CUPRINS

PARTEA I

TESTE RECAPITULATIVE

PARTEA a II - a

TESTE RECAPITULATIVE

Nr. crt.	Enunțuri pag.	Soluții pag.	Nr. crt.	Enunțuri pag.	Soluții pag.
I	317	333	XIII	324	350
II	317	334	XIV	324	352
III	318	335	XV	325	353
IV	318	337	XVI	326	355
V	319	338	XVII	326	356
VI	319	339	XVIII	327	358
VII	320	341	XIX	328	360
VIII	321	342	XX	328	361
IX	321	344	XXI	329	363
X	322	345	XXII	330	364
XI	322	347	XXIII	331	366
XII	323	348	XXIV	331	367

BIBLIOGRAFIE SELECTIVĂ

1. Nicolescu, M.; Dinculeanu, N.; Marcus, S. - *ANALIZĂ MATEMATICĂ* – vol I Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1971.

2. Dinculeanu, N.; Radu, E. - *ELEMENTE DE ANALIZĂ MATEMATICĂ*- Manual pentru clasa a XI-a– vol I - Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1979.

3. Gussi, Gh.; Stănăşilă, O.; Stoica, T. - *MATEMATICĂ - ELEMENTE DE ANALIZĂ MATEMATICĂ*- Manual pentru clasa a XI-a– Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1997.

4. Boboc, N.; Colojoară, I. - *MATEMATICĂ - ELEMENTE DE ANALIZĂ MATEMATICĂ* - Manual pentru clasa a XII-a– Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1994.

5. Nicolescu, C.; Nicolescu, M. - *ANALIZĂ MATEMATICĂ*- Exerciţii şi probleme pentru elevii claselor a XI-a şi a XII-a - Editura Universal Pan, Bucureşti, 2000.

6. Mihai I.; Maftei, I.; Pârşan, L.; Mihai, A; Nicolescu, C. - *MATEMATICĂ* **M1** (Partea I – Algebră, partea II-a, Analiză matematică), Manual pentru clasa a XI-a – Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 2006.

7. Mihai, I.; Maftei, I.; Popescu, G.; Pârşan, L.; Mihai, A.; Haivas, M.; Nicolescu, C. - *MATEMATICĂ* **M1** (Partea I – Algebră, partea II-a, Analiză matematică), Manual pentru clasa a XII-a – Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 2007.

PROGRESIA ARITMETICĂ

▣ ***Definiție***

Spunem că un şir $(a_n)_{n\geq 1}$ este o **progresie aritmetică**, dacă sunt cunoscute: **primul termen** $a_1 \neq 0$ şi un număr real r, $r \neq 0$, denumit **rație**, astfel încât orice termen, începând cu al doilea, se obține din cel precedent, adăugând rația.

$$\boxed{a_n = a_{n-1} + r, \text{ oricare ar fi } n \geq 2} \text{ (relația de recurență)}$$

Termenul general al progresiei aritmetice este dat de formula:

$$\boxed{a_n = a_1 + (n-1)r, \text{ oricare ar fi } n \geq 1}$$

Suma primilor *n* termeni ai progresiei aritmetice este:

$$S_n = \underbrace{a_1 + a_2 + \ldots + a_n}_{n \text{ termeni}} = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

EXEMPLE:

1. $1+2+3+\ldots+n = \dfrac{n(n+1)}{2}$ (suma primelor n numere naturale);

2. $1+3+5+\ldots+(2n-1) = n^2$ (suma primelor n numere naturale impare);

3. Se deduc şi următoarele rezultate, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}^*$:

a) $1^2 + 2^2 + \ldots + n^2 = \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$;

b) $1^3 + 2^3 + \ldots + n^3 = \dfrac{n^2(n+1)^2}{4}$;

c) $1\cdot 2 + 2\cdot 3 + \ldots + n(n+1) = \dfrac{n(n+1)(n+2)}{3}$.

Formulele pot fi verificate cu uşurință folosind metoda inducției matematice.

◈ ***Teoremă***

Un şir $(a_n)_{n\geq 1}$ constituie o progresie aritmetică, <u>dacă şi numai dacă</u> are loc relația de <u>recurență</u>:

$$\boxed{a_{n+1} = \frac{a_n + a_{n+2}}{2}}, \text{ oricare ar fi } n \in \mathbb{N}^*.$$

Considerăm cunoscuți termenii diferiți a_1, a_2.

§ 2. FUNCȚII CONVEXE. FUNCȚII CONCAVE

Definiție

Fie I un interval și funcția $f: I \to \mathbb{R}$.

Spunem că funcția f este **convexă** pe I, dacă oricare ar fi punctele $x_1, x_2 \in I$, cu $x_1 < x_2$ și oricare ar fi $t \in [0, 1]$, are loc **inegalitatea:**

$$f[(1-t)x_1 + tx_2] \le (1-t)f(x_1) + t f(x_2), \text{(fig. I – 34)}.$$

Definiție

Spunem că funcția f este **concavă** pe I, dacă oricare ar fi punctele $x_1, x_2 \in I$, cu $x_1 < x_2$ și oricare ar fi $t \in [0, 1]$, are loc **inegaliatea:**

$$f[(1-t)x_1 + tx_2] \ge (1-t)f(x_1) + t f(x_2), \text{(fig. I – 35)}.$$

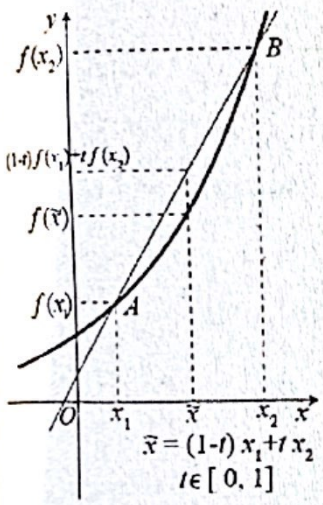

Fig. I – 34

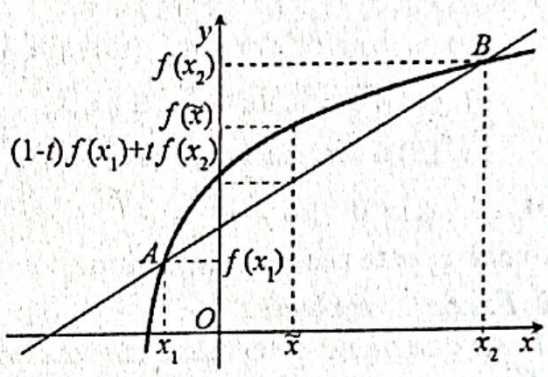

Fig. I – 35

Teoremă

Fie I un interval și funcția $f: I \to \mathbb{R}$, de două ori derivabilă pe acest interval. Funcția este convexă (concavă) pe I dacă și numai dacă $f''(x) \ge 0$ ($f''(x) \le 0$), oricare ar fi $x \in I$.

Definiție

Considerăm funcția $f: I \to \mathbb{R}$ și $(a, b) \subset I$. Spunem că $x_0 \in (a, b)$ este un **punct de inflexiune** pentru funcția f, dacă sunt îndeplinite condițiile:

i) funcția f este continuă pe (a, b);

ii) funcția are derivată în punctul x_0;

iii) pe intervalul $(a, x_0]$ funcția este convexă și pe intervalul $[x_0, b)$ funcția este concavă sau invers, (fig. I – 36 a, b, c, d).

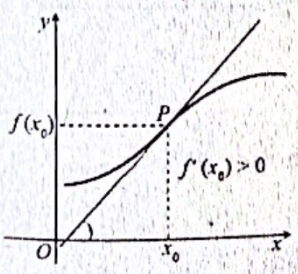

Fig. I – 36 a

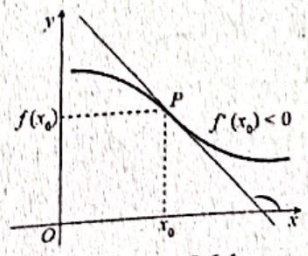

Fig. I – 36 b