Exprimă în metri pătrați, apoi aproximează prin lipsă la sutimi:

- aria discului cu raza de 2 m
- aria discului cu diametrul de 24 dm.

9. Calculează aria fiecărei figură din imaginea alăturată.



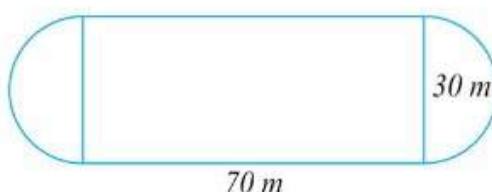
10. Află aria unui sector de cerc cu raza de 4,20 cm care corespunde unui arc cu măsura de 30° . Determină atât valoarea exactă a ariei cât și valoarea rotunjită la zecimi a acesteia.

11. Estimează de câte ori se poate înfășura un cablu electric de 60 m pe un tambur cu diametrul de 290 mm.



12. Mati are un proiect la matematică și în cadrul acestui proiect trebuie să determine raza unui bazin circular. Bazinul este adânc și umplut cu apă, de aceea Mati nu poate măsura direct raza (sau diametrul) acestuia. Explică-i lui Mati ce trebuie să facă pentru a determina raza bazinului, fără să se ude!

13. Află perimetrul terenului de sport din figura alăturată. (Terenul este delimitat de un dreptunghi și de două semicercuri.)



Am înțeles?

Data _____

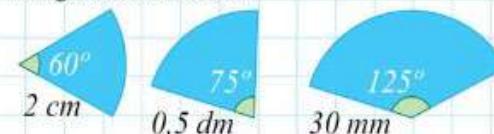
11a
roba



1 Calculează aria discului de rază cm.

2 Calculează aria discului cu diametru 22 m.

3 Calculează aria fiecărui sector de cerc din imaginea alăturată.



Exercițiu suplimentar, notițe, calcule

Știu să determin aria unui disc și aria unui sector de cerc.

FOARTE BINE BINE SATISFĂTOR PREA PUTIN

Nume _____



Clasa
a VII-a



11b

Proba



Stiu să rezolv?

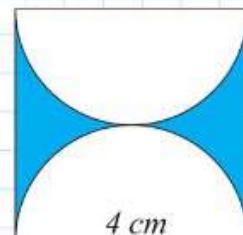
Data _____

- 1** Raportul ariilor a două discuri este .

Determină raportul razelor celor două discuri.

- 2** Află măsura arcului corespunzător unui sector de cerc cu aria de $3\pi \text{ cm}^2$, știind că raza cercului este 6 cm.

- 3** Calculează aria suprafeței marcate prin culoare, determinată de două semicercuri.



Exercițiu suplimentar, notițe, calcule



Stiu să rezolv probleme în care folosesc aria discului și aria sectorului de cerc.

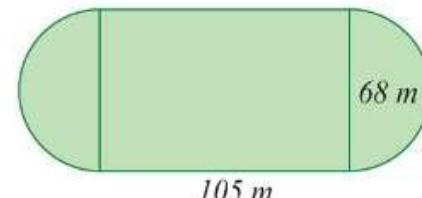
FOARTE BINE BINE SATISFĂCĂTOR PREA PUSIN

Clasa
a VII-a

Nume _____

- 14.** Calculează aria stadionului Cluj Arena.

În figura alăturată sunt precizate dimensiunile stadionului.

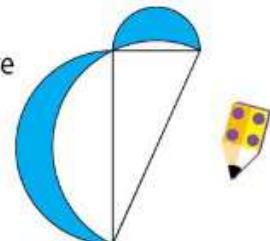


105 m

68 m

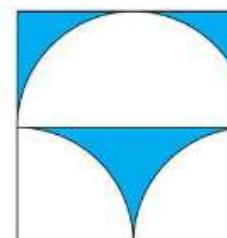
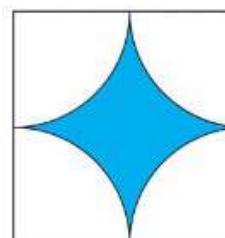
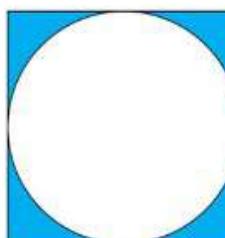
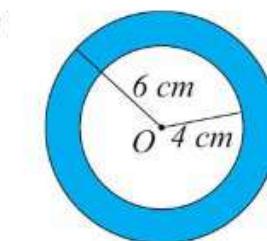
- 15.** În imaginea alăturată este reprezentat un triunghi dreptunghic și trei semicercuri ce au drept diametre laturile triunghiului. Demonstrează că aria suprafeței marcate prin culoare este egală cu aria triunghiului dreptunghic. *Figurile cuprinse între semicercul mare și semicercurile mici (adică, figurile marcate prin culoare) se numesc lunulele lui Hipocrate.*

[Hipocrate din Chios (470 î.e.n. – 410 î.e.n.) – geometru și astronom din Grecia Antică].

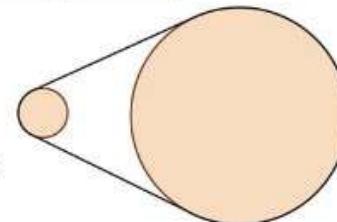
6 cm
O 4 cm

- 16.** Calculează aria coroanei circulare (marcate prin culoare) din imaginea alăturată.

- 17.** Calculează aria fiecărei suprafețe colorate din imaginea de mai jos. Toate figurile au fost construite într-un pătrat cu latura de 6 cm.



- 18.** Figura alăturată prezintă un angrenaj cu curea de transmisie. Știind că cele două roți au razele de 6 cm, respectiv de 1 cm, iar distanța dintre centrele lor este de 10 cm, calculează lungimea curelei de transmisie.



Unitatea de învățare 7. Sinteză

Învăț să redactez!

Determină valorile lui x, y și z , știind că $x + y = 8,7$, $y + z = 11,8$ și $z + x = 3,3$.

Cum redactăm

Adunăm cele trei egalități membru cu membru, apoi împărțim egalitatea obținută la 2:



$$2x + 2y + 2z = 23,8$$

$$x + y + z = 11,9$$

Din relația anterioară și din prima egalitate din enunț avem:



$$x + y + z = 11,9 \Rightarrow (x + y) + z = 11,9 \Rightarrow$$

$$8,7 + z = 11,9, \text{ deci } z = 11,9 - 8,7 = 3,2.$$

Analog:



$$x + 11,8 = 11,9, \text{ deci } x = 11,9 - 11,8 = 0,1.$$

$$y + 3,3 = 11,9, \text{ deci } y = 11,9 - 3,3 = 8,6.$$

Am obținut: $x = 0,1$; $y = 8,6$ și $z = 3,2$.

Câteva sugestii utile

Explic ce transformări echivalente folosesc pentru a obține noi relații.

Prin modul în care prezint calculele, sugerez faptul că am folosit asociativitatea adunării numerelor reale.

Nu este nevoie să reiau toate detaliile demonstrației: cuvântul "analog" arată că procedez la fel și pentru aflarea celorlalte necunoscute.

Aplic aceeași strategie!

1. Tic și Geo au împreună 72 lei, Geo și Mati au împreună 107 lei, iar Tic și Mati au împreună 89 lei. Află ce sumă de bani are fiecare copil.
2. Rezolvă următorul sistem alcătuit din trei ecuații liniare, cu trei necunoscute: $\begin{cases} a+b=2\sqrt{3} \\ b+c=\sqrt{27} \\ c+a=\sqrt{75} \end{cases}$
3. Într-un paralelipiped dreptunghic, trei dintre fețe au perimetrele de 26 cm, 22 cm, respectiv 16 cm. Calculează dimensiunile paralelipipedului.

Explorez... surprize matematice

7
F
isa
mini-project



- 1 Considerăm sistemul de două ecuații și nouă necunoscute:

$$\begin{cases} a+b+c=d+e+f \\ a+b+c=g+h+i \end{cases}$$

Tic a găsit o soluție în care valorile necunoscute sunt numerele 1, 2, 3, ..., 9, într-o anumită ordine. Determină și tu o soluție a sistemului cu această proprietate.

- 2 O cutie pentru cadouri poate fi legată cu o panglică în unul din cele 3 moduri descrise în imagine. Ce dimensiuni are cutia, dacă panglicile utilizate au măsurat 3 m, 3,40 m, respectiv 3,80 m, iar pentru fundă se folosesc, de fiecare dată, câte 20 cm de panglică?





Explorez... surprize matematice

- 3** Mati a scris pe tablă un număr N , de cinci cifre. Ana a copiat pe caiet numărul N și a scris cifra 1 înaintea acestuia (adică a scris numărul $1N$), iar Geo a scris cifra 1 la sfârșitul numărului N (adică a scris $N1$). Mati a observat că raportul numerelor obținute de colegii săi este 3. Ce număr a scris Mati?

- 4** Inventează o problemă care se rezolvă prin sistemul: $\begin{cases} 2x + 3y = 2600 \\ 1,5x + 2,75y = 2200 \end{cases}$



Explorez... povești istorice

Idea de ecuație apare foarte devreme în istoria cunoașterii umane și în foarte multe locuri. Probleme care presupuneau rezolvarea unor ecuații găsim în papirusurile egiptene antice, în lucrările babiloniene, în China îndepărtată, în lumea arabă sau în Grecia antică. Interesul și nevoia de a rezolva ecuații s-au păstrat până în zilele noastre.

Ecuația – ca egalitate între două expresii ce conțin elemente de aceeași natură, dintre care unele sunt cunoscute iar altele sunt necunoscute, adevărată numai atunci când elementele necunoscute sunt înlocuite cu anumite elemente numite soluții – este folosit prima dată de către matematicianul Leonardo Fibonacci (1170 - 1240).

De la ecuație la sistem de ecuații nu este decât un pas. În această unitate, am studiat două metode de rezolvare a sistemelor: *metoda reducerii* și *metoda substituției*. În anul 1750, matematicianul elvețian Gabriel Cramer a descoperit o metodă mai generală de rezolvare a sistemelor de ecuații liniare, cunoscută sub denumirea de regula lui Cramer.

Iată în ce constă regula lui Cramer, pentru un sistem de forma $\begin{cases} ax + by = c \\ dx + ey = f \end{cases}$:

- Se calculează mai întâi numărul $\Delta = ae - bd$.
- Dacă $\Delta \neq 0$, se calculează încă două numere, și anume $\Delta x = ce - bf$ și $\Delta y = af - cd$: necunoscutele x și y se calculează cu formulele: $x = \frac{\Delta x}{\Delta}$ și $y = \frac{\Delta y}{\Delta}$.
- Dacă $ae - bd = 0$, regula lui Cramer nu se poate aplica, iar sistemul de ecuații fie nu are nicio soluție, fie are o infinitate de soluții.



Gabriel Cramer
(1704 – 1752)

Am înțeles și pot să aplic!

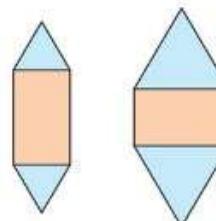
1. Rezolvă sistemul următor prin metoda lui Cramer și apoi verifică rezultatul obținut aplicând metoda reducerii: $\begin{cases} 3x - 2y = 15 \\ 5x + 4y = 1 \end{cases}$

2. Rezolvă sistemul următor prin metoda lui Cramer și apoi verifică rezultatul obținut aplicând metoda substituției: $\begin{cases} x - 2y = 11 \\ 3x + 5y = -2 \end{cases}$

Consolidez ce știu



1. Care dintre elementele mulțimii $A = \{-3; 0; 1,5; 2\}$ este soluție a ecuației $2(x + 1) - 3 = 5(x - 1) - 2$?
2. Rezolvă ecuațiile: a) $3x + 1 = 5x - 11$; b) $-x + 4 = 4x - 3$; c) $\frac{1}{2}x - 1 = x + \frac{1}{3}$.
3. a) Determină mulțimea soluțiilor ecuației $2x - 5 = 10$, unde $x \in \mathbb{N}$.
b) Arată că ecuația $-3x + 5 = 4$ nu are nicio soluție în \mathbb{Z} .
4. Rezolvă, folosind metoda reducerii, următoarele sisteme de ecuații liniare:
a) $\begin{cases} 3x - 2y = 11 \\ -3x + 4y = 1 \end{cases}$; b) $\begin{cases} x + 2y = -1 \\ 3x + 5y = -2 \end{cases}$; c) $\begin{cases} -x - 3y = 0 \\ 5x + 6y = -2 \end{cases}$.
5. Rezolvă următoarele sisteme prin metoda substituției și verifică rezultatul.
a) $\begin{cases} x - y = 0 \\ 3x - 2y + 5 = 0 \end{cases}$; b) $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ -2x + 3y = -5 \end{cases}$; c) $\begin{cases} 3x - 2y = 14 \\ -2x + 3y = 5 \end{cases}$; d) $\begin{cases} 4x - y = 3 \\ 5x - 2y = 27 \end{cases}$.
6. Mati spune: „Am cheltuit 14 lei, care reprezintă cu 2 lei mai puțin decât o treime din banii mei de buzunar.” Câți bani de buzunar avea Mati?
7. Suma unui număr cu 12,5 este egală cu produsul dintre acel număr și 3. Află numărul.
8. Determină două numere, știind că suma lor este 24, iar diferența lor este 8.
9. Două sucuri și 3 napolitane costă 15 lei, iar 4 sucuri și 5 napolitane costă 27 lei. Cât costă un suc, respectiv o napolitană?
10. Dacă pe două laturi opuse ale unui dreptunghi desenăm, spre exterior, triunghiuri echilaterale, perimetrul hexagonului astfel obținut este de 26 cm; dacă însă desenăm triunghiurile pe celelalte două laturi opuse, perimetrul hexagonului este de 22 cm. Cât este aria dreptunghiului?
11. Stabilește dacă există numere raționale care să verifice ecuația $3x + 2\sqrt{3} = \sqrt{12}$.



Măsură performanță



• 1 Alege răspunsul corect!

Soluția ecuației $3x - 1 = 2,3$ este:

- A. 1; B. 0,1; C. -1,1; D. 1,1.

• 2 Alege răspunsul corect!

Soluția sistemului $\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x - y = 6 \end{cases}$ este:

- A. (1;0) B. 0,1; C. -1,1; D. 1,1.

• 3 Adevărat sau fals? Soluția ecuației $\frac{x}{2} - 3 = 0$ este un număr natural. A ; F .

• 4 Rezolvă sistemul de ecuații $\begin{cases} y = 2x \\ x + 3y = 21 \end{cases}$.

• 5 După o scumpire cu 10%, un obiect costă 33 de lei. Cât ar costa acel obiect după o ieftinire cu 10%?





Măsură performanță

1 Arată că ecuațiile $\frac{-1+x}{2} = 2 - \frac{x-1}{3}$ și $5(x-3) + 1 = 3$ sunt echivalente.

2 Un caiet și 5 creioane costă 12 de lei, iar 5 caiete și un creion costă 24 de lei. Cât costă un caiet?

3 Dar un creion?

4 Arată că ecuația $\sqrt{63}x + \sqrt{125} = \sqrt{175}x + \sqrt{45}$ are soluția un număr rațional, cuprins între 1 și 2.

5 Determină perechile de numere reale $(x; y)$ care sunt soluții ale sistemului $\begin{cases} x-2|y|=-2 \\ -x+3|y|=4 \end{cases}$.



12. Rezolvă ecuațiile: a) $x\sqrt{7} - 2 = 2x - \sqrt{7}$; b) $2\sqrt{2}x - 4 = \sqrt{8}x + 1$; c) $\sqrt{16}x + 9 = 3^2 + 4x$. Care dintre cele trei ecuații are soluții numere întregi? Dar raționale?

13. Figura alăturată a fost obținută prin decuparea, dintr-un semicerc de rază R , a unui alt semicerc, de rază $0,5R$. Calculează razele semicerculilor, știind că perimetrul figurii este egal cu 20 dm. (Rotundește rezultatul la un număr întreg de milimetri.)



14. Rezolvă sistemele următoare, alegând metoda cea mai convenabilă:

a) $\begin{cases} x-2=3(y-3) \\ 2(4-y)=-3-x \end{cases}$; b) $\begin{cases} 4(2-y)=3(x-2) \\ 2(x-1)=3(1-y) \end{cases}$; c) $\begin{cases} 3-3x=-(2-y) \\ 2(5-x)=2y-x \end{cases}$

15. Rezolvă următoarele sisteme de ecuații:

a) $\begin{cases} \sqrt{3}x - \sqrt{3}y = \sqrt{27} \\ \sqrt{5}x + \sqrt{5}y = \sqrt{125} \end{cases}$; b) $\begin{cases} (\sqrt{5}-\sqrt{3})x + (\sqrt{5}+\sqrt{3})y = 4 \\ 3x+2y = 5\sqrt{5} + \sqrt{3} \end{cases}$

16. Ema, Tic și Ana discută, la ieșirea dintr-o patiserie:

Ema: Am plătit 18 lei pentru 4 croissante și 4 cornuri.

Tic: Eu am plătit 11 lei pentru două croissante și 3 cornuri.

Ana: Pe mine m-au costat 17 lei cele 6 croissante și un corn.

a) Explică de ce este imposibil să aflăm cât costă un croissant și cât costă un corn, folosind numai una dintre informațiile date de copii.

b) Dacă luăm în considerare doar două din cele trei afirmații ale copiilor, putem afla oare cât costă fiecare produs? Imaginează-ți care ar putea fi toate cazurile posibile, apoi calculează prețurile, în fiecare caz.

c) Află prețul fiecărui produs cumpărat de copii dacă folosim toate informațiile spuse de ei.

17. Rezolvă următoarele sisteme de ecuații:

a) $\begin{cases} 5|x|+2y=4,5 \\ 2|x|+3y=-7 \end{cases}$; b) $\begin{cases} 9|x|+|y|=2 \\ 18|x|+25|y|=27 \end{cases}$; c) $\begin{cases} \frac{3}{4}x+\frac{7}{2}|y|=-4 \\ -2x+\frac{3}{4}|y|=-\frac{35}{2} \end{cases}$

